МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 18$, $1\leqslant y\leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\le 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2-6x+9)-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\le 0 \Leftrightarrow \frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(|x-3|)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\le 0 \Leftrightarrow \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\le 0$$

$$(|x-3|-1)^2\ge 0\ (x\in\mathbb{R}) \Rightarrow \left[\begin{array}{l}(|x-3|-1)^2=0\\ 2x(x-2)+|x|\cdot|x+2|\le 0\end{array}\right.$$

$$(|x-3|-1)^2=0 \Leftrightarrow |x-3|-1=0 \Leftrightarrow |x-3|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-3=1\\ x-3=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\ x=2\end{array}\right.$$

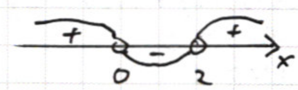
при $x(x-2)=0$

1) $2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|\ne 0$, т.к. это знаменатель $\Rightarrow \begin{cases}x\ne 0\\ x\ne 2\end{cases}$

2) при $x(x-2)>0$, $2\underbrace{x(x-2)}_{>0}+|x|\cdot\underbrace{|x-2|}_{>0}>0 \Rightarrow$ условие не выполн.

3) при $x(x-2)<0$, $2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|=-2|x|\cdot|x-2|+|x|\cdot|x-2|=-|x|\cdot|x-2|$

<0, $x(x-2)<0$ при $x\in(0;2)$

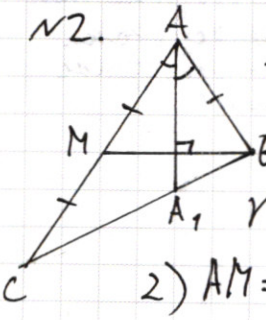


$0<x<2$

$$\begin{cases}x\ne 0, x\ne 2\\ \left[\begin{array}{l}x=4\\ x=2\\ 0<x<2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x\in(0;2)\cup\{4\}$$

Ответ: $x\in(0;2)\cup\{4\}$.

№2.



1) Пусть бис. $AA_1\perp$ мед. BM, тогда AA_1 бис. и выс. для $\triangle ABM \Rightarrow$ по признаку р/б$\triangle$, $\triangle ABM$ р/б, тогда по опред. р/б$\triangle$ $AB=AM$

2) $AM=MC$, т.к. BM мед. $\triangle ABC$, тогда $AC=CM+AM=2AM=$ $=2AB$

3) пусть $AB=x$, тогда $AC=2x$, т.к. $P_{\triangle ABC}=AB+BC+AC=600$, то $BC=600-AB-AC=600-3x$.

4) т.к. ABC - треугольник выполняются неравенства треуг.

$$\begin{cases}AB<AC+CB\\ AC<AB+BC\\ BC<AB+AC\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<2x+600-3x\\ 2x<x+600-3x\\ 600-3x<x+2x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x<600\\ 4x<600\\ 600<6x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<300\\ x<150\\ 100<x\end{cases} \Leftrightarrow 100<x<150$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

5) также должна выполняться акс. отр.: $AB>0$, $AC>0$, $BC>0$,
$x>0$, $2x>0$, $600-3x>0$, при $100<x<150$.- услов. выполн.

6) $2x>x$, $600\underbrace{-3x}_{>-450}>150>x$, при $100<x<150$, значит сторона длины x всегда будет наименьшей

7) для $100<x<150$ для каждого целого x из этого промежутка есть △ ~~со сторонами x, 2x, 600-3x~~ удовлетворяющий условию, при этом никакие два △ соотв. различным x не могут быть равными, т.к. тогда их наименьшие стороны равны, а значит x- один и тот же, т.к. это и есть длина минимальной стороны.

8) $150-100-1=49$ - число △.

Ответ: 49.

№3.

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2\sqrt{xy}+\sqrt{xy}-2y=0 \\ x+y^2=5 \\ xy\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{|x|}\left(\sqrt{|x|}-2\sqrt{|y|}\right)+\sqrt{|y|}\left(\sqrt{|x|}-2\sqrt{|y|}\right)=0 \\ x+y^2=5 \\ xy\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

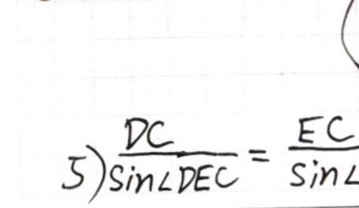
$$\begin{cases} \left(\sqrt{|x|}+\sqrt{|y|}\right)\left(\sqrt{|x|}-2\sqrt{|y|}\right)=0 \\ x+y^2=5 \\ xy\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sqrt{|x|}+\sqrt{|y|}=0 \\ \sqrt{|x|}=2\sqrt{|y|}=0 \end{array}\right. \\ x+y^2=5 \\ xy\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \\ \sqrt{|x|}=2\sqrt{|y|} \end{array}\right. \\ x+y^2=5 \\ xy\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ 0+0^2=5 \end{cases} \\ \begin{cases} |x|=4|y| \\ x+y^2=5 \\ xy\geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$xy\geq 0$ ← значит x и y одного знака или хотя бы один из них 0.

$$\begin{cases} x=4y \\ x+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4y \\ y^2+4y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4y \\ (y+5)(y-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=-5 \\ x=-20 \end{cases} \\ \begin{cases} y=1 \\ x=4 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(-20;-5)$, $(4;1)$.

№5.



1) Пусть $\angle CAB=\alpha$, тогда по св-ву прямоуг △ $\angle ABC=$ $=90°-\alpha$

2) $\angle EDC=$ ~~...~~ $\angle AED+\angle EAD=90+\alpha$ как внешн. ∠△ADE.

3) $\angle AEC=\angle AED+\angle DEC=90°+30°=120°$ по акс. ∠

4) $\angle AED=90°$ т.к. $DE\perp AB$

5) $\frac{DC}{\sin\angle DEC}=\frac{EC}{\sin\angle CDE}\Rightarrow DC=\frac{EC\cdot\sin\angle DEC}{\sin\angle CDE}=\frac{EC\cdot\sin 30°}{\sin(90°+\alpha)}$ по т. синусов для △CDE

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) $\frac{AC}{\sin\angle AEC}=\frac{EC}{\sin\angle CAE}\Rightarrow AC=\frac{EC\cdot\sin\angle AEC}{\sin\angle CAE}=\frac{EC\cdot\sin120^\circ}{\sin\alpha}$ по т. синусов для $\triangle AEC$

7) $\frac{DC}{AC}=\frac{\frac{\cancel{EC}\cdot\sin30^\circ}{\sin(90^\circ+\alpha)}}{\frac{\cancel{EC}\cdot\sin120^\circ}{\sin\alpha}}=\frac{\sin30^\circ\cdot\sin\alpha}{\sin(90^\circ+\alpha)\cdot\sin120^\circ}$

8) $\sin\alpha=\frac{BC}{AB}$ (т.к. $\triangle ABC$ прямоуг)

9) $\sin(90^\circ+\alpha)=\sin(180^\circ-(90^\circ+\alpha))=\sin(90^\circ-\alpha)=\frac{AC}{AB}$ (т.к. $\triangle ABC$ прямоуг.) $\Bigg\}\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{\sin\alpha}{\sin(90^\circ+\alpha)}=\frac{BC\cdot AB}{AB\cdot AC}=\frac{BC}{AC}=2\frac{\sqrt7}{\sqrt3}:\sqrt7=\frac{2}{\sqrt3}$

10) $\frac{DC}{AC}=\frac{\sin30^\circ}{\sin120^\circ}\cdot\frac{2}{\sqrt3}=\frac12:\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt3}=\frac23$

11) $AD=AC-DC$ по акс. отр. $\frac{AD}{AC}=\frac{AC-DC}{AC}=\frac{AC}{AC}-\frac{DC}{AC}=1-\frac23=\frac13.$

12) $\angle DAE=\angle BAC=\alpha$, $\angle DEA=\angle BCA=90^\circ\Rightarrow\triangle AED\sim\triangle ACB$ (по 2-м $\angle$) $\Rightarrow$

$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$ по опред $\sim\triangle$.

13) $\frac{AD}{AC}=\frac13\Leftrightarrow AD=\frac{AC}{3}=\frac{\sqrt7}{3}$,

14) $AB^2=AC^2+CB^2$ (по т. Пифагора для $\triangle ABC$, т.к. $\angle C=90^\circ$) $\Rightarrow$

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{\sqrt7^2+\left(\frac{2}{\sqrt3}\right)^2\cdot\sqrt7^2}=\sqrt7\cdot\sqrt{1+\frac43}=\sqrt7\cdot\sqrt{\frac73}=\frac73.$

15) $\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt7}{3}:\frac73=\frac{1}{\sqrt7}\Rightarrow AE=AC\cdot\frac{1}{\sqrt7}=\sqrt7\cdot\frac{1}{\sqrt7}=1$

16) $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{1}{\sqrt7}\Rightarrow DE=BC\cdot\frac{1}{\sqrt7}=\frac{2}{\sqrt3}\cdot\sqrt7\cdot\frac{1}{\sqrt7}=\frac{2}{\sqrt3}$

17) $S_{\triangle AED}=\frac12\cdot EA\cdot ED\cdot\sin\angle AED=\frac12\cdot1\cdot\frac{2}{\sqrt3}\cdot\sin90^\circ=\frac{1}{\sqrt3}\cdot1=\frac{1}{\sqrt3}$

Ответ: $\frac{AD}{AC}=\frac13$, $S_{\triangle AED}=\frac{1}{\sqrt3}$.

№7.

$f(2)=f(2\cdot1)=f(2)+f(1)\Rightarrow f(1)=f(2)-f(2)=0.$

$f(1)=f(a\cdot\frac1a)=f(a)+f(\frac1a)=0\Rightarrow f(a)=-f(\frac1a)$ для любого положительного рационального a.

1) пара, где $x=y$ не подходит, т.к. $f(\frac{x}{y})=f(1)=0$, а $0\not<0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

г) среди пар чисел $x=a$ и $y=b$, $x=b$ и $y=a$ $(a\neq b)$, ровна одна удовлетворяет условию $f\left(\frac{x}{y}\right)<0$, т.к. $f\left(\frac{x}{y}\right)=-f\left(\frac{y}{x}\right)$, если $f\left(\frac{x}{y}\right)\neq 0$.

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(x\cdot\frac{1}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$f(x)$ - будет равен сумме простых множителей, которые входят в x, т.к. $f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(1)=0$, $f(2)=2$, $f(3)=3$, $f(4)=2+2=4$, $f(5)=5$, $f(6)=3+2=5$, $f(7)=7$, $f(8)=2+2+2=6$, $f(9)=3+3=6$, $f(10)=2+5=7$, $f(11)=11$, $f(12)=2+2+3=7$, $f(13)=13$, $f(14)=2+7=9$, $f(15)=3+5=8$, $f(16)=2+2+2+2=8$, $f(17)=17$, $f(18)=2+3+3=8$, если взять x и y, так что $f(x)=f(y)$, то $f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(\frac{y}{x}\right)=0$.

1) $\frac{18\cdot(18-1)}{2}=9\cdot 17=153$ - пар всего.

2) $\frac{2\cdot(2-1)}{2}=1$ пара, в кот. $f(x)=f(y)=5$

3) $\frac{2\cdot(2-1)}{2}=1$ пара, в кот. $f(x)=f(y)=6$

4) $\frac{3\cdot(3-1)}{2}=3$ пары, в кот. $f(x)=f(y)=7$

5) $\frac{3\cdot(3-1)}{2}=3$ пары, в кот. $f(x)=f(y)=8$

6) $153-1-1-3-3=150-5=145$ пар подходят под условие

Ответ: 145.

№ 6.

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 & (1)\\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 & (2)\end{cases}$$

$(x^2-2x+1)+(y^2-4y+4)\le 5 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2\le 5$ - круг с радиусом $r=\sqrt{5}$ и с центром в т. $O_1(1;2)$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

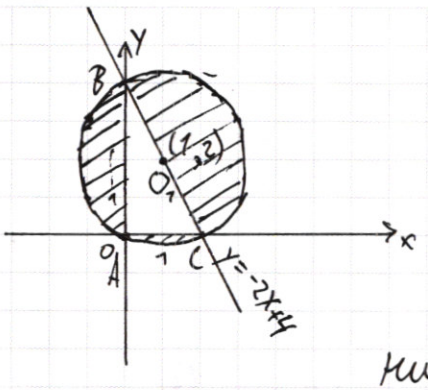
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) при $x<0$, $4-2x>4$, значит при уменьшении числа $4-2x$ на y, оно по модулю изменится не больше чем на y, тогда $|4-2x-y|+|y|$ будет не меньше чем $4-2x>4 \Rightarrow$ точки с $x<0$ подходят под условие

2) при $y<0$, $4-y>4$, значит при уменьшении числа $4-y$ на $2x$, оно по модулю изменится не больше чем на $2x$, тогда $|4-2x-y|+|2x|$ будет не меньше чем $4-y>4 \Rightarrow$ точки с $y<0$ подходят под ① условие.

3) при $y+2x>4$, $|y|+|2x|\geqslant|y+2x|=y+2x>4$, т.е. условие ① выполняется.

4) все точки, лежащие вне $\triangle ABC$ подходят под ① условие. если точка лежит внутри, то $4-2x-y\geqslant 0$, при этом $x\geqslant 0$ и $y\geqslant 0$, а значит при изменении значения x $|2x|$ измен. ровно на столько же, на сколько измен $|4-2x-y|$, при этом сумма модулей остаётся такой, для y аналогично, значит точки внутри $\triangle ABC$ не подходят под ① условие, значит закрашенная фигура искомая

B – т. пересеч. осью Oy и l_1: $y=-2x+4 \Rightarrow B(0;4)$ ($y=-2\cdot 0+4$)

C – т. пересеч. осью Ox и l: $y=-2x+4 \Rightarrow C(2;0)$ ($0=-2\cdot x+4$)

A – т. пересеч. осью Ox и Oy, $A(0;0)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$O_1B = \sqrt{(1-0)^2+(2-4)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$O_1C = \sqrt{(1-2)^2+(2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$O_1A = \sqrt{(1-0)^2+(2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

т. A, B, C лежат на окруж. с ц. O_1 и рад. $\sqrt{5}$ => весь $\triangle ABC$ находится внутри круга, $AB = 4$, $AC = 2$

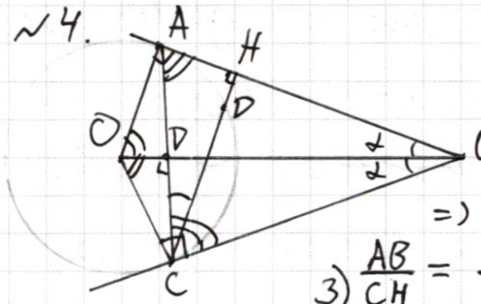
$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$

$S_{круга} = \pi r^2 = (\sqrt{5})^2 \cdot \pi = 5\pi$

$S_{фигура} = S_{круга} - S_{\triangle ABC} = 5\pi - 4$

Ответ: $5\pi - 4$.

№4.



1) $S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} AB \cdot DH = 6 \Rightarrow AB \cdot = \frac{12}{DH}$

2) $AH^2 = HD \cdot HC$ (по св-ву касательной) =>

$\Rightarrow HC = \frac{AH^2}{DH}$

3) $\frac{AB}{CH} = \frac{\frac{12}{DH}}{\frac{AH^2}{DH}} = \frac{12}{AH^2}$

4) $\angle ABO = \angle OBC = \alpha$, т.к. BA и BC кас.

5) $\angle OAB = \angle OCB = 90°$ т.к. BA и BC кас.

6) $\angle AOB = \angle COB = 90° - \alpha$, т.к. $\triangle AOB$ и COB прямоуг.

7) $\angle BAC = \angle BCA = 90 - \alpha$, т.к. $\triangle ABC$ р/б

8) $\angle ACH = \alpha$, т.к. $\angle CAH = 90 - \alpha$, а $\angle AHC = 90°$

9) $\sin\alpha = \sin\angle ACH = \frac{AH}{AC}$, т.к. $\angle AHC = 90°$

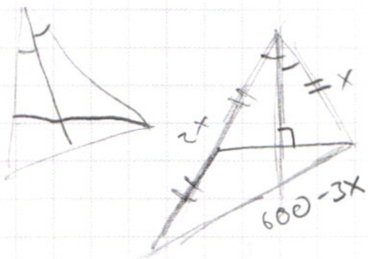
10) $AC \cap OB = D$, $OB \perp AC$, т.к. $\triangle AOC$ р/б, OB - бис $\angle AOC \Rightarrow \sin 90 - \alpha =$

$= \sin\angle DOC = \frac{DC}{OC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{AC}{2OC} = \frac{AC}{8} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{AC}{8}$

~~11) $\angle AHC$, $\cos\alpha = \cos$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} = \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} \le 0$, $\quad x(x-2)<0 \Leftrightarrow x\in(0;2)$



$600-3x<3x$ | $100<x$

$x<600-x$

$2x<600-2x$ | $x<150$

49

$600-3x>x$

$2x\ge 600-3x\ge x$

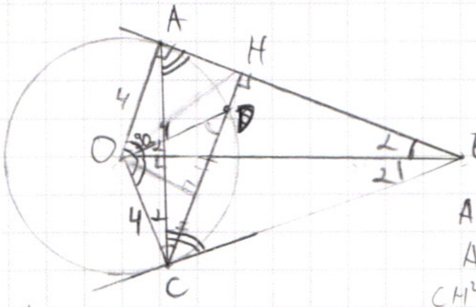
$600-3x\ge 2x>x$

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-\sqrt{xy}-2y=0 \\ x+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy\ge 0 \\ (\sqrt{|x|}+\sqrt{|y|})(\sqrt{|x|}-2\sqrt{|y|})=0 \\ x+y^2=5 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |x|=-|y| \\ |x|=2|y|,\ xy\ge 0 \Rightarrow x=2y \end{array}\right.$

$y^2+2y-5=0$ $D_1=1+5=6$, $y=-1\pm\sqrt6$, $x=-2\pm2\sqrt6$

$\frac{AH}{\sin\alpha}=AC \Rightarrow AH=\sin\alpha\cdot AC$

$\sin 2\alpha = \frac{AC}{2}$



$AB\cdot DH=12 \Rightarrow AB=\frac{12}{DH}$

$AH^2=HD\cdot HC \Rightarrow CH=\frac{AH^2}{HD}$ $\Big\}$ $\frac{AB}{CH}=\frac{12}{AH^2}$

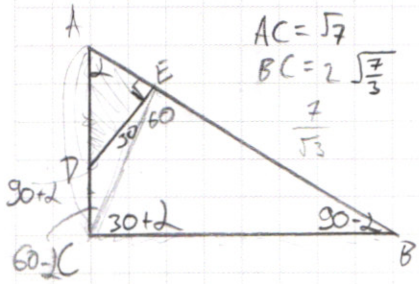
$\frac{AC}{\sin\alpha}$

$\frac{\frac12 AC}{\sin(90-\alpha)}=4$

$AH^2=OH^2-OA^2=OH^2-16$ | $OH^2-16=16-\frac14 CD^2$

$AH^2=OD^2-\frac14 CD^2=16-\frac14 CD^2$ | $OH^2+\frac14 CD^2=32$

$CH^2=$



$AC=\sqrt7$

$BC=2\sqrt{\frac73}$

$\frac{7}{\sqrt3}$

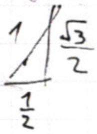
$\frac{2}{\sqrt3}$

$|a|+|b|\ge|a+b|$

$y+2x=4$

$y+2x<4$

$\frac{BC}{AC}=\frac{2\cdot\frac{\sqrt7}{\sqrt3}}{\sqrt7}=\frac{2}{\sqrt3}$



$\frac{DC}{AC}=\frac{\frac{EC\sin30^\circ}{\sin(90+\alpha)}}{\frac{EC\cdot\sin120^\circ}{\sin\alpha}}=\frac{\sqrt3}{4}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin(90-\alpha)}=\frac{\sqrt3}{4}\cdot\frac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}}=\frac{\sqrt3}{4}\cdot\frac{BC}{AC}=\frac12$

$|a|+|b|\ge|a+b|$

$\frac{AC}{CB}=\frac{AE}{ED}$

$(x-1)^2+(y-2)^2\le 5$

$\frac{AD}{\sin90^\circ}=\frac{DE}{\sin\alpha}$

$\frac{AC}{\sin120^\circ}=\frac{CE}{\sin\alpha}$

$\frac{AD}{AC}=\frac{DE\cdot\sin90\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha\cdot\sin120\cdot CE}=\frac{2}{\sqrt3}\cdot\frac{\sin(60-\alpha)}{\sin(90+\alpha)}$

$\frac{DE}{\sin(60-\alpha)}=\frac{CE}{\sin(90+\alpha)}$ $\quad \frac{DE}{CE}=\frac{\sin(60-\alpha)}{\sin(90+\alpha)}$

$\frac{AD}{\sin30^\circ}=\frac{AE}{\sin(90-\alpha)}$

$\frac{AC}{\sin120}=\frac{AE}{\sin(60-\alpha)}$

$\frac{EC}{\sin(90-\alpha)}=\frac{BC}{\sin60^\circ} \Rightarrow \sin(90^\circ-\alpha)=\frac{EC\cdot\sin60}{BC}$

$\frac{AE}{\sin(60-\alpha)}=\frac{AC}{\sin120^\circ} \Rightarrow \sin(60^\circ-\alpha)=\frac{AE\cdot\sin120^\circ}{AC}$

$\frac{\sin(60-\alpha)}{\sin(90-\alpha)}=\frac{AE\cdot BC}{AC\cdot EC}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$f(2) = 2 = f(1 \cdot 2) = f(2) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(3), f(2) \quad f(2) = f(3 \cdot \frac{2}{3}) = f(3) + f(\frac{2}{3}) = 3 + f(\frac{2}{3}) = 2 \Rightarrow f(\frac{2}{3}) < 0$

$f(14), f(15), \quad f(\frac{14}{15}) = f(14) + f(\frac{1}{15}) = f(2) + f(7) - f(3) - f(5) = 9 - 8 = 0$

$\cancel{f(18) = f(4) + f(\frac{1}{18})}$ $f(1) = f(\frac{1}{15}) + f(15) =$

$f(8), f(9) \quad f(\frac{8}{9}) = f(8) + f(\frac{1}{9}) = f(8) - f(9) = f(2) + f(4) - f(3) - f(3) = 0$

2,	3,	4,	5	6	7	8	9	11	13	17
2	3	4	5	8	7	15	14	11	13	17
			6	9	10	16	[illegible]			
					12	18				

$$\begin{array}{r} 17 \\ + \quad 9 \\ \hline 153 \end{array}$$