МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\dfrac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x||x-2|} \leq 0$

Исследуем числитель:

$x^2-6x+10-2|x-3| = (x-3)^2+1-2|x-3| = (|x-3|)^2-2|x-3|+1 =$
$= (|x-3|-1)^2$

Числитель неотрицателен, поэтому чтобы дробь была неположительной, или числитель равен нулю, или знаменатель отрицателен.

$\left[\begin{array}{l}(|x-3|-1)^2=0 \\ 2x^2-4x+|x||x-2|<0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{ll}|x-3|=1 & (1) \\ 2x(x-2)+|x||x-2|<0 & (2)\end{array}\right.$

(1) $|x-3|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2 \\ x=4\end{array}\right.$

Заметим, что при $x=2$, знаменатель обращается в ноль

(2) $2x(x-2)+|x|\,|x-2|<0$

1° $x<0$

$2x(x-2)+x(x-2)<0$

$3x(x-2)<0$ – неверно, т.к. $x<0$

2° $0\leq x<2$

$2x(x-2)-x(x-2)<0$

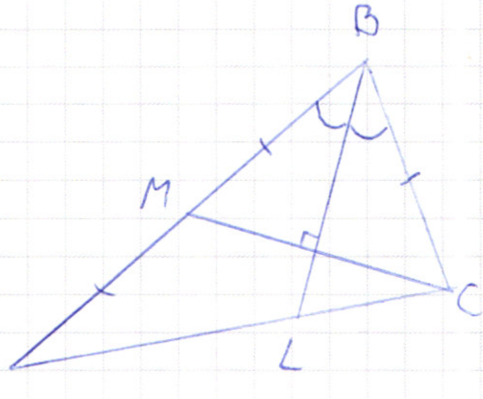
$x(x-2)<0$ – верно, т.к. $0<x<2$

3° $x>2$

$2x(x-2)+x(x-2)<0$

$3x(x-2)<0$ – неверно, т.к. $x>2$

Ответ: $x\in(0;2)\cup\{4\}$



2. Если в треугольнике биссектриса перпендикулярна одной из медиан, то одна из сторон больше другой в 2 раза, ведь в $\triangle CBM$ (см. рис) BL – сер. пер. $\Rightarrow BC=BM=\frac{BA}{2}$

Значит все такие треугольники имеют стороны $a, 2a, b$, где $a<b<3a$ по нер-ву треугольника.

По условию $a+2a+b=600$

$4a<a+2a+b<6a$

$4a<600<6a$

$100<a<150$

Для каждого a существует $2a-1$ значений b (от $a+1$ по $3a-1$), удовлетворяющих условию.

Тогда искомое кол-во – $\sum\limits_{a=101}^{149} 2a-1 = 2\cdot101-1+2\cdot102-1+\ldots+2\cdot149-1=$

$=2(101+149)-2+2\cdot(102+148)-2+\ldots+2(124+126)-2+2\cdot125-1=$

$=49\cdot125-49=50\cdot125-125-49=6250-125-49=6125-49=6176.$

Ответ: 6176

3. $\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} x=5-y^2 \\ x-2y=\sqrt{xy} \quad (1) \end{cases}$

Возведем (1) в квадрат:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = 5 - y^2 \quad (2) \\ x^2 + 4y^2 - 4xy = xy \quad (3) \end{cases}$$

Подставим (2) в (3):

$$(5-y^2)^2 + 4y^2 - 5(5-y^2)y = 0$$

$$y^4 - 10y^2 + 25 + 4y^2 - 25y + 5y^3 = 0$$

$$y^4 + 5y^3 - 6y^2 - 25y + 25 = 0$$

$$(y-1)(y^3 + 6y^2 - 25) = 0$$

$$(y-1)(y+5)(y^2 - y - 5) = 0$$

Решим уравнение:

$$y^2 - y - 5 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 5 = (\sqrt{21})^2$$

$$y_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Возможные значения y: -5; $\frac{1-\sqrt{21}}{2}$; 1; $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

$$x = 5 - y^2$$

$$x_1 = 5 - (-5)^2 = -20$$

При подстановке в (1): $x = -20$, $y = -5$: $-20 - 2 \cdot (-5) = \sqrt{-20 \cdot (-5)}$ – неверно

$$x_2 = 5 - \cancel{(1)}^2 \left(\frac{1-\sqrt{21}}{2}\right)^2 = 5 - \frac{22 - 2\sqrt{21}}{2} = 5 - 11 + \sqrt{21} = \sqrt{21} - 6$$

При подстановке в (1) $x = \sqrt{21} - 6$, $y = \frac{1-\sqrt{21}}{2}$: $\sqrt{21} - 6 - 1 + \sqrt{21} = \sqrt{\frac{(\sqrt{21}-6)(1-\sqrt{21})}{2}} =$

$= \sqrt{\frac{\sqrt{21} - 21 - 6 + \sqrt{21}}{2}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{21} - 27}{2}}$ – неверно

~~При подстановке в (1) x~~

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

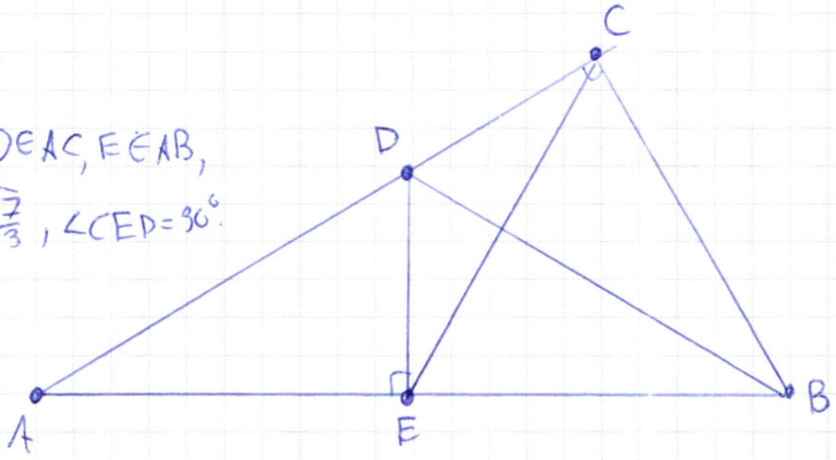
$x_3 = 5-(1)^2 = 4$

При подстановке в (1) $x=4,\ y=1$: $4-2\cdot 1 = \sqrt{4\cdot 1}$ – верно

$x_4 = 5-\left(\frac{\sqrt{21}+1}{2}\right)^2 = 5-\frac{22+2\sqrt{21}}{4} = 5-5{,}5-\frac{\sqrt{21}}{2} = -\frac{\sqrt{21}}{2}-\frac{1}{2}$

Не подходит, т.к. $y>0$, а $x<0$ (условие сущ-я $\sqrt{xy}$ нарушено)

Ответ: $(4;1)$



5. Дано: $\triangle ABC$ – прям, $D\in AC$, $E\in AB$,

$DE\perp AB$, $AC=\sqrt7$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, $\angle CED = 30°$

Найти: AD/AC, S_{AED}

Решение:

$\angle DEB = \angle ACB = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow EDCB$ – впис. $\Rightarrow \angle DBC = \angle DEC = 30°$

$CD = BC\,tg\,30° = \frac{BC}{\sqrt3} = \frac{2\sqrt{\frac{7}{3}}}{\sqrt3} = 2\sqrt{\frac{7}{3\cdot 3}} = \frac{2}{3}\sqrt7$

$AD = AC - CD = \sqrt7 - \frac{2}{3}\sqrt7 = \frac{\sqrt7}{3}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt7/3}{\sqrt7} = 1:3$

$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow S_{ABE} = S_{ABC}\cdot\left(\frac{AD}{AB}\right)^2$

$S_{ABC} = \frac{AC\cdot BC}{2} = \frac{\sqrt7\cdot 2\sqrt{\frac{7}{3}} = 14\cdot\sqrt{\frac{1}{\sqrt3}}}{2} = \frac{7\sqrt3}{3}$

$AB = \sqrt{AC^2+BC^2} = \sqrt{7+\frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{7\sqrt3}{3}$

$S_{ADE} = S_{ABC}\cdot\left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{7\sqrt3}{3}\cdot\left(\frac{\sqrt7}{3}\cdot\frac{3}{7\sqrt3}\right)^2 = \frac{7\sqrt3}{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{21}}\right)^2 = \frac{7\sqrt3}{3}\cdot\frac{1}{21} =$

$= \frac{\sqrt3}{9}$

Ответ: $1:3$; $\frac{\sqrt3}{9}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. $\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 & (1) \\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 & (2) \end{cases}$

Решим (2):

$x^2-2x-4y+y^2\le 0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2\le 5$ – круг $((1;2),\sqrt5)$

Решим (1):

$|2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \Leftrightarrow |4-2x-y|>4-|2x|-|y|$

1° $4-2x-y\ge 0 \Leftrightarrow y\le 4-2x$

$4-2x-y>4-2|x|-|y|$

$2|x|-2x+|y|-y>0$

Это равносильно $\left[\begin{array}{l} x<0 \\ y<0 \end{array}\right.$

Тогда при $y\le 4-2x$ решение – система $\begin{cases} y\le 4-2x \\ \left[\begin{array}{l} x<0 \\ y<0 \end{array}\right. \end{cases}$

2° $4-2x-y<0 \Leftrightarrow y>4-2x$

$-4+2x+y>4-2|x|-|y|$

$2|x|+2x+|y|+y>8$

2.1° $x<0$

$-2x+2x+|y|+y>8$

$|y|+y>8$

При $y<0$ решений нет $\Rightarrow |y|=y$

$2y>8 \Leftrightarrow y>4$

$2.2^\circ\ x \geq 0$

$2x + 2x + |y| + y > 8$

$2.2.1^\circ\ y < 0$

$2x + 2x > 8 \iff x > 2$

$2.2.2^\circ\ y \geq 0$

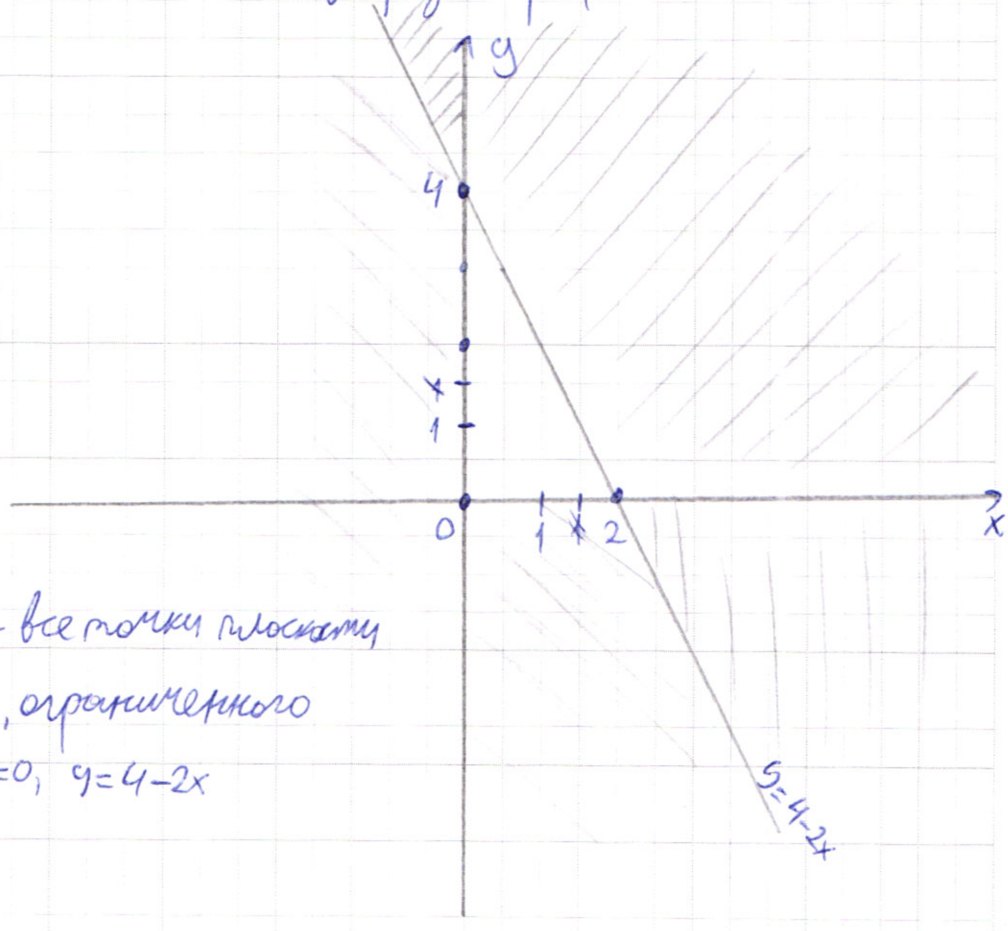
$4x + 2y > 8$

$y > 4 - 2x$

Тогда при $y > 4-2x$ решение —
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y > 4 \\ x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \cancel{x \geq 0}\ y < 0 \\ x > 2 \end{cases} \\ y \geq 0 \end{array}\right. \\ y > 4 - 2x \end{cases}$$

Таким образом, решение (2):
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \leq 4 - 2x \\ \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ y < 0 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} y > 4 - 2x \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x < 0 \\ y > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 2 \\ y < 0 \end{cases} \\ y \geq 0 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right.$$

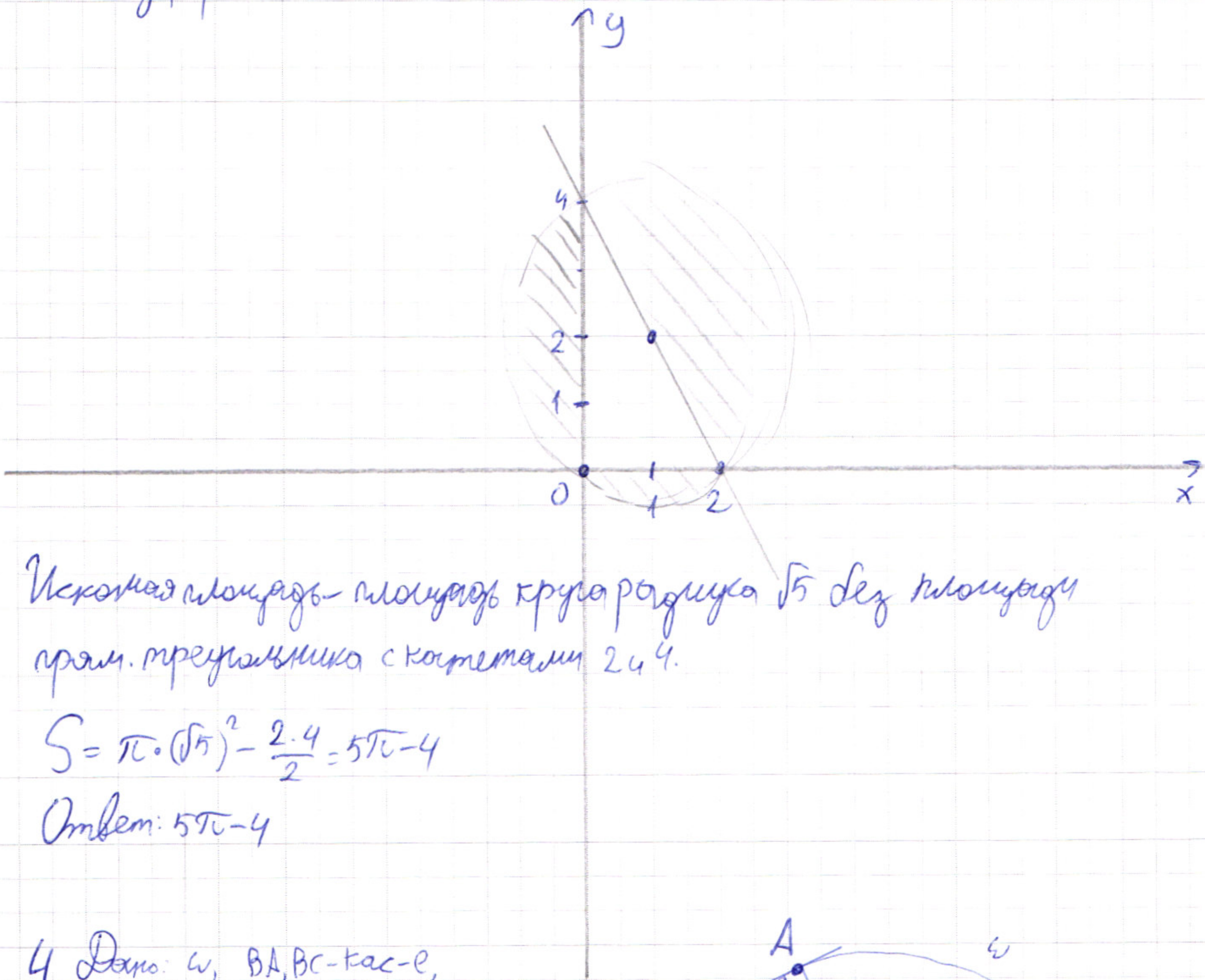
Изобразим графически:



Т.е. решение (2) — все точки плоскости без треугольника, ограниченного прямыми $x=0$, $y=0$, $y=4-2x$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда решение всей системы:



Искомая площадь - площадь круга радиуса $\sqrt{5}$ без площади прям. треугольника с катетами 2 и 4.

$S=\pi\cdot(\sqrt{5})^2-\frac{2\cdot4}{2}=5\pi-4$

Ответ: $5\pi-4$

4. Дано: ω, BA, BC - кас-е,

CH - высота,

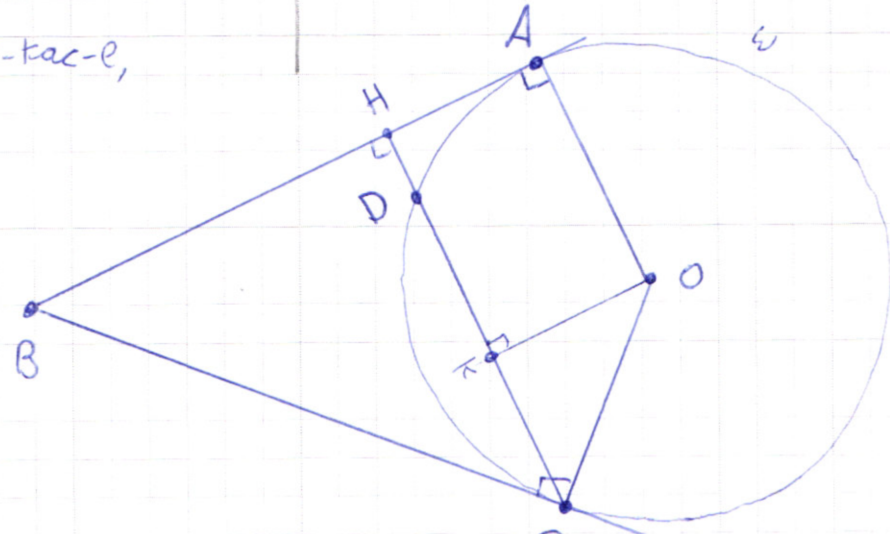
$CH\cap\omega=\{C;D\}$,

$S_{ABD}=6$,

$R_\omega=4$.

Найти: $AB:CH$.

Решение:



Пусть $\angle B = \beta$

Тогда $\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\sin\beta}$ (1)

$S_{ABD} = \frac{DH \cdot AB}{2} = 6 \Rightarrow DH \cdot AB = 12$ (2)

Из равенства степеней точки H относительно ω:

$AH^2 = HD \cdot HC \Rightarrow HD = \cancel{\frac{HC}{AH^2}} \frac{AH^2}{HC}$ (3)

Подставив в (2) (3), получим:

$AH^2 \cdot \frac{AB}{CH} = 12 \Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{12}{AH^2}$ (4)

Заметим, что $\angle HCO = 90° - \angle HCB = 90° - (90° - \beta) = \beta$

Пусть K - основание перп-ра из O на HC.

Тогда $OK = AH$

$\cancel{AH^2 = OK^2 = \left(\frac{CO}{\sin\beta}\right)^2 = \frac{16}{\sin^2\beta}}$ (5) $AH^2 = OK^2 = (CO \sin\beta)^2 = 16\sin^2\beta$

Подставим (5) в (4):

$\frac{AB}{CH} = \frac{12\cancel{\sin^2\beta}}{16\sin^2\beta} = \frac{3}{4\sin^2\beta}$ (6)

Из (1) и (6) следует:

$\frac{1}{\sin\beta} = \frac{3}{4\sin^2\beta} \quad \Big| \cdot 4\sin^2\beta \neq 0$

$4\sin\beta = 3$

$\sin\beta = \frac{3}{4}$

$\frac{AB}{CH} = \frac{1}{\sin\beta} = \frac{4}{3}$

Ответ: 4:3

7. Д

Заметим, что $f(a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n) = f(a_1) + f(a_2) + \ldots + f(a_n)$

Тогда, если $a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{\alpha_n}$, то $f(a) = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \ldots + \alpha_n p_n$ $(f(p) = p)$

$f(a \cdot 1) = f(a) + f(1)$

$f(a) = f(a) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(1) = f\left(a \cdot \frac{1}{a}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$

Тогда $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$, если $f(x) < f(y)$

1° $x = 1 \to y \geq 2$, ведь при $y \geq 2$ $\exists p > 1 : y \vdots p \Rightarrow f(y) \geq f(p) = p$

2° $x = 2 \to y \geq 3$, ведь при $y \geq 3$ либо $\exists p > 2 : y \vdots p$, либо $y = 2k$, где $k > 1$ *.

3° $x = 3 \to y \geq 4$, ведь если $y \in P$, то $f(y) > 3$, иначе $y \geq p_1 \cdot p_2 \cdot k$ и $f(y) \geq p_1 + p_2 \geq 5$

Остальные случаи разбираются аналогично, но в нек-х местах перебором:

4° $x = 4 \to y \geq 5$

5° $x = 5 \to y \geq 7$

6° $x = 6 \to y \geq 7$

7° $x = 7 \to y = 11$, $y \geq 13$

8° $x = 8 \to y = 7$, $\cancel{y \geq 10}$ $\cancel{10, 11, 12, 13, 14, 17, 18}$ $y \geq 10$

9° $x = 9 \to y = 7$, $y \geq 10$

10° $x = 10 \to y = 11$, $y \geq 13$

11° $x = 11 \to y = 13, 17$

12° $x = 12 \to y = 11$, $y \geq 13$

13° $x = 13 \to y = 17$

14° $x = 14 \to y = 11, 13, 17, 18$

15° $x = 15 \to y = 11, 13, 14, 17, 18$

16° $x = 16 \to y = 11, 13, 14, 17, 18$

17° $x = 17$ $\varnothing$

18° $x = 18$ $y = 13, 17$

Итого: $17 + 16 + 15 + 14 + 12 + 12 + 7 + 10 + 10 + 7 + 2 + 7 + 1 + 4 + 5 + 5 + 10 + 2 = 146$ пар

Ответ: 146

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \quad (1) \\ x^2-2x-4y-y^2\leq 0 \quad (2) \end{cases}$$

$(2): (x-1)^2+(y-2)^2\leq 5$

$4-2x-y=0 \quad y=4-2x$

$|2x|+|y|-4+|4-2x-y|>0$

$|4-2x-y|>4-|2x|-|y|$

$4-2x-y>4-|2x|-|y|$

$|2x|+|y|>2x+y$

$$\begin{cases} \begin{cases} x<0 \\ y<0 \end{cases} \\ y\leq 4-2x \end{cases}$$

$4-2x-y\geq 0$

$y\leq 4-2x$

$-4+2x+y>4-|2x|-|y|$

$2x-|2x|+y-|y|>8 \quad \varnothing$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

~~$f(ab)=f$~~

$f(1)=f\left(a\cdot\frac{1}{a}\right)=f(a)+f\left(\frac{1}{a}\right)=0$

$f\left(\frac{1}{a}\right)=-f(a)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(x\cdot\frac{1}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$x=1$ $y\geq 2$ $y\geq 3$

$x=2$ $f(2)=2$

$x=3$ $f(3)\geq 3$ $y\geq 4$

$a>1$
$b>1$

$f(ab)=$ ~~$f($~~ $>ab$

$x=4$ $f(4)=f(2\cdot 2)=2+2=4$

$y\geq 5$

$x=5$ $y\geq 7$

$f(abc)=f(a)+f(bc)=f(a)+f(b)+f(c)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$\angle BAC = \alpha$~~ $\angle B = \beta$

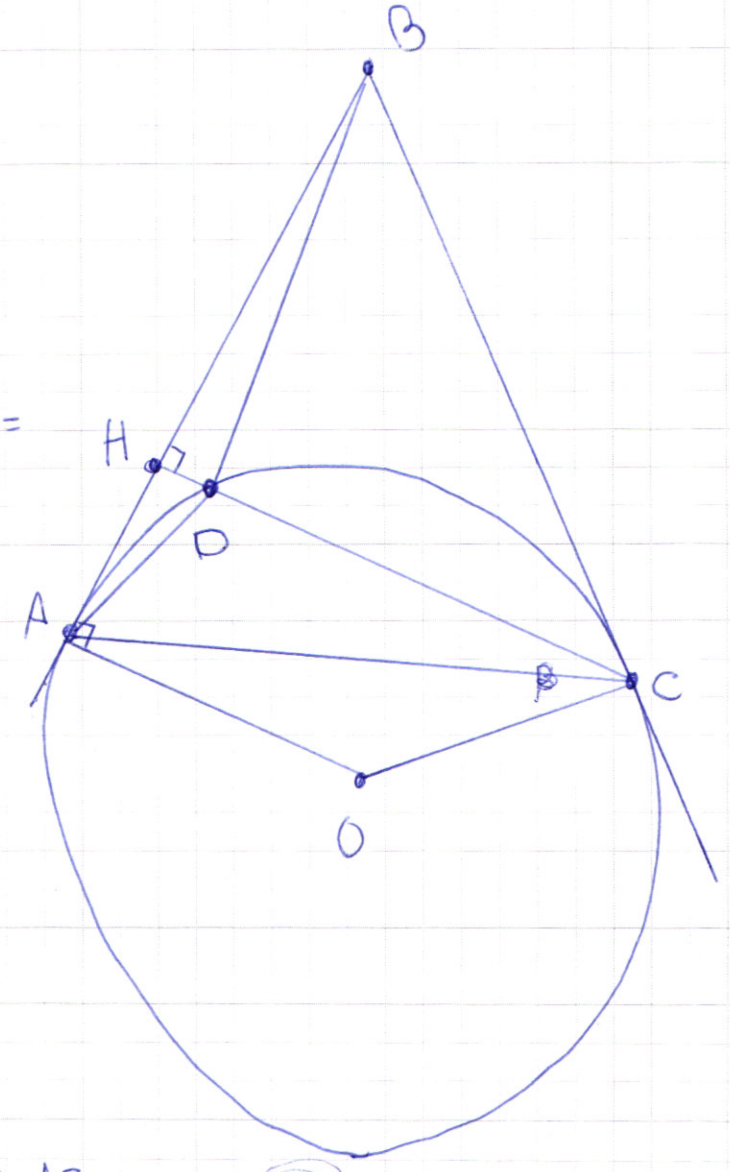
$\frac{AB}{CH} = \frac{AH}{CH} + \frac{BH}{CH} =$

$= tg\angle BAC + ctg\angle B =$

$= tg\angle BAC - ctg\, 2\angle BAC =$

~~$tg\alpha - ctg\alpha =$~~

~~$= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$~~



$AB \cdot DH = 12$

$CH = AB \sin\beta$

$\frac{AB}{CH} = \frac{1}{\sin\beta}$

$R = \frac{AC}{2\sin\beta}$ $\sin\beta = \frac{AC}{2R}$

$AB \cdot \frac{AH^2}{CH} = 12$

$AH^2 = R^2 \sin^2\beta$

$\frac{1}{\sin\beta} = \frac{3}{4\sin^2\beta}$

$\frac{AB}{CH} = \frac{12}{AH^2} = \frac{12}{R^2\sin^2\beta} = \frac{3}{4\sin^2\beta}$ $\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\sin\beta}$

$4\sin^2\beta - 3\sin\beta = 0$

$4\sin\beta = 3$

$\sin\beta = \frac{3}{4}$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$\cancel{x=t^2}$

$$\begin{cases} x=\sqrt{y}\left(\cancel{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}\right)\ 2y+\sqrt{xy} \\ \end{cases}$$

$\cancel{2y}$ $\quad x-\sqrt{xy}=2y$

$x^2-4xy+4y^2=xy$

$x^2+4y^2-5xy=0$

$(5-y^2)^2+4y^2-5(5-y^2)y=0$

$y^4-10y^2+25+4y^2-25y+5y^3=0$

$y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0$ $\quad \big|\ y-1$

$y^3+6y^2-25=0$

$\cancel{y=1}$

y^4-y^3

$6y^3-6y^2$

$-\ 6y^3-6y^2$

	1	6	0	-25
3	1	9	27	
-5	1	1	-5	0

$y^2+y-5=0$

$D=1+20=21$

$y=$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

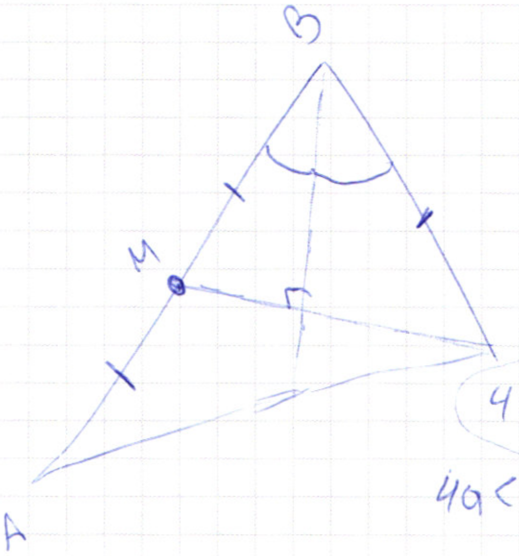
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$a \quad 2a \quad b$

$a<b<3a$

$a+b+2a=600$

$4a<a+b+2a<6a$

$4a<600<6a$

$4a<600$

$100<a<150$

$a+1 \quad 3a-1$

$2a-1$

49

101

$\sum_{a=101}^{149} 2a-1$

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+\cancel{2}y^2=5 \end{cases}$

$2\cdot101-1+2\cdot149-1=2\cdot250-2$

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x^2+4y^2-4xy=xy \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+4y^2=5xy \\ 4x^2+4y^2=20 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$

$3y^2=5xy-5$ $\quad x=5-y^2$

$x^2-4x=5xy-20$

$5-y^2-2y=\sqrt{(5-y^2)y}$

$y=\frac{x^2-4x+20}{5x}=\frac{(x-2)^2+16}{5x}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

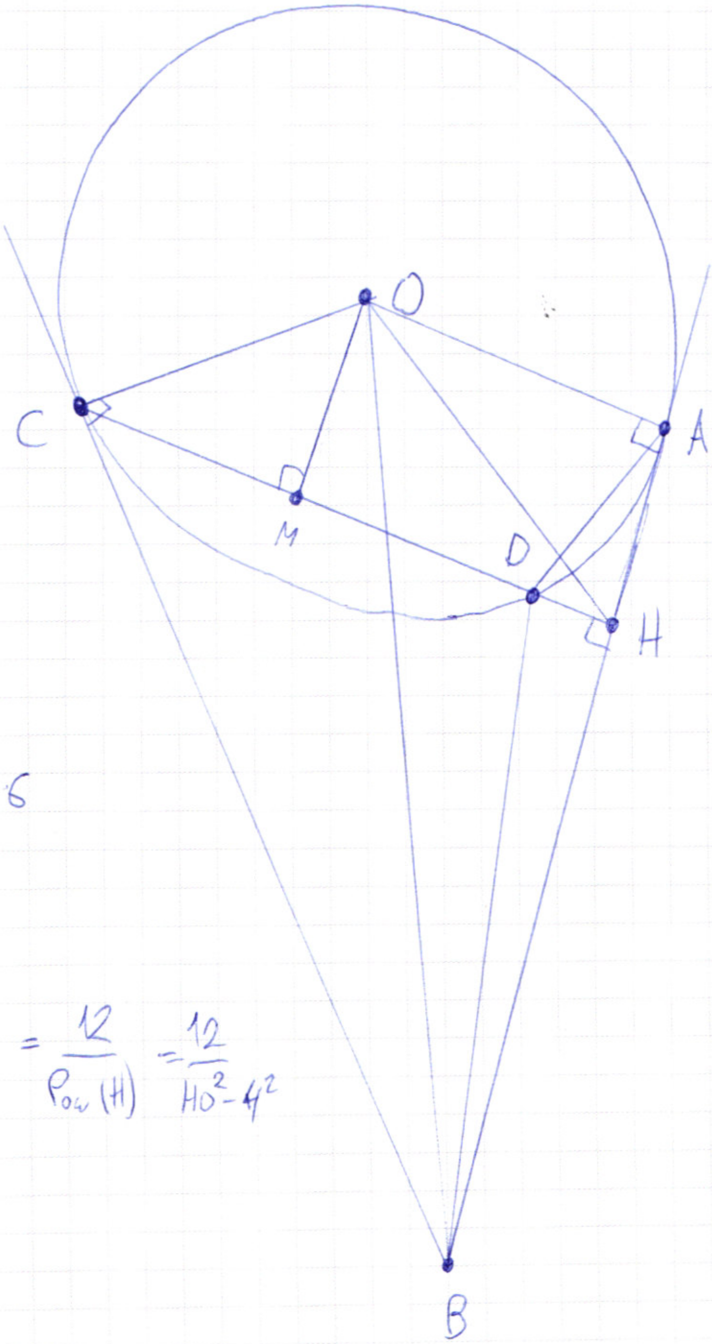
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AB^2 = BO^2 - OA^2$



$\frac{12}{OM^2}$

$\frac{DH \cdot AB}{2} = 6$

$AB = \frac{12}{DH}$

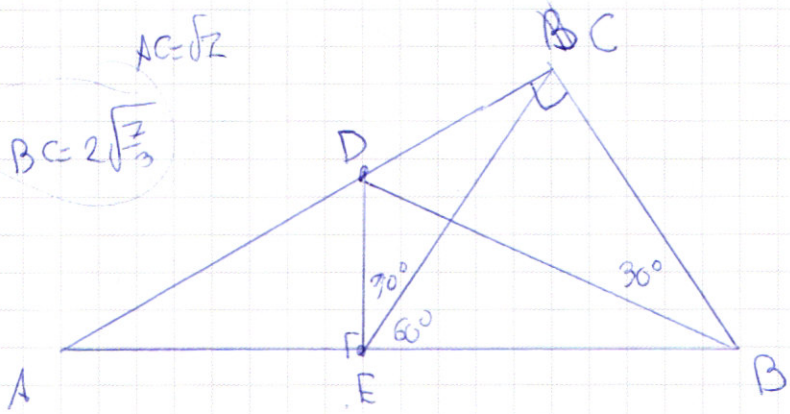
$\frac{AB}{CH} = \frac{12}{DH \cdot CH} = \frac{12}{P_{\omega}(H)} = \frac{12}{HO^2 - 4^2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$AC=\sqrt{7}$

$BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$



$\frac{AC}{BC}=\frac{AE}{DE}$

$AE\cdot AB=AD\cdot AC$

$AE=\frac{AD\cdot AC}{AB}$

$\frac{AC}{BC}=\frac{AB\cdot AC}{AB\cdot DE}$

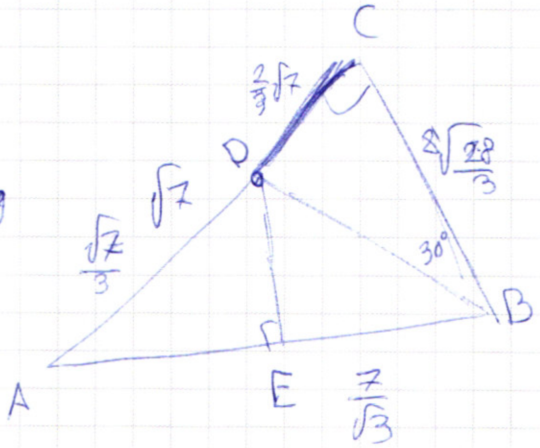
$CD=$

AD

$AC=$

$\frac{AD}{AC}=$

$21+28=49$



$CD=BC\,tg30^\circ=$

$=BC\cdot\sqrt{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{28}{9}}=\frac{2}{3}\sqrt{7}$

$f(g)=\alpha_1 p_1+$

~~17~~ ~~16~~ 15 ~~14~~ ~~12~~ ~~12~~ ~~7~~ ~~10~~ ~~10~~ ~~7~~ ~~7~~ ~~7~~ ~~1~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~5~~ ~~8~~

$20+30+20+40+15+10+11=146$

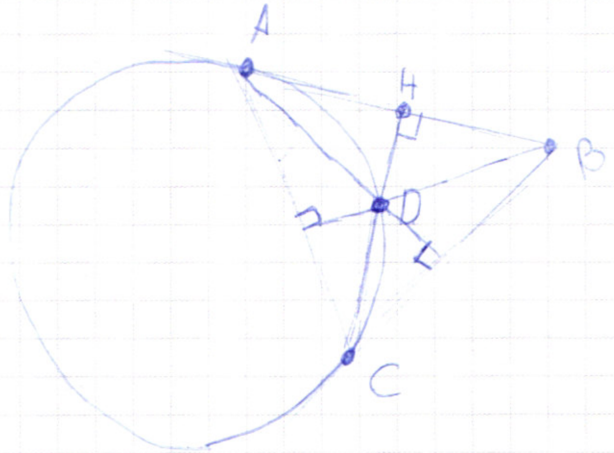
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

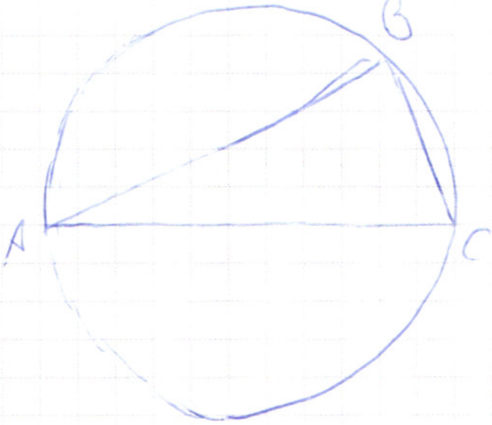
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$S_{ABD} = 6 \quad DH \cdot AB = 12$

$HA^2 = DH \cdot CH = 12 \cdot \frac{CH}{AB}$

$\sqrt{BA^2 + BO^2 - 16}$

$\frac{AB}{CH} = \frac{12}{AH^2} = \frac{12}{AC^2 - CH^2}$

$\frac{BH}{\sqrt{BO^2-16}} = \frac{BK}{BO}$

$\frac{AB}{CH} = \frac{12}{AH^2}$

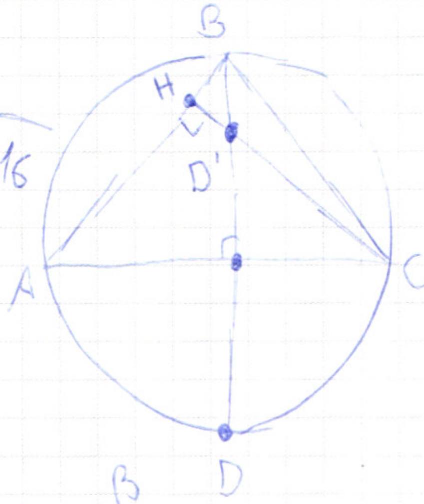
$\cancel{AC=}$

$\frac{AC}{2\sin\alpha} = 4$

$\frac{BH}{BA} = \frac{BK}{BO}$

$\cancel{BH \cdot BA}$

$AB \cdot \frac{HA^2}{CH} = 12$



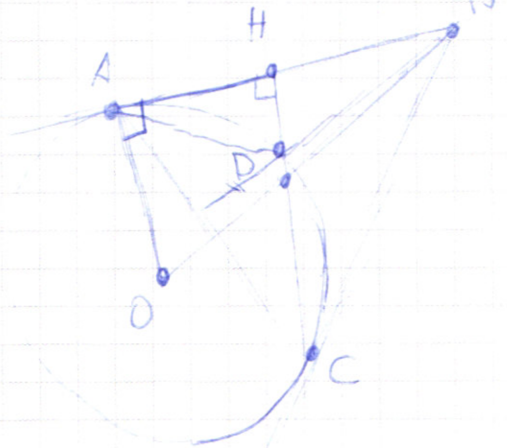
$AB \cdot DH = 12$

$HA^2 = DH \cdot CH$

$AC^2 - CH^2 = DH \cdot CH$

$AC = CH\,(CH + DH)$

$\frac{CH}{AB}$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x||x-2|}=$$

$x^2-6x+10\neq 0$

$(x-3)^2+1$

$|x-3|^2-2|x-3|+1=\cancel{|x-3|(|x-3|-2)+1}$

$$\frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x(x-2)|}$$

$|x-3|-1=0$

$|x-3|=1$

$3-x=1$ $\quad x=2$

$x-3=1$

$x=4$

$2x^2-4x$

$2x(x-2)$

$2x(x-2)+|x-2|\cdot|x|\leq 0$

1° $x<0$

$2x(x-2)+x(x-2)=3x(x-2)>0$

2° $0\leq x\leq 2$

$2x(x-2)-x(x-2)\leq 0$

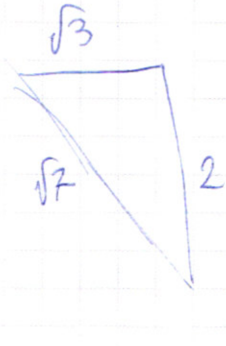
$x(x-2)\leq 0$ ✓

$x>2$

$2x(x-2)+x(x-2)=3x(x-2)$

$2\sqrt{\frac{7}{3}}=\sqrt{\frac{28}{3}}$

$\sqrt{\frac{28}{3}}\cdot\sqrt{1}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$



☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)