МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство
$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе
$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 18$, $1\leqslant y\leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N 1.

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x||x-2|}\le 0$$

Рассмотрим совокупность 4 систем

(1) $\begin{cases} x\ge 3 \\ \frac{x^2-6x+10-2x+6}{2x^2-4x+x^2-2x}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{x\ge 0}\ x\ge 3 \\ \frac{(x-4)^2}{3x^2-6x}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=4 \\ 0<x<2 \end{array}\right. \end{cases}$ $x=4$

(2) $\begin{cases} 2\le x<3 \\ \frac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x+x^2-2x}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2\le x<3 \\ \frac{(x-2)^2}{3x^2-6x}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2\le x<3 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 0\le x<2 \end{array}\right. \end{cases}$ $x=2$

(3) $\begin{cases} 0\le x<2 \\ \frac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x-x^2+2x}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 0\le x<2 \\ \frac{(x-2)^2}{x^2-2x}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 0\le x<2 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 0<x<2 \end{array}\right. \end{cases}$ $0<x<2$

(4) $\begin{cases} x<0 \\ \frac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x+x^2-2x} \end{cases}$ $\begin{cases} x<0 \\ \frac{(x-2)^2}{3x^2-6x}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<0 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 0<x<2 \end{array}\right. \end{cases}$ $x\in\varnothing$

Тогда решением этой совокупности является $x\in(0;\ 2]\cup\{4\}$

Но $\cancel{x}\ \cancel{x}$ $2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|\ne 0$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 0 \end{array}\right. \\ 2x^2-4x+x^2-2x\ne 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 0 \end{array}\right. \\ 3x^2-6x\ne 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x\ne 0 \\ x\ne 2 \end{array}\right. \end{cases}$ $x\ne 0\ x\ne 2$

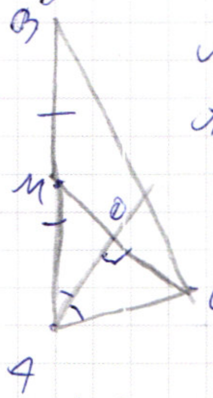
$\begin{cases} 0<x<2 \\ 2x^2-4x-x^2+2x\ne 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 0<x<2 \\ x^2-2x\ne 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 0<x<2 \\ x\ne\ x\ne 2 \end{cases}$

Тогда решения $x \in (0; 2] \cup \{4\}$ но при этом $x \neq 0$ $x \neq 2$ $\Rightarrow$ решения данного неравенства $x \in (0; 2) \cup \{4\}$

Ответ: $x \in (0; 2) \cup \{4\}$

№2

Рассмотрим треугольник у которого одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.



Пусть вершины этого треугольника ABC. Так что биссектриса угла A перпендикулярна ~~биссектрисе~~ медиане к стороне AB. Точка M - середина AB, ~~и~~ точка O - точка пересечения биссектрисы из угла A и медианы ~~из~~ к стороне AB.

Рассмотрим $\triangle AMO$ и $\triangle AOC$

$$\left.\begin{array}{l} AO \text{ - общая} \\ \angle MAO = \angle OAC \text{ (т.к. } AO \text{ - биссектриса)} \\ \angle MOA = \angle AOC \text{ (т.к. } AO \perp OC) \end{array}\right| \Rightarrow \triangle AMO = \triangle AOC \Rightarrow$$

$\Rightarrow AM = AC \Rightarrow$ если у треугольника одна из биссектрис ~~равна~~ перпендикулярна одной из медиан то сторона к которой проведена медиана равна удвоенной длине другой стороны.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

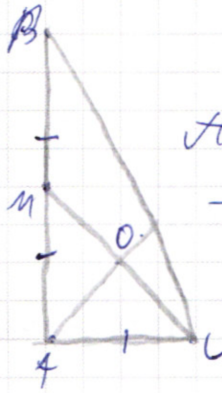
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Докажем что если у треугольника 1 из сторон равна половине другой то у этого треугольника 1 из биссектрис перпендикулярна 1 из медиан.



Пусть $AB=2AC$. Тогда ~~…~~

Пусть M – середина $AB \Rightarrow CM$ – медиана к стороне AB. Пусть точка O это точка пересечения CM и биссектрисы из угла A.

Р-м $\triangle MAO$ и $\triangle CAO$

$AM=AC$ (так как $AB=2AC$, а $AM=\frac{1}{2}AB$)

AO – общая.

$\angle MAO=\angle OAC$ (т.к. AO – биссектриса)

$\Rightarrow \triangle MAO=\triangle CAO \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MOA=\angle AOC$ и так как MOC лежат на одной прямой то $\angle MOA+\angle AOC=180 \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle MOA=\angle AOC=90 \Rightarrow MC \perp AO$ ч.т.д.

Значит подходят все треугольн. стороны которых равны $2x$ x и a где x и a – целые числа $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x < x+a \\ a<3x \\ 3x+a=600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > x \\ a < 3x \\ a+3x=600 \end{cases} \quad \begin{cases} a > 150 \\ a < 300 \\ a+3x=600 \end{cases}$$

если $a \leq 150$ то $3x \geq 450 \Rightarrow x \geq 150 \Rightarrow a \leq x$

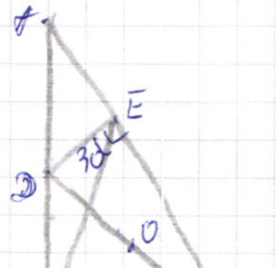
если $a \geq 300$ то $3x \leq 300 \Rightarrow x \leq 100 \Rightarrow 3x \leq a$

$a \,\vdots\, 3$ так как ~~если a~~ $3x \,\vdots\, 3$ и $600 \,\vdots\, 3 \Rightarrow$
$a \,\vdots\, 3$ так как если сумма кратна 3 и одно из слагаемых тоже кратно 3 то и в должно быть кратно 3.

$$\begin{cases} a \equiv_3 0 \\ 150 < a < 300 \end{cases}$$ таких a всего 49, а так как a однозначно задаёт x то таких треугольников всего 49

Ответ: 49.

Задача 5



Дано:
$\triangle ABC$
$\angle C = 90$
$\angle CED = 30$
$AC = \sqrt{7}$
$CB = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

S_{AED}
$\frac{AD}{AC}$

$DEBC$ - вписан так как $\angle DCB + \angle DEB = 180 \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DEC = \angle DBC = 30$ так как опираются на 1 дугу.
$2CD = DB$ так как $\angle DCB = 90$ а ~~углом~~ угол $CBD = 30$. Пусть $CD = x$
Тогда: $x^2 + CB^2 = 4x^2$.
$$x = \sqrt{\frac{28}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{7}$$
$$AD = AC - CD = \sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7} = \frac{1}{3}\sqrt{7}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{AD}{AC} = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{3}$$

Рассмотрим $\triangle ADE$ и $\triangle ABC$.

$\angle A$ – общий
$\angle ACB = \angle AED$ $\Big| \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{\frac{1}{3}\sqrt{7}}{AB} = \frac{AE}{\sqrt{7}}$$

$$AB^2 = CB^2 + AC^2$$

$$AB = \sqrt{7 + 4\cdot\frac{2}{3}} = 7\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$AE = \frac{\frac{7}{3}}{AB} = \frac{7}{3AB} = \frac{7}{3\cdot 7\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}}}{1} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}.$$

$$DE = \frac{BC\cdot AE}{AC} = \frac{2\sqrt{\frac{7}{3}}\sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{7}} = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{3}$$

$$S_{AED} = \frac{DE\cdot AE}{2} = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}}{2} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ $\quad S_{AED} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$

~~Час~~ Задача № 6

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 \end{cases}$$

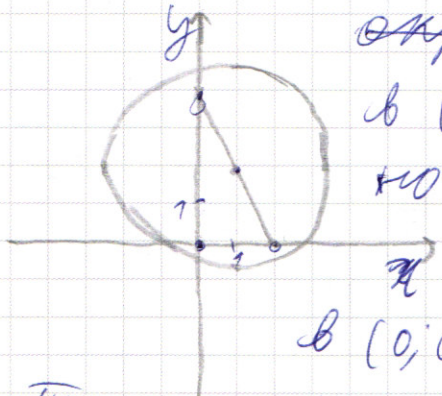
$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \\ (x-1)^2+(y-2)^2\le 5 \end{cases}$$

$(x-1)^2+(y-2)^2\le 5$ – это круг с центром в точке $(1;2)$ и радиусом $\sqrt{5}$

Очевидно что $|2x|+|y|+|4-2x-y|\ge 4$ имеет решения при любых x и y.

Но А $|2x|+|y|+|4-2x-y|=4$ это треугольник с вершинами в точках $(0;0)$; $(0;4)$; $(2;0)$

Тогда наша система ~~имеет~~ неравенств ~~имеет~~ это:



~~окружность~~ круг с центром в $(1;2)$ и радиусом $\sqrt{5}$ но из него вырезали треугольник с вершинами в $(0;0)$ $(0;4)$; $(2;0)$.

~~Ну т~~ Тогда площадь этого круга без треугольника равна $5\Pi - S_т = 5\Pi - 4$

Ответ: $S = 5\pi - 4$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases} \qquad xy\geq 0$$

$$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy \\ x+y^2=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-5xy+4y^2=0 \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

пара чисел $(x_0;0)$ не является решением ~~то~~ поэтому мы можем разделить первое равенство на y^2

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^2}-5\frac{x}{y}+4=0 \\ x+y^2=5 \end{cases} \qquad \text{Пусть } \frac{x}{y}=t$$

Тогда $t^2-5t+4=0$

$D=25-16=9$

$t_{12}=\frac{5\pm3}{2} \qquad t_1=4 \quad t_2=1.$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{x}{y}=1 \\ x+y^2=5 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x}{y}=4 \\ x+y^2=5 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=y \\ y^2+y-5=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x=4y \\ y^2+4y-5=0 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=y \\ \left[\begin{array}{l} y=\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \\ y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x=4y \\ \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-5 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right.$$

Решением данной совокупности будут являться пары $\left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}; \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$; $\left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$; $(4;1)$; $(-20;-5)$

При всех этих парах $xy \geq 0$

Ответ: $\left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}; \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$; $\left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{1-\sqrt{21}}{2}\right)$; $(4;1)$; $(-20;-5)$.

Задача № 6

$f(1)=0$ так как $f(p)=p$ и $f(p\cdot 1)=f(p)+f(1)=p$;

f от всех остальных натуральных чисел положительно так как представляется в виде $f(k)=f(ab)$ где $a\cdot b=k$

$f(ab)=f(a)+f(b)=f(cd)+f(ek)$ где $a=c\cdot d$; a $b=e\cdot k$

и так мы придём к ~~у сумм~~ сумме.

$f(z_1)+f(z_2)+\ \ +f(z_n)$ где все z - простые

а значит ~~их~~ сумма равна $z_1+z_2+\ \ +z_n \Rightarrow$

$\Rightarrow$ равна положительному числу.

Заметим что $f\left(\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}\right)=f\left(\frac{x}{y}\right)+f\left(\frac{y}{x}\right)=f(1)=0$

так как сумма 2 чисел равна $0 \Rightarrow$ они равны по модулю но имеют ~~равные~~ разные знаки или оба равны 0, но это возможно только если $x=y=0$. Следовательно количество пар чисел x и y таких что $f(x/y)<0$ ~~равн половина от общего количества~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ их $18\cdot 18$ половина от общего числа пар различных чисел т.е. $18\cdot 17:2=17\cdot 9=153$

Ответ: 153

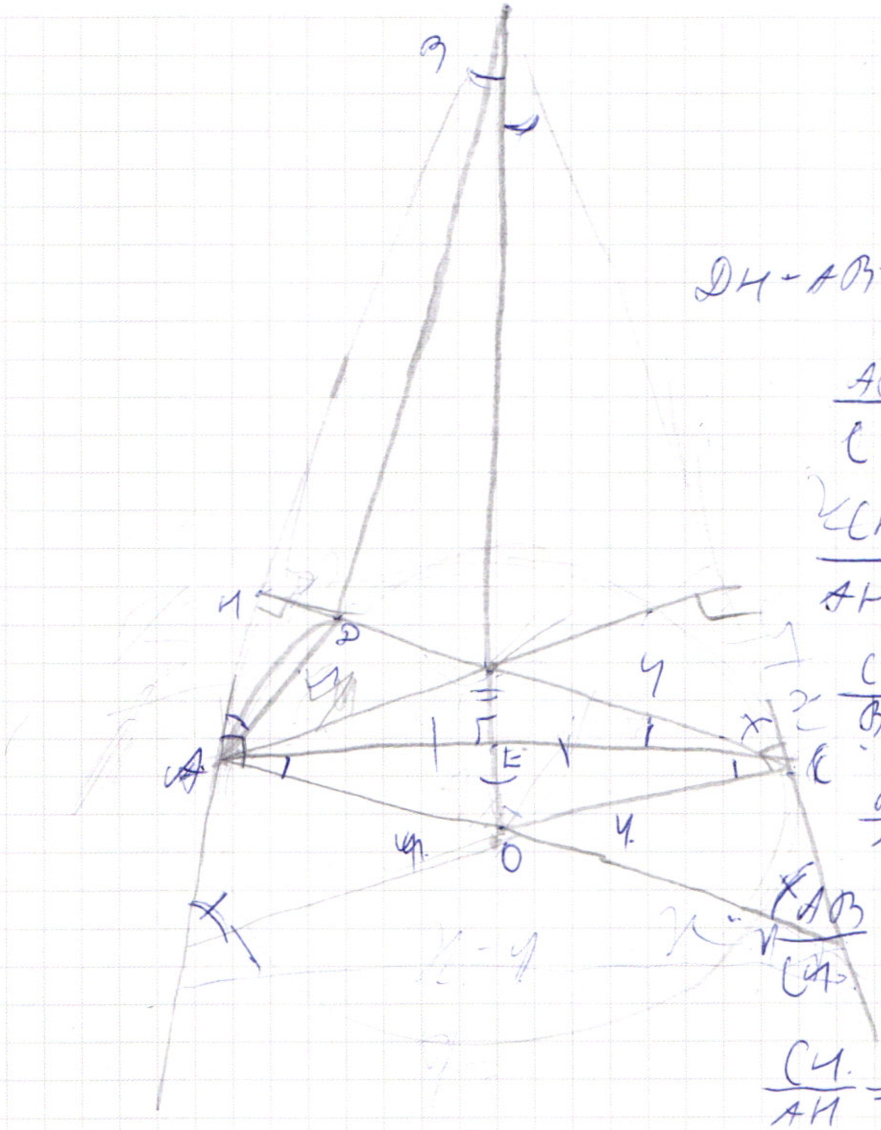
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$DH = AB = 12$

$\frac{AB}{CH} = \frac{4}{AH} = \frac{BO}{AC}$

$\frac{CH}{AH} = \frac{AB}{AB} = \frac{AC}{AD}$

$\frac{CH}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{2AE}{AC}$

$\frac{BO}{AD} = \frac{AB}{AH} = \frac{AO}{\cancel{AD}}$

$\frac{AB}{CH} = \frac{AO}{AH} = \frac{BO}{AC}$

$\frac{CH}{AH} = \frac{AH}{HD} = \frac{CA}{AD}$

$\frac{CH}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{AH}{AC}$

$\frac{BO}{AD} = \frac{AB}{AH} = \frac{AO}{HD} \quad \frac{BO}{AH} = AB$

☑ черновик ☐ чистовик

Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$f(1)=0$ $f(4)=4$ $f(7)=7$ $f(10)=7$ $f(13)=13$

$f(2)=2$ $f(5)=5$ $f(8)=6$ $f(11)=11$ $f(14)=9$

$f(3)=3$ $f(6)=5$ $f(9)=6$ $f(12)=12$ $f(15)=8$

$f(16)=0$ $f(17)=17$ $f(18)=8$

$f(\frac{1}{1})=0)$

$f(0,5)=-5)$

$f(0,5)=-2$

$f(\frac{x}{y})+f(\frac{y}{x})=0$

$f(1)=0=2$

$f(0,3\frac{10}{3})\cdot f(\frac{3}{10})=0$

$f(\frac{x}{y})$ — не успел.

$9\cdot 15$

$f(\frac{y}{x})$ $18\cdot 17=$

$x=18$ $y=18;\ 9;\ 6;\ 3;\ 2;\ 1\cdot 6$

$x=17$ $y=17;\ 1\ \ 2$

$x=16$ $y=16;\ 8;\ 4;\ 2;\ 1\ \ 5$

$x=15$, $y=15;\ 5;\ 3;\ 1\ \ 4$

$x=14$; $y=7;\ 2;\ 1;\ 14\ \ 4$

$x=13$ $y=13;\ 1\ \ 2$

$x=12$, $y=12;\ 6;\ 4;\ 3;\ 2;\ 1\ \ 6$

$x=11$ $y=11;\ 1\ \ 2$

$x=10$ $y=10;\ 5;\ 2;\ 1\ \ 4$

$x=9$ $y=9;\ 3;\ 1\ \ 3$

$x=8$ $y=8;\ 4;\ 2;\ 1\ \ 4$

$x=7$ $y=7;\ 1$

$x=6$ $y=6;\ 3;\ 2;\ 1\ 4$

$x=5$ $y=5;\ 1;\ 2$

$x=4$ $y=4;\ 2;\ 1\ 3$

$x=3$ $y=3;\ 1\ 2$

$x=2$ $y=2;\ 1\ 2$

$x=1$ $y=1\ \ 1$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 9 \\ \hline 153 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 153 \\ -\ 29 \\ \hline 124 \end{array}$$

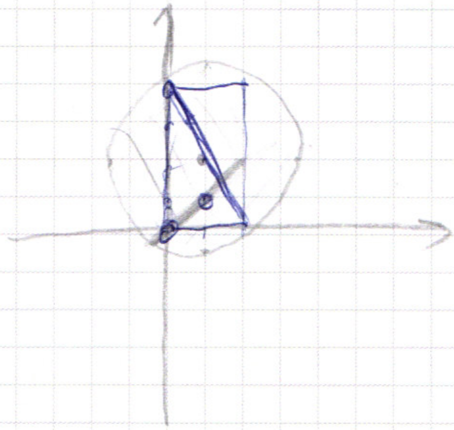
8, 13, 17, 21, 23, 24, 31, 35, 38, 42, 44, 46, 48, 50, 53, 55, 57, 58

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \\ x^2-2x+1+y^2-4y+4\le 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-2)^2\le 5 \\ \end{cases}$$



$|4-2x-y|>4$

$4-2x-y>4$ 0,5

$-2x-y>0$ 1 3

$2x+y<0$

$2x<-y$

$$\begin{cases} 2x<-y \\ 2x<8-y \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} -2x>y \\ -2x+8>y \end{array}\right. \quad -2x>y$$

$x=2$

$y=y$

$-2x-y>-8$

$2x+y<8$

$2x<8-y$

$x=1$

$y=2$

$2x$ $x\le -2$

4 1 1 2,5

$|2x|+|y|+|4-2x-y|>4$

1 2 0,2 0,5

$x=0$ 0

$2x+y<4$

$x=0$ $y=4$ $x=0$ $x=0$

$f(1)=0$

0 3

$f(ab)=f(a)+f(b)$

подиць

$f(p)=p$ $f(4)=4$ $f(7)=7$

$f(2)=2$ $f(5)=5$ $f(8)=6$

$f(3)=3$ $f(6)=5$ $f(9)=6$

$f(10)=7$

$f(11)=11$ $f(12)=17$ $f(13)=13$

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$

$xy>0$

25 −25

$$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$x^2-5xy+4y^2=0$

$x+y^2=5$

$y\neq 0$

$\frac{x^2}{y^2}-5\frac{x}{y}+4=0$

$x=5$

$\frac{x}{y}=t$

$t^2-5t+4=0$

$D=25-16=3^2$

$t=\frac{5\pm 3}{2}$ $t=4$ $t=1$

$$\begin{cases} \frac{x}{y}=1 \\ x+y^2=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=y \\ y^2+y-5=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4y \\ y^2+4y-5=0 \end{cases}$$

$D=1+20=21$

$y=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$

$D=16+20=36=6^2$

$y_{12}=\frac{-4\pm 6}{2}$

$y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

$x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

$y=\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$

$x=\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$

$y=1$ $y=-5$

$x=4$ $x=-20$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

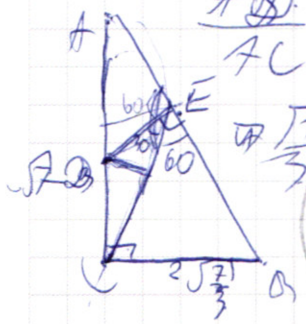
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

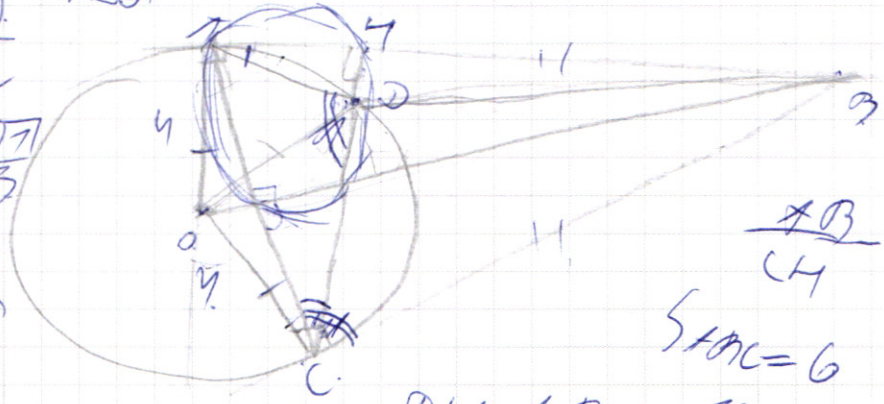
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S_{AESF} =)$



$\frac{AB}{AC}$

$\frac{\sqrt{7}}{3}$



$\frac{AB}{CH} >$

$S_{ABC} = 6$

$DH \cdot AB = 12.$

$AB = \frac{12}{DH}$

$S.AOB = \frac{2 \cdot 12}{DH} = \frac{24}{DH}.$

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy} \\ x + y^2 = 5 \end{cases}$$

$y^2 = 5 - x$

$7 + 4 \cdot \frac{7}{3} = \frac{21 + 28}{3} = \frac{49}{7} = 7\sqrt{\frac{7}{3}}$

$AD = 1$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{CB}$

$f(p) = p$

$1 \le x \le 18$

$1 \le y \le 18$

$f(x/y) < 0$

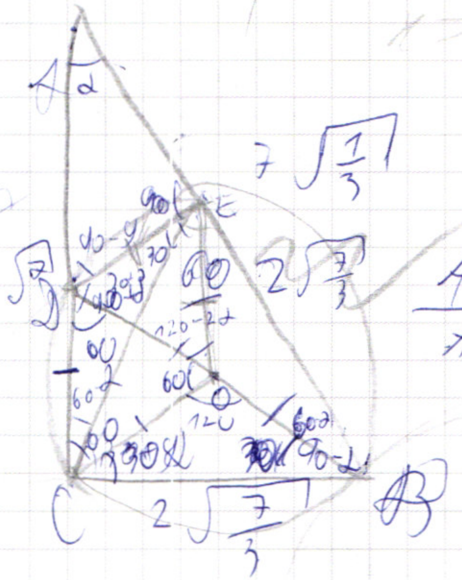
$f(x/y) = f(x \cdot \frac{1}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y})$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{AD}{AC}=\frac{2\sqrt{7}-2}{3\sqrt{7}}=$$

$$=\frac{49-2\sqrt{7}}{21}$$

$$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$$

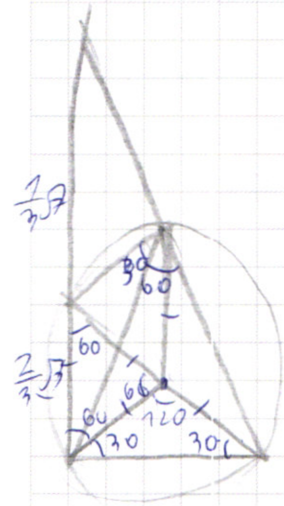
$$AE\cdot AB=AC\cdot AD$$

$$\frac{AE\cdot AB}{AC}=\frac{AD}{AC}$$

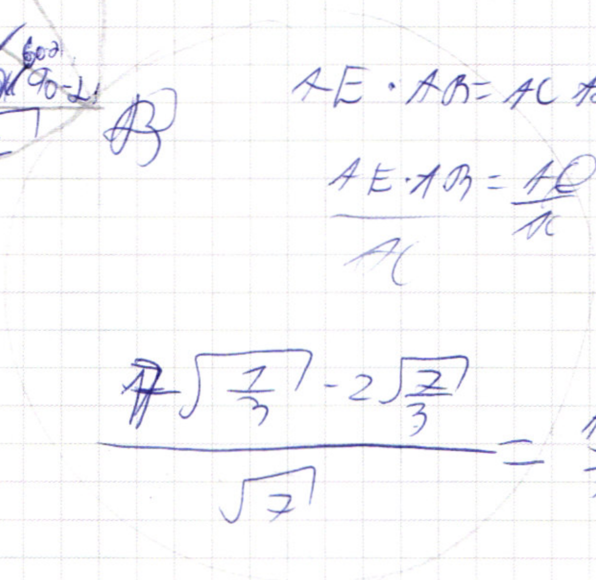
$$S=AB\cdot DH.$$

$$S=$$

$$\frac{7\sqrt{\frac{7}{3}}-2\sqrt{\frac{7}{3}}}{\sqrt{7}}=\frac{AD}{7\sqrt{\frac{1}{3}}}$$



$$AB=\frac{\frac{49}{3}-\frac{2}{3}\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$



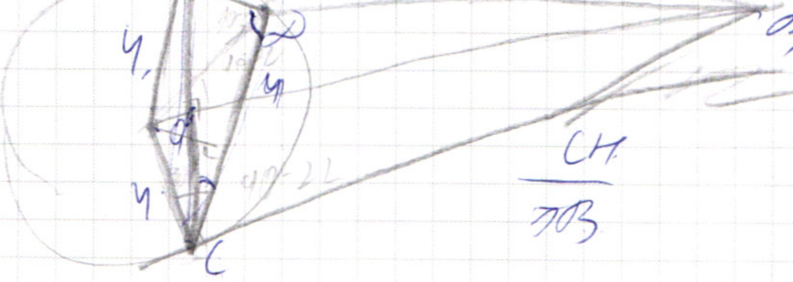
$$AD=\frac{7\sqrt{7}}{3}-\frac{2}{3}=\frac{2\sqrt{7}-2}{3}$$

$$BC^2=\frac{4\cdot 7}{3}$$

$$4x^2=28 \qquad x^2=\frac{28}{9} \qquad x=\frac{2}{3}\sqrt{7}$$

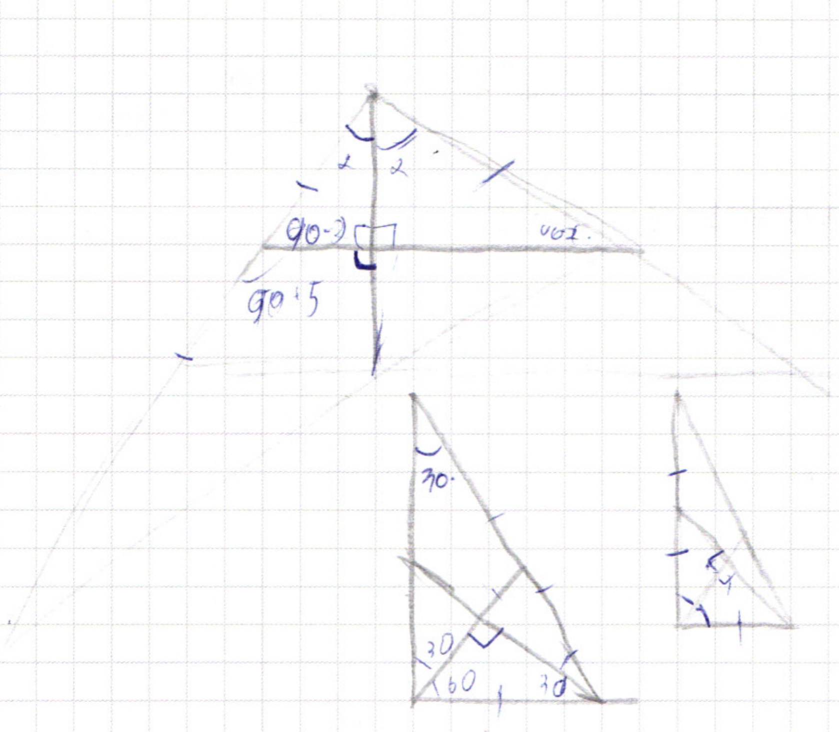
$$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$$

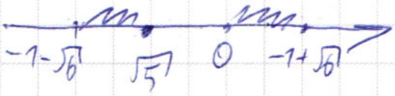
$$\frac{AB}{CH}=\frac{x}{AH}=\frac{90}{2x}$$



$$\frac{CH}{AB}$$

$$\frac{AB}{CH}=\frac{AO}{AH}=\frac{90}{14}$$





$3x + a = 600$

$3x = 600 - a$

$y^2=$

а тропно 3

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}=t \\ x+y^2=5 \end{cases}$

3

$\begin{cases} 3x+a=600 \\ a>x \end{cases}$ $2x$ $\Rightarrow x<1500$

$a > x$

$4x = 600$

$x = 1500$

$x = 5 - y^2$ $\quad xy \geq 0$

$5 - y^2 - 2y = \sqrt{xy}$

$\begin{cases} 3x+a=600 \\ 300>a>1500 \end{cases}$

$3x > a$

$y^2 + 2y - 5 = -\sqrt{xy}$

$-1-\sqrt{6}$ $\quad 753 \quad 756$

~~206~~ $207 >$

296

753

$744 \,|\, 3$

$72 \quad 48$

24

$y^2+2y-5 \leq 0$

$D = 4 + 20 = 24$ $\quad 49$

$=\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$y^2+2y-5=-\sqrt{5y}$

$=-\sqrt{5y-y^3}$

$-y^3+5y \geq 0$

$y(-y^2+5) \geq 0$

$-1 +$

$y = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$

$y = -1 \pm \sqrt{6}$

$+ \quad - \quad + \quad -$

$-\sqrt{5} \quad 0 \quad \sqrt{5} \quad y$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\le 0$$

$2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|\ne 0 \Rightarrow x\ne 0 \quad x\ne 2$

$x\ge 3$

$$\frac{x^2-6x+10-2x+6}{2x^2-4x+x^2-2x}\le 0$$

$$\frac{x^2-8x+16-a}{3x^2-6x}\le 0$$

$x=4.$

$0<x\le 2$

$$\frac{(x^2-4)^2}{3x(x-2)}\le 0 \quad (x-4)^2\ge 0$$

$x=4$

$x=4$

$0\le x<2$

$3x(x-2)<0$

$3x$

$x>0 \quad x-2\le 0 \quad 0<x<2$

$2\le x<3$

$x\ne 2.$

$$\frac{x^2-6x+10+2x-6}{3x^2-6x}=\frac{x^2-4x+4}{3x(x-2)}=\frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}\le 0 \quad (x-2)^2\ge 0$$

$3x \quad 0<x<2. \Rightarrow x=2 \quad \cancel{x<0}$

$0\le x\le 2$

$x=$

$\cancel{x=2}$

$$\frac{x(x-2)^2}{2x^2-4x+x(x-2)}\le 0$$

$2x^2-4x-x^2+2x = x^2-2x\le 0$

$$\frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}\le 0$$

$x(x-2)\le 0$

$3x<0$

$0<x<2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)