МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leq 0$$

$$\frac{(x-3)^2+1-2|x-3|}{2(x^2-2x)+|x^2-2x|}\leq 0$$

1) $x-3=0$

$x=3$

2) $x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

	I	0 II	2 III	3 IV
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$+$
x^2-2x	$+$	$-$	$+$	$+$

$x\in(-\infty;0]$

I. $$\frac{(x-3)^2+1+2(x-3)}{2(x^2-2x)+(x^2-2x)}\leq 0$$

$$\frac{(x-1)(x-3)+1}{3(x^2-2x)}\leq 0 \quad \Big|\cdot 3(x^2-2x),\ x^2-2x\geq 0,\ \text{т.е. знак не меняется}$$

$(x-1)(x-3)+1\leq 0$

$x^2-4x+3+1\leq 0$

$(x-2)^2\leq 0$

$(x-2)^2=0 \Rightarrow x=2,\ x\notin(-\infty;0]\ \varnothing$

ОДЗ: $x\in(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$

$2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|\neq 0$

1) $x^2-2x\geq 0$

$x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$

$2x^2-4x+x^2-2x\neq 0$

$3(x^2-2x)\neq 0$

$x\neq 2$

2) $x^2-2x<0$

$x\in(0;2)$

$2x^2-4x-(x^2-2x)\neq 0$

$x^2-2x\neq 0$

$x\neq 2$

II. $x \in (0;2]$

$$\frac{(x-3)^2+1+2(x-3)}{2(x^2-2x)-(x^2-2x)} \leq 0$$

$$\frac{(x-1)(x-3)+1}{x^2-2x} \leq 0 \quad \Big| \cdot x^2-2x,\ x^2-2x<0 \Rightarrow \text{знак меняется}$$

$$(x-1)(x-3)+1 \geq 0$$

$$x^2-4x+3+1 \geq 0$$

$$(x-2)^2 \geq 0$$

$\cancel{(x-2)^2=0}$

$\cancel{x=2}$, $\cancel{x\in(0;2}$

x – любое, т.к. квадрат $\forall$ числа неотриц. $\Rightarrow x \in (0;2]$

III. $x \in (2;3]$

Аналогично I: $x=2,\ x \notin (2;3]$ $\varnothing$

IV. $x \in (3;+\infty)$

$$\frac{(x-3)^2+1-2(x-3)}{2(x^2-2x)+(x^2-2x)} \leq 0$$

$$\frac{(x-5)(x-3)+1}{3(x^2-2x)} \leq 0 \quad \Big| \cdot 3(x^2-2x),\ x^2-2x \geq 0 \Rightarrow \text{знак не меняется}$$

$$(x-5)(x-3)+1 \leq 0$$

$$x^2-8x+15+1 \leq 0$$

$$(x-4)^2 \leq 0$$

$$(x-4)^2 = 0$$

$x=4$, $x \in (3;+\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \cancel{\varnothing}\ x \in \varnothing \\ x \in (0;2] \\ x \in \varnothing \\ x \in \{4\} \end{array} \right. \\ x \in (-\infty;2) \cup (2;+\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (0;2] \cup \{4\} \\ x \in (-\infty;2) \cup (2;+\infty) \end{cases}$$

$$x \in (0;2) \cup \{4\}$$

Ответ: $x \in (0;2) \cup \{4\}$

№2

1) Предположим, что между бисс. и высотой, провед. из одной вершины, может быть углом $90°$. Обознач. ΔABC, бисс. $- BL$, медиана $- BM$. Тогда $\angle BML = 90°$.

1) $\angle CBL = \angle LBM + \angle CBM$

$\Downarrow$

$\angle CBL \geq \angle MBL$

$\angle CBL \geq 90°$

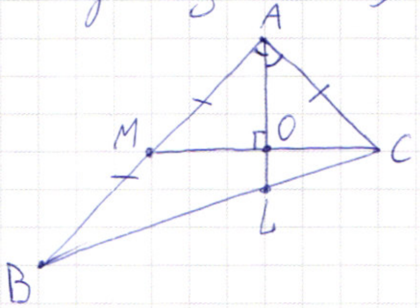
2) $\angle ABC = \angle ABL + \angle CBL = 2\angle CBL$

$\Downarrow$

$\angle ABC \geq 180°$, что невозможно в треугольнике.

Возникает противоречие $\Rightarrow$ предположение неверно.

2) Пусть ΔABC удовлетворяет условию. ~~Пусть~~ ~~угол между~~ Не умаляя общности считаем, что бисс. AL и медиана CM перпендикулярны (бисс. и медиана не могут быть провед. из одной вершины, как мы доказ. выше).



Заметим, что Δ ~~A~~ MAC – равнобедр. (с осн. CM), т.к. его бисс. совпадает с высотой.

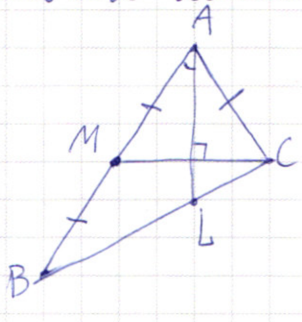
$$\Downarrow$$

$$AC = AM$$

$$\Downarrow$$

$$AC = \frac{1}{2}AB$$

3) Пусть мы имеем ΔABC такой, что $AC = \frac{1}{2}AB$.



Проведем бисс. AL и медиану CM. ~~Тогда~~ $AM = \frac{1}{2}AB = AC$

$$\Downarrow$$

ΔMAC – равнобед. (с осн. CM)

$$\Downarrow$$

$AL \perp CM$, т.к. в равнобед. треугольнике бисс. и высота совпадают.

Значит, такой Δ удовлетворяет условию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) ~~Опираясь на пункты 2 и 3~~

В пунктах 2 и 3 мы доказали, что Δ удовл. условию тогда и только тогда, когда одна из его сторон в два раза меньше другой. Обозначим эти стороны как x и $2x$. Тогда третья сторона равна $600-3x$. По неравенству треугольника:

$$\begin{cases} x+2x > 600-3x \\ x+600-3x > 2x \\ 2x+600-x > x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x > 600 \\ 600 > 4x \\ 600 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 100 \\ x < 150 \end{cases}$$

$x \in (100; 150)$

В диапазоне $(100; 150)$ лежит 49 натуральных чисел, т.е. x может принимать 49 разл. значений (т.к. $x \in N$ по усл.). Каждому значению x соотв. ровно 1 треугольник, удовлетворяющий условию, то есть существует 49 треугольников периметра 600, у кот. одна из бисс. перпендикулярна одной из медиан.

Ответ: 49.

№3

ОДЗ: $xy \geq 0$

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy} \\ x+y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy} \\ x = 5 - y^2 \end{cases}$$

$$5 - y^2 - 2y = \sqrt{(5-y^2)y} \quad \Big|^{\wedge 2}$$

$$25 + y^4 + 4y^2 - 20y - 10y^2 + 4y^3 = 5y - y^3$$

$$y^4 + 5y^3 - 6y^2 - 25y + 25 = 0$$

~~Одним из корней явл-ся y = 1 (подбор), выносим за~~

Подобрали корень $y = 1$:

$$(y-1)(y^3 + 6y^2 - 25) = 0$$

Подобрали корень $y = -5$:

$$(y-1)(y+5)(y^2 + y - 5) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} y - 1 = 0 \\ y + 5 = 0 \\ y^2 + y - 5 = 0^{*} \end{array}\right.$$

$* \; y^2 + y - 5 = 0$

$D = 1 + 4 \cdot 5 = 21$

$y_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = -5 \\ y = \dfrac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ y = \dfrac{-1 - \sqrt{21}}{2} \end{array}\right.$$

1. $y = 1$

$x = 5 - 1^2 = 4$

$x, y \in ОДЗ \; (xy \geq 0)$

2. $y = -5$

$x = 5 - (-5)^2 = 5 - 25 = -20$

$x, y \in ОДЗ \; (xy \geq 0)$

3. $y = \dfrac{-1 + \sqrt{21}}{2}$

$$x = 5 - \left(\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}\right)^2 = 5 - \frac{1 + 21 - 2\sqrt{21}}{4} = 5 - \frac{11 - \sqrt{21}}{2} =$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= \frac{10-11+\sqrt{21}}{2} = \frac{-1+\sqrt{21}}{2}$

$x = y$

$\Downarrow$

$xy \geq 0$

$\Downarrow$

$x, y \in$ ОДЗ

4. $y = \frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

$x = 5 - \left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)^2 = 5 - \frac{22+2\sqrt{21}}{4} = \frac{10-11-\sqrt{21}}{2} =$

$= \frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

$x = y$

$\Downarrow$

$xy \geq 0$

$\Downarrow$

$x, y \in$ ОДЗ

Ответ: $x, y \in \left\{(4,1); (-20;-5); \left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}; \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right); \left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)\right\}$

<u>№6</u>

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4-2x-y| > 4 & (*) \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0 & (**) \end{cases}$$

$(**)$ $x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 5 \leq 0$

$(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5$

Неравенство задает круг с ц. в точке $(1;2)$, радиусом $\sqrt{5}$ и включ. границами.

(*) $4-|2x|-|y|<|4-2x-y|$

1. $2x=0$ 2. $y=0$ 3. $4-2x-y=0$

$x=0$ $y=-2x+4$

см. Рисунок

I. $4+2x-y=4-2x-y$

$0=-4x$

$x=0$

II. $4-2x-y=4-2x-y$

$0=0$

⇓

реш. – вся полуплоскость

⇓

нерав. (**) не имеет реш. на этой полуплоск.

III. $4-2x+y=4-2x-y$

$2y=0$

$y=0$

⇓

реш. нерав.

IV. $4-2x+y=-4+2x+y$

$8=4x$

$x=2$

⇓

реш. нерав. (**) лежат над прямой $x=2$, т.е. не принадлежит полуплоск. IV

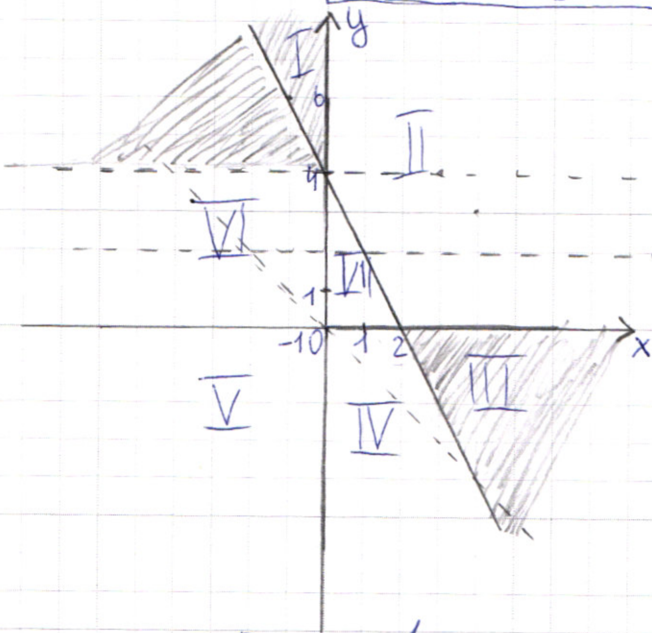


Рисунок 1.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I. $4+2x-y<4-2x-y$

$0<-4x$

$x<0$ ~~не пересек. с полуплоск. I~~

II. $4-2x-y<4-2x-y$

$0<0$

$\varnothing$

III. $4-2x+y=4-2x-y$

$2y<0$

$y<0$

IV. $4-2x+y<-4+2x+y$

$8<4x$

$2<x$, не пересек. с полуплоск. IV

V. $4+2x+y<-4+2x+y$

$4<-4$

$\varnothing$

VI. $4+2x-y<-4+2x+y$

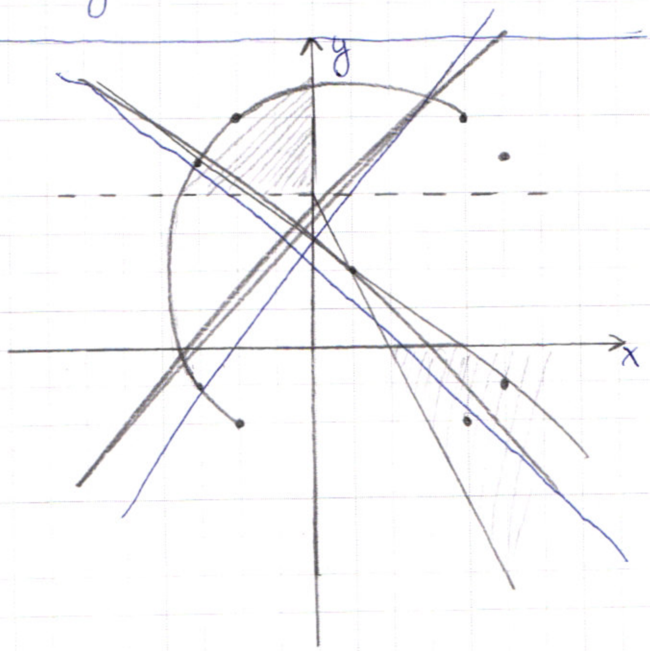
$8<2y$

$4<y$

VII. $4-2x-y<-4+2x+y$

$8-4x<2y$

$y>-2x+4$, не пересек. с полуплоск. VII



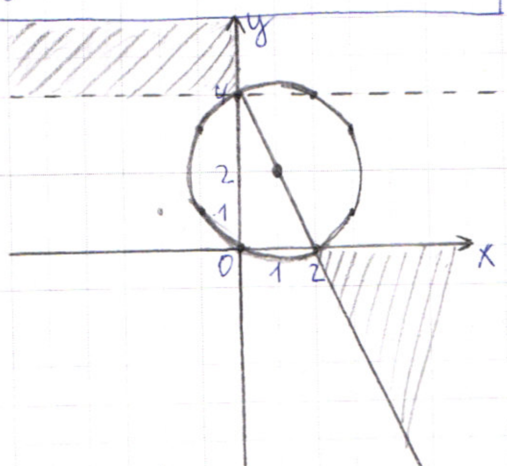


Рисунок 2

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Заметим, что решения (*) и (**) пересекаются в двух точках — (0;4) и (2;0) (см. Рисунок 2) ~~(так как диаметр круга является решением (*), это является~~ отрезок. Значит фигура, ~~явл. состоящ~~ состоящая из точек, удовлетв. системе $\begin{cases}(*)\\(**)\end{cases}$, является двумя точками, т.е. имеет нулевую площадь.

Ответ: 0.

№7.

1) Заметим, что

$f(n) = f(n^2/n) = f(n^2) + f(1/n) = f(n) + f(n) + f(\frac{1}{n})$, т.е.

$f(n) = f(n) + f(n) + f(1/n)$

$f(n) = -f(1/n)$

2) Пусть $a = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots p_m^{k_m}$, где $p_1, p_2, \ldots p_m$ — простые числа. Тогда

$f(a) = f(p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots) = f(p_1^{k_1-1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots) + f(p_1) = f(p_1^{k_1-2} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots) +$
$+ f(p_1) + f(p_1) = f(p_2^{k_2-1} \cdot \ldots) + k_1 \cdot f(p_1) + f(p_2) = k_1 \cdot f(p_1) +$
$+ k_2 \cdot f(p_2) + \ldots + k_m \cdot f(p_m) = k_1 \cdot p_1 + k_2 \cdot p_2 + \ldots + k_m \cdot p_m$

~~3) $f(x/y)$ пусть $x = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots \cdot p_m^{k_m}$, $y = q_1^{e_1} \cdot q_2^{e_2} \cdot \ldots \cdot q_n^{e_n}$~~

3) $f(x/y) > 0$

~~Тогда~~ $f(x/y) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y) > 0$

$f(x) > f(y)$

Найдем все значения $f(n)$ для натуральных $n \in [1; 18]$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

n	$f(n)$	n	$f(n)$
$1 = 1$	0^*	$10 = 2^1 \cdot 5^1$	7
$2 = 2^1$	2	$11 = 11^1$	11
$3 = 3^1$	3	$12 = 2^2 \cdot 3^1$	7
$4 = 2^2$	4	$13 = 13^1$	13
$5 = 5^1$	5	$14 = 2^1 \cdot 7^1$	9
$6 = 2^1 \cdot 3^1$	5	$15 = 3^1 \cdot 5^1$	8
$7 = 7^1$	7	$16 = 2^4$	8
$8 = 2^3$	6	$17 = 17^1$	17
$9 = 3^2$	6	$18 = 2^1 \cdot 3^2$	8

$* \; f(a) = f(1 \cdot a) = f(1) + f(a)$

$\Downarrow$

$f(1) + f(a) = f(a)$

$f(1) = 0$

Выбрать неупорядоченную пару из двух различных натуральных чисел от 1 до 18 можно $\frac{18 \cdot 17}{2} = 153$ способами. ~~Пусть x – наибольшее число из такой пары,~~

~~Выберем в паре x и y так, что $f(x) \geq f(y)$ (Это всегда можно сделать)~~

Найдем кол-во выбрать пару чисел (a, b) таких, что $f(a) = f(b)$. Таких пар $C_3^2 + C_2^2 + C_3^2 + C_2^2 = 3 + 1 + 3 + 1 = 8$. Значит, пар, где $f(a) \neq f(b)$ $153 - 8 = 145$. В каждой паре таких чисел можно выбрать x и y единственным способом так, чтобы $f(x) > f(y)$. Значит, всего существует 145 пар нат. x и y, таких что $1 \leq x \leq 18$, $1 \leq y \leq 18$ и $f(x/y) < 0$.

Ответ: 145

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\begin{cases} x-2y=2\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-\frac{5}{4}xy+4y^2=\cancel{xy}\,0 \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $f(x/y)=f(x)+f(\frac{1}{y})<0$

$-f(\frac{1}{y})>f(x)$

$x=5-y^2$ $y=2\sqrt{5-x}$

$AD:AC$

$5-y^2-2y=2\sqrt{(5-y^2)y}$

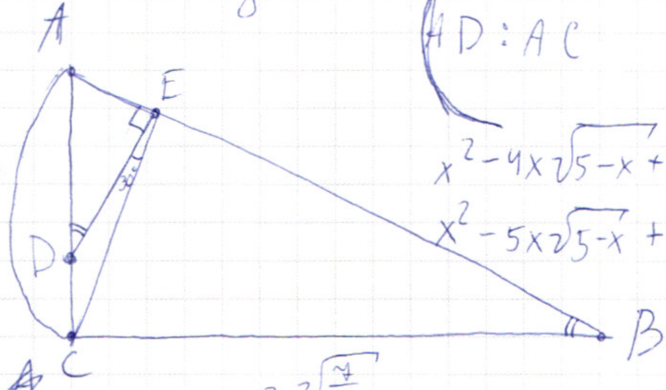
$\sqrt{7}$

$x^2-4x\sqrt{5-x}+4(5-x)=x\sqrt{5-x}$

$x^2-5x\sqrt{5-x}+20-4x=0$

$y^2+2y-5=-2\sqrt{\dots}$

$D=4+20$



$x-2\sqrt{5-x}=2\sqrt{x}\sqrt{5-x}$

$2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$7+4\frac{7}{3}=AB^2$

$\frac{21+28}{3}=AB^2$

$\frac{49}{3}=AB^2$

$AB=7\sqrt{\frac{1}{3}}$

$y^3+6y^2+0y-25 \,|\, y+5$

y^3+5y^2 ; y^2+y-5

y^2+0

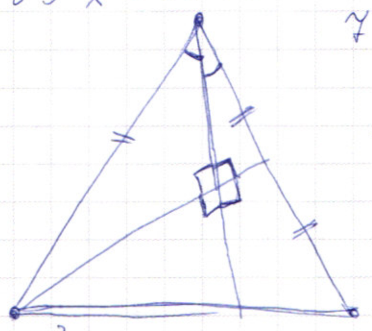
y^2+5y

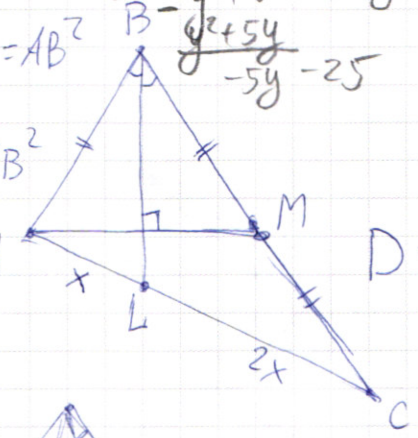
$-5y-25$

$\frac{7}{2\sqrt{\frac{7}{3}}}=\sqrt{\frac{7}{4\frac{7}{3}}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$600 \,|\, 4$; 150

$\frac{4}{20}$; $\frac{20}{}$





$D=1+20$

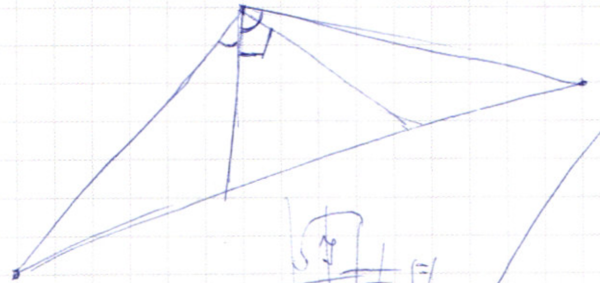
$(y+2\sqrt{x})^2-2y\sqrt{x}=5$

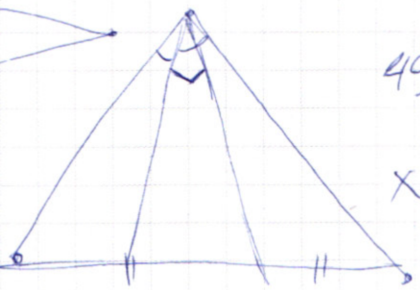
$\begin{cases} 6x>600 \\ 600>\cancel{3}4x \\ 600>2x \end{cases}$

49

$x\in(100;150)$

$\begin{cases} x>100 \\ x<150 \\ x<300 \end{cases}$





$\frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{\frac{1}{3}}}$ $\sqrt{7}$

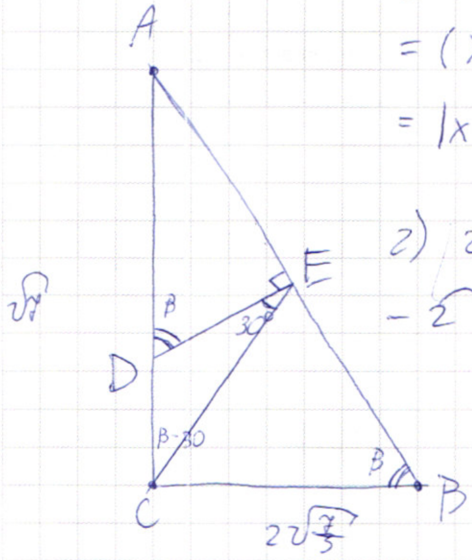
$=\frac{\sqrt{21}}{7}$

$y^2+y-5=0$

$\begin{cases} AB=x \\ BC=2x \\ AC=600-3x \end{cases}$ $5-y^2=y=x$ $\begin{cases} AB+BC>AC \to 3x>600-3x \\ AB+AC>BC \to 600-2x>2x \\ AC+BC>AB \to 600-x>x \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



1) $x^2-6x+10-2|x-3| = x^2-2\cdot 3x+9+1-2|x-3| =$

$= (x-3)^2+1-2|x-3| = |x-3|^2+1-2|x-3| =$

$= |x-3|(|x-3|-2)+1$

2) ~~$2(x^2-2x+1)-2-|\ldots|=2(x-1)^2$~~

~~$-2-|x||x-2|$~~

$2(x^2-2x)+|x^2-2x| =$

1. $x^2 \geqslant 2x$ $\quad x \geqslant 2$ $\quad$ 2. $x^2 \leq 2x$, $x \leq 2$

$3(x^2-2x) \geqslant 0$ $\quad$ $x^2-2x \geqslant 0$

$x^2 \geqslant 2x$ $\quad$ $x \geqslant$

$x \geqslant 2$

при $<$

$x<2$

$\varnothing$

$$\frac{AC}{\sin 120} = \frac{AE}{\sin\beta} = \frac{CE}{\sin(90-\beta)}$$

1) $|x-3|(|x-3|-2)+1=0$

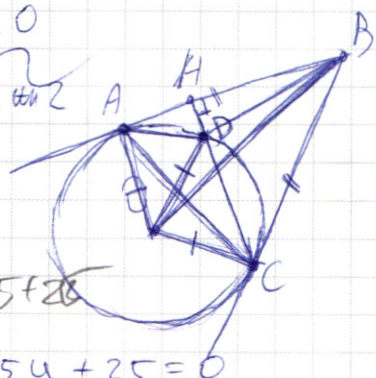
$f(y) = \ldots = f(y^2)+f(1/y)_2$ $\quad x^2-2x>0$

$x^2>2x$

$x>0$ $\quad x<0$

$x>2$ $\quad x<2$

$$\begin{array}{l|l} y^4+5y^3-6y^2-25y+25 & y-1 \\ \hline y^4-y^3 & y^3+6y^2-25 \\ \quad 6y^3-6y^2 & \\ \quad 6y^3-6y^2 & \\ \quad\quad 0 \quad -25y+25 & \end{array}$$



S_A

$S_{ABD} = \frac{DH\cdot AB}{2} = 6$

$1+5-6-25+25$

$y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0$

$25\cdot 4=100$

$x = p_1^{n_1}\cdot p_2^{n_2}\cdot\ldots$

$AB = \sqrt{OB^2-AO^2} = \sqrt{OB^2-16}$

25×5

$f(x) = p_1\cdot n_1+p_2\cdot n_2+\ldots$

$DH\sqrt{OB^2-16} = 12$ $\quad -5\cdot5\cdot5+6\cdot5\cdot5-5\cdot5$

$5-y^2-2y = \sqrt{(5-y^2)4y}$

$17\times 9 = 153$

$25+y^4+4y^2-20y-10y^2+4y^3 = 5y-y^3$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leq 0$$

$\Updownarrow$

числитель и знаменатель разного знака, т.е.

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-6x+10-2|x-3|\geq 0\\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0\end{cases} \quad \mathrm{I}\\ \begin{cases}x^2-6x+10-2|x-3|\leq 0\\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|>0\end{cases} \quad \mathrm{II}\end{array}\right.$$

I.

$$\begin{cases}(x-3)^2+1-2|x-3|\geq 0\\ 2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|<0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}(x-3)^2+1-2|x-3|\geq 0\\ 2(x^2-2x)+|x^2-2x|<0\end{cases}$$

при $x\in(-\infty;3)$

$\{(x-3)^2$

$x^2-4x+3+1$

черновик ☑ чистовик ☐

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

(Нумеровать только чистовики)