МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

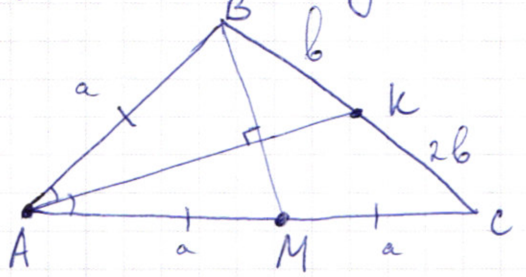
$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Возьмём любой треугольник ABC периметра 600, с целочисленными сторонами и с одной из биссектрис, совпадающей с одной из медиан.



BM - медиана
AK - биссектр.
$BM \perp AK$

В $\triangle BAM$ биссектр. совпадает с высотой $\Rightarrow \triangle ABM$ - р/б

$AM = AB = MC = a$ ← длина этих отрезков

В $\triangle ABC$ AK - бск. $\Rightarrow \dfrac{BK}{KC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{1}{2}$

$2BK = KC = 2b$ ← длина BK

$BK = b$

$\boxed{a, b > 0 \quad !!!}$

$P_{\triangle ABC} = AB + BK + KC + CM + MA = 3a + 3b = 600$

$\boxed{a + b = 200}$ ← условие, при котором $\triangle ABC$, возможно, будет существовать

Посмотрим на остальные условия существования $\triangle ABC$

$$\begin{cases} AB+BC>AC \\ BC+AC>AB \\ AC+AB>BC \\ a+b=200 \end{cases} \qquad \begin{cases} a+3b>2a \\ 3b+2a>a \\ 3a>3b \\ a+b=200 \end{cases}$$

← это всегда верно ($a,b>0$)

$$\begin{cases} a+3b>2a \\ 3a>3b \\ a+b=200 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3b>a \\ a>b \\ \cancel{a+}b=200-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (200-a)\cdot 3>a \\ a>200-a \end{cases} \qquad \begin{cases} 600-3a>a \\ 2a>200 \end{cases} \qquad \begin{cases} 600>4a \\ 2a>200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 150>a \\ a>100 \end{cases}$$

При этих условиях $\triangle ABC$ точно будет существовать

~~[illegible]~~ $a\in(100;150)$, т.е. может принимать всего 49 целых значений.

Зная a, мы можем однозначно найти b. Узнав a и b, мы узнаем три стороны треугольника, а значит, однозначно определим его.

Ответ: 49.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

1) $\begin{cases} x-2y=2\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$! $\boxed{xy \geq 0}$

1 возводим в квадрат

$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy \\ x=5-y^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-5xy+4y^2=0 \\ x=5-y^2 \end{cases}$

$(5-y^2)^2-5\cdot(5-y^2)\cdot y+4y^2=0$

$25+y^4-10y^2-25y+5y^3+4y^2=0$

$y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0$

это раскладывается:

$(y-1)(y+5)(y^2+y-5)=0$

~~Докажем, что $y^2+y-5\neq0$~~

~~Предположим противное.~~

~~$\begin{cases} y^2+y-5=0 \\ x+y^2=5 \\ x-2y=2\sqrt{xy} \end{cases}$ $y^2=5-y$ $\begin{cases} y=5-y^2 \\ x=5-y^2 \\ x-2y=2\sqrt{xy} \end{cases}$~~

~~$\begin{cases} y=x \\ x-2y=2\sqrt{xy} \end{cases}$ $x-2x=\pm x$~~

~~$y+x=9$~~ ... №3

~~$x+y^2=5$~~

~~Противоречие~~

~~Остаётся всего два корня~~. Разберёмся пока с двумя корнями:

При $y=1$:

$x=5-1=4$

$(4;1)$

При $y=-5$:

$x=5-25=-20$

$(-20;-5)$

Теперь посмотрим на корни уравнения $y^2+y-5=0$.

$D=1+4\cdot5=21$

$$y=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=5-y^2\\ y=\dfrac{-1-\sqrt{21}}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x=5-y^2\\ y=\dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}\end{cases}\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=5-y^2\\ y^2=\dfrac{1+21+2\sqrt{21}}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x=5-y^2\\ y^2=\dfrac{1+21-2\sqrt{21}}{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=5-y^2\\ y^2=11+\sqrt{21}\end{cases}\\ \begin{cases}x=5-y^2\\ y^2=11-\sqrt{21}\end{cases}\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=5-11-\sqrt{21}\\ y=\dfrac{-1-\sqrt{21}}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x=5-11+\sqrt{21}\\ y=\dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}\end{cases}\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-6-\sqrt{21}\\ y=\dfrac{-1-\sqrt{21}}{2}<0\end{cases}\\ \begin{cases}x=-6+\sqrt{21}\\ y=\dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}>0\end{cases}\end{array}\right.$$

$\left(-6-\sqrt{21};\ \dfrac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$ подходит

и $\left(-6+\sqrt{21};\ \dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$ не подходит, т.к. $xy<0$

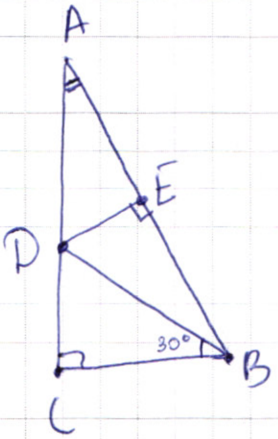
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3 ...

Ответ: $\left(-6-\sqrt{21};\ \dfrac{-1-2\sqrt{21}}{2}\right)$

$(4;1)$

$(-20;-5)$



N5

В $\triangle BCD$ $\left.\begin{array}{l}\angle CBD=30^\circ\\ \angle DCB=90^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow 2DC=DB$

$BC^2=-DC^2+BD^2=-DC^2+4DC^2=3DC^2$

$DC=\sqrt{\dfrac{BC^2}{3}}=\dfrac{BC}{\sqrt{3}}=2\cdot\sqrt{\dfrac{7}{3}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}=$

$=2\cdot\dfrac{\sqrt{7}}{3}=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

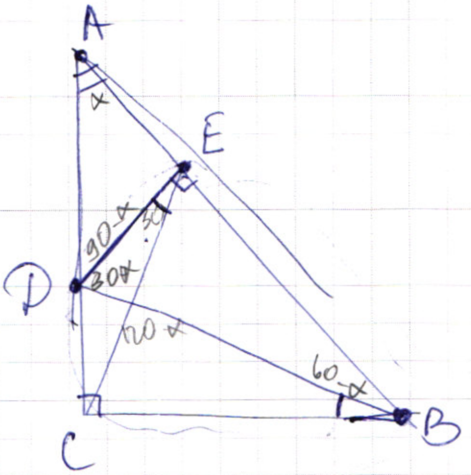
$AD=AC-CD=2\sqrt{7}-\dfrac{2}{3}\cdot\sqrt{7}=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{7}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

$\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{1}{3}$

~~$S_{\triangle AED}=AE\cdot DE\cdot\frac{1}{2}$ ($\triangle AED$ прямоуг. AE, DE катеты)~~

$\left.\begin{array}{l}\angle DAE \text{ - общий}\\ \angle ACB=\angle DEA\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle DEA \sim \triangle BCA \Rightarrow \dfrac{S_{\triangle DEA}}{S_{\triangle BCA}}=k^2$

(k - коэф. подобия)



$\frac{AD}{AC}$ – ?

$S_{\triangle AED}$ – ?

$\frac{AD}{AC} = \frac{AD}{\sqrt{7}}$

$\cancel{\frac{AD}{AB}}$

$\frac{AD}{AC}$

$AC = \sqrt{7}$

$BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\angle CED = 30^\circ$

$\boxed{BD = 2CD}$

$AB = \sqrt{7 + 4\frac{7}{3}} = \sqrt{\frac{21+19}{3}} = 2\sqrt{3\frac{1}{3}}$

$\triangle DEA \sim \triangle BCA$

$\frac{AD}{AB} = \cancel{\frac{DA}{BC}}\ \frac{AE}{AC}$

$S_{\triangle AED} = AE \cdot DE \cdot \frac{1}{2} = AC \cdot BC \cdot \frac{1}{2} =$

$= 2 \cdot \sqrt{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt{7} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{7^2}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$

$S_{\triangle DEA} = \frac{7}{\sqrt{3}}$

Дурак

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

... N5

$\cancel{k=\frac{AD}{AB}}$

$$S_{\triangle DEA}=k^2\cdot S_{\triangle BCA}=\frac{AD^2}{AB^2}\cdot\frac{BC\cdot AC}{2}=$$

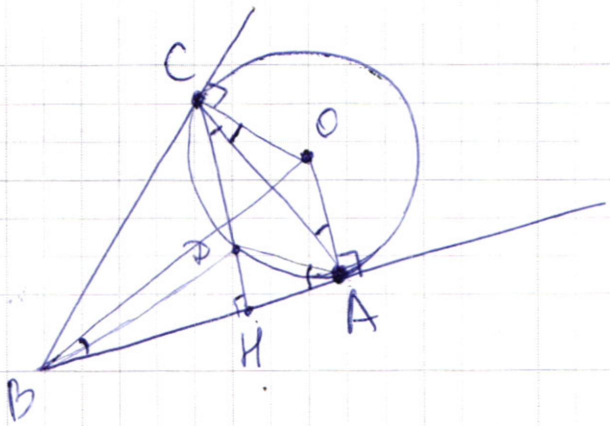
$$=\frac{AD^2\cdot BC\cdot AC}{2\cdot\sqrt{AC^2+BC^2}}=\frac{\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2\cdot 2\sqrt{\frac{7}{3}}\cdot\sqrt{7}}{2\cdot\sqrt{7+\frac{28}{3}}}=$$

$$=\frac{\frac{7}{9}\cdot 2\cdot\frac{7}{\sqrt{3}}}{2\cdot\sqrt{\frac{49}{3}}}=\frac{49}{9\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{7}{\sqrt{3}}}=\frac{49}{9\cdot 7}=\frac{7}{9}$$

Ответ: $\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$

$S_{\triangle AED}=\frac{7}{9}$

N4



$\angle OCB$ и $\angle OAB=90^\circ$
(углы между рад. и кас.)

$\Downarrow$

чет. BCOA — вписанный

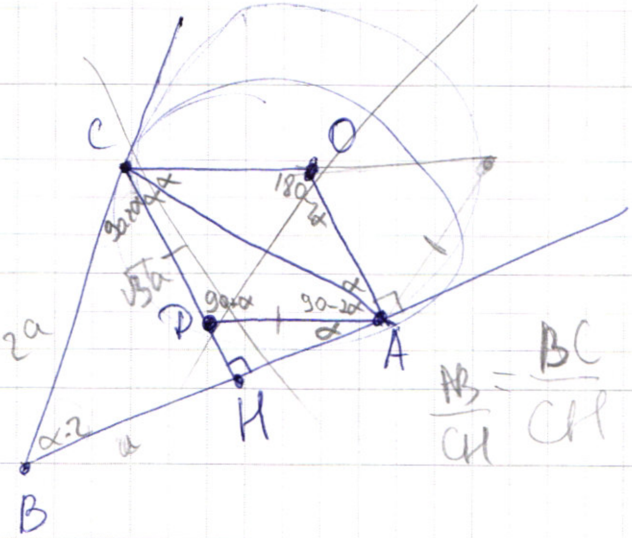
$\Downarrow$

$\angle OCA=\angle OBA=\alpha$

$OC=OA\Rightarrow\triangle OCA$ — р/б $\Rightarrow\angle OCA=\angle OAC$

$\left.\begin{matrix}OA\perp BA\\ CH\perp BA\end{matrix}\right\}\Rightarrow CH\parallel OA\Rightarrow\angle OAC=\angle HCA$

$\underline{\angle OBA}=\angle OCA=\angle OAC=\underline{\angle HCA}=\alpha$

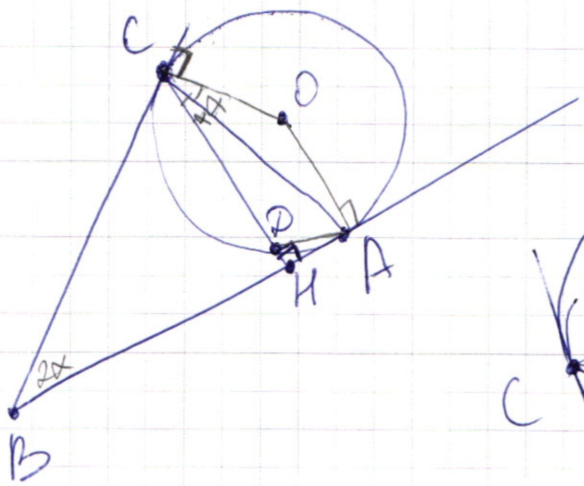


$90-2\alpha=\alpha$

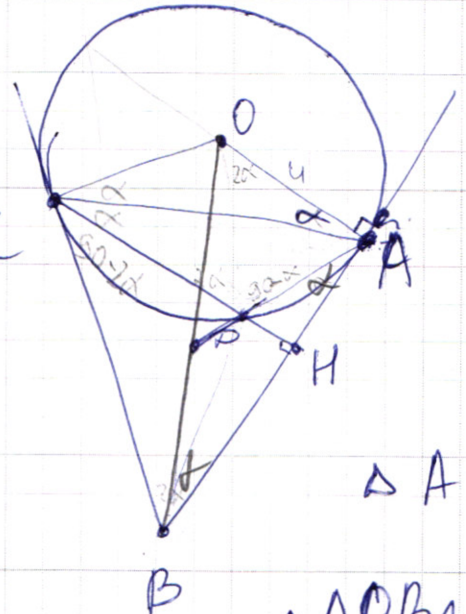
$90=3\alpha$

$\alpha=30^\circ$

$$\frac{AB}{CH}=\frac{BC}{CH}=\frac{2a}{\sqrt{3}a}=\frac{2}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{AB}{CH}=\frac{AC}{CH}$$



$CH \parallel OA$

$$S_{ABD}=\frac{DH\cdot AB}{2}=6$$

$\triangle AOB \sim \triangle HDA$

$$AB=\frac{12}{DH}$$

$\triangle AOB \sim \triangle CAH$

$$\frac{AB}{CH}=\frac{12}{DH\cdot CH}=\frac{12}{HA^2}$$

$$\frac{AB}{CH}=\frac{OB}{AH}=\frac{AO}{CA}=$$

CA - ?

~~KA~~ $$=\frac{1}{(\cos\alpha)\cdot 2}$$

$$\cos\alpha=\frac{AH}{OA}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$\angle OBA = \angle HOA$~~

~~$\angle BAO = \angle OHA$~~ ~~$\triangle OAB \sim \triangle ACH$~~

$\cancel{\frac{AB}{CH}} = \cancel{\frac{OA}{AC}} = \cancel{\frac{OB}{AH}}$ ~~отр. кас.~~ $\cancel{\frac{AB}{CH}} = \cancel{\frac{BC}{CH}} = \cancel{\frac{R}{\sin 2\alpha}}$

$\cancel{\frac{OA}{AC}} = \cancel{\frac{\sin\alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)}}$

$$S_{\triangle ADB} = \frac{DH \cdot AB}{2} = 6$$

$$DH \cdot AB = 12$$

$\angle HAD = \angle DCA = \alpha$

угол между хордой и кас.

$\angle OHA = \angle BAO = 90^\circ$

$\triangle HAD \sim \triangle ABO$

$$\frac{DH}{AO} = \frac{HA}{AB}$$

$DH \cdot AB = HA \cdot AO = 12$

$AO = 4$ (радиус)

$HA = \frac{12}{4} = 3$

$$\frac{AB}{CH} = \frac{AB \cdot DH}{CH \cdot DH} = \frac{12}{CH \cdot DH} \overset{*}{=} \frac{12}{HA^2} = \frac{12}{9} = 1\frac{1}{3}$$

$* \; CH \cdot DH = HA^2$, т.к. это степень точки H.

Ответ: $1\frac{1}{3}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№1

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\le 0 \qquad x\ne 0$$

① Если $x\ge 3$ $\qquad x\in[3;+\infty)$

$$\frac{x^2-6x+10-2x+6}{2x^2-4x+x^2-2x}\le 0$$

Все выражения под модулем положит.

$$\frac{x^2-8x+16}{3x^2-6x}\le 0$$

$$\frac{(x-4)^2}{3x(x-2)}\le 0$$

Но и числитель, и знаменатель больше нуля. Противоречие, нет подходящих $x\ge 3$.

② Если $x<0$ $\qquad x\in(-\infty;0)$

$$\frac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x+x^2-2x}\le 0$$

Все выражения под модулем отрицательны

$$\frac{x^2-4x+4}{3x^2-6x}\le 0 \qquad \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}\le 0$$

$(x-2)^2>0$

$3x(x-2)>0$

Противоречие. Нет подходящих $x\in(-\infty;0)$

③ $x\in(0;2)$

$|x-3|=3-x$

$|x|=x$

$|x-2|=2-x$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^2-6x+10-6+2x}{2x^2-4x+2x-x^2} \le 0$$

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x} \le 0 \qquad \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} \le 0$$

$\cancel{(x-2)^2 \ge 0}$ $\qquad x-2 \ne 0$

$\cancel{x(x-2) \le 0}$

$$\frac{x-2}{x} \le 0$$

$$1-\frac{2}{x} \le 0$$

$$1 \le \frac{2}{x}$$

$\cancel{x \ne 0}$ $\qquad x \le 2$

$\cancel{x \in (0;2)}$ $\qquad x \in (0;2)$

4 и ещё что-то

Ответ: $x \in (0;2)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

① $\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$! $\boxed{xy \geq 0}$ это важно

~~Кер~~ части Равенства ① возведем в квадрат.

$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-5xy+4y^2=0 \\ \cancel{y^2=5-x} \quad x=5-y^2 \end{cases}$

$(5-y^2)^2-5(5-y^2)\cdot y+4y^2=0$

$25+y^4-10y^2-25y+5y^3+4y^2=0$

$y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0$

$1: \quad 1+5-6-25+25=0 \Rightarrow 1$ - корень

$-1: \quad 1-5-6+25+25\neq 0$

$$\begin{array}{l|l} y^4+5y^3-6y^2-25y+25 & y-1 \\ \hline -\ y^4-y^3 & y^3+6y^2+0x-25 \\ \quad 6y^3-6y^2 & \\ -\ 6y^3-6y^2 & \\ \qquad 0-25y+25 & \\ \qquad -\ -25y+25 & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$(y-1)(y^3+6y^2-25)=0$

$x=5-y^2$ $\qquad x=5-1=4$

$x=5-25=-20$

$5^3+6\cdot5^2-25=5^2\cdot(5+6-1)\neq0$

$(-5)^3+6\cdot5^2-25=5^2\cdot(-5+6-1)=0$

-5 — корень

$x=\frac{1+21+2\sqrt{21}}{2}=11+\sqrt{21}>0$

$\cancel{x=\frac{1+21-2\sqrt{21}}{2}>0}$

$y^3+6y^2+0\cdot y-25\ |\ y+5$

y^2+y-5

$-\ y^3+5y^2$

$y^2+0\cdot y$

$-\ y^2+5y$

$-5y-25$

$-\ -5y-25$

0

$D=1+4\cdot5=21$ $\qquad y=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$

$(y-1)(y+5)(y^2+y-5)=0$

$(y-1)(y+5)\cdot\left(y-\frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)\cdot$

$\cdot\left(y-\frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$

$\boxed{(4;1)\quad(-20;-5)}$

$\begin{cases} y^2+y-5=0 \\ x=5-y^2 \end{cases}$

$y-x=0$

$x=y$

$x-2x=x$

$x=3x$

$x=0$

$y=0$

$$\begin{cases} 3b > a \\ a > b \\ a + b = 200 \end{cases} \quad \begin{cases} 3b > 200 - b \\ a > 200 - a \end{cases} \quad \begin{cases} 4b > 200 \\ 2a > 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b > 50 \\ a > 100 \end{cases} \quad \begin{cases} 200 - a > 50 \\ a > 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 150 > a \\ a > 100 \end{cases} \quad \begin{cases} 3b > 200 - b \\ 200 - b > b \end{cases} \quad \begin{cases} 4b > 200 \\ 200 > 2b \end{cases}$$

$$100 > b > 50$$

$$a \in (100; 150)$$

$101 \ldots 149$

$149 - 100 = 49$

a принимает 49 целых значений

Ответ: 49

$x^2 + y^2 - 2xy +$
$+ 4y^2 - 3xy + x - 5 = 0$

$\cancel{x^2} - 4y^2 + 4$

$$\begin{cases} x - 2y = 2\sqrt{xy} \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \qquad xy \geq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4xy = xy \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \qquad + \begin{cases} x^2 + 4y^2 - 5xy = 0 \\ x + y^2 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 5y^2 - 5xy + x - 5 = 0$$

$\cancel{x^2+4}$ $\cancel{x^2 + 4y^2 - 4xy + y^2 - xy + x - 5} = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\le 0$$

$2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|$

$2x$ $\quad 2x^2-4x+|x^2-2x|\ne 0$

(1) $2x^2-4x+|x^2-2x|>0$

~~2x(x-2) > |x^2-2|~~

$x(x-2)$

$2a+3b>a$ V

$3a>3b$

$\boxed{a>b}$!

b

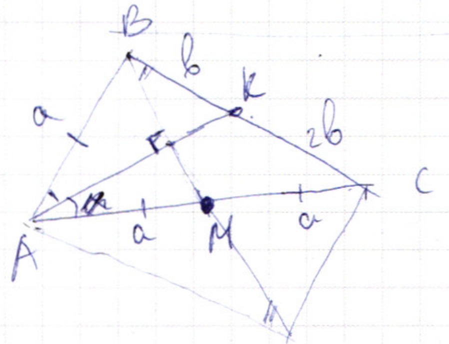
a

~~3b+a > a+2b~~

$3b>a>b$

$a+b=200$

X — кол-во треугольников



$$\frac{BK}{KC}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}$$

$3a+3b=600$

$a+b=200$

$X\le 200$

Ответ: ~~...~~

$$\frac{2a}{3b}=\frac{\sin\angle B}{\sin\angle A}$$

Однозначно ли строится треугольник по a и b?

$3b+a>2a$? $\quad \boxed{3b>a}$

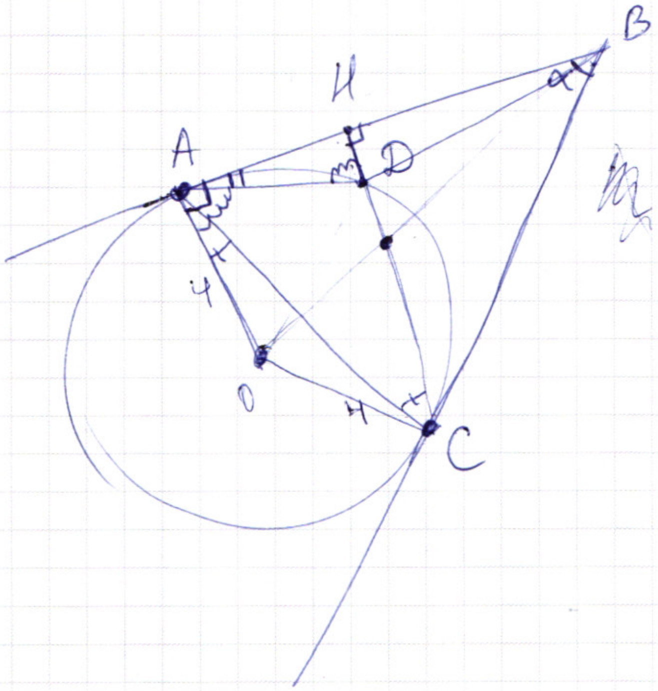
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

Если у вас такие требования к оформлению, можно было хоть задачи нормальные составить.



$\frac{AB}{CH}$ – ?

$\frac{BC}{CH}$ – ?

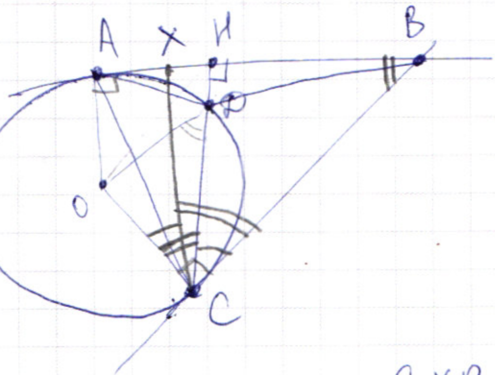
$\frac{1}{\sin x}$ – ?

$\frac{DH \cdot AB}{2} = 6$

$DH \cdot AB = 12$

$AB = \frac{12}{DH}$

найти $\frac{AB}{CH} = \frac{12}{DH \cdot CH}$



$S_{ABD} = 6$

$OA = OC = OD = 4$

$\frac{AB}{CH} = \frac{AB \cdot HD}{CH \cdot HD} = \frac{12}{CH \cdot HD} = \frac{12}{HA^2}$

$\triangle CXB \sim \triangle COD$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$-2y-y^2=\sqrt{xy}-5$

$5-2y=\sqrt{xy}+y^2 \geq 0$

$x_1=4$

$x_2=\frac{5}{6}$ $y_2=\frac{5}{\sqrt{6}}$

$y=\sqrt{5-x}$ только полож.

$y_{1,2}=1$

$2y=x-\sqrt{xy}$

$4y^2=x^2+xy-2x\sqrt{xy}$

$-2y-x=-\sqrt{xy}$

$4y^2+x^2-4xy=xy$

$4y^2+x^2-5xy=0$

$$\begin{cases} 5-2y\geq 0 \\ xy\geq 0 \\ x-2y\geq 0 \end{cases}$$

Ответ:
$(4;1)$
$\left(\frac{5}{6};\frac{5}{\sqrt{6}}\right)$

$$\begin{cases} y\leq\frac{5}{2} \\ xy\geq 0 \\ x\geq 2y \end{cases}$$

$29+29=261$

$261+58=841$

$24\cdot 20=480$

$\frac{5\sqrt{6}}{6}$

$x+y^2\geq 0$

$841-480=361$

$$\begin{cases} x=5-y^2 \\ x-2y=\sqrt{xy} \end{cases}$$

$5-y^2-2y=\sqrt{5y-y^3}$

$$\begin{cases} x^2+4y^2-5xy=0 \\ y^2=5-x \end{cases}$$

$6x^2-29x+20=0$

$D=29^2-4\cdot 6\cdot 20=361$

$x=\frac{29\pm 19}{12}$

$x^2+4(5-x)-5x(5-x)=0$

$x^2+20-4x-25x+5x^2=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)