МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 18$, $1\leqslant y\leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

Дано:

$\triangle ABC$-прям.

$CB = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$AC = \sqrt{7}$

т$D \in AC$

т$E \in AB$

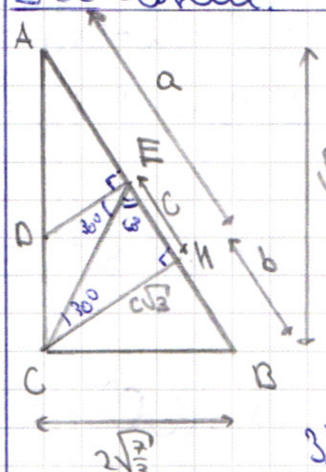
$DE \perp AB$

$\angle CED = 30^\circ$

$\frac{AD}{AC}$ - ?

S_{AED} - ?

Решение:



1) Проведём высоту CH, т.H - $AB \cap CH$

$\Rightarrow CH^2 = AH \cdot HB$ (высота из прям. угла)

2) Пусть $AH = a$, $HB = b$, $EH = c$

$\Rightarrow$ в $\triangle CEH$ $CH = c\sqrt{3}$ (напротив $\angle 60^\circ$)

$\Rightarrow 3c^2 = ab$

3) $a + b = AB$, $AB^2 = AC^2 + CB^2 = 7 + 4\cdot\frac{7}{3} = \cancel{\frac{40}{3}}\ \cancel{\frac{35}{3}}\ \frac{49}{3}$

$\Rightarrow AB = \cancel{\ldots}\ \sqrt{\frac{49}{3}} \Rightarrow a + b = \sqrt{\frac{49}{3}}$

4) в $\triangle CHB$ ~~(ПИ)~~ $3c^2 + b^2 = CB^2 = \frac{28}{3}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3c^2 = ab \\ a + b = \sqrt{\frac{49}{3}} \\ 3c^2 + b^2 = \frac{28}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab + b^2 = \frac{28}{3} \\ a + b = \frac{7}{\sqrt{3}} \\ 3c^2 = ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b(a+b) = \frac{28}{3} \\ a + b = \frac{7\sqrt{3}}{3} \\ 3c^2 = ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7\sqrt{3}}{3} b = \frac{28}{3} \\ ab + b^2 = \frac{28}{3} \\ 3c^2 = ab \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{3}\sqrt{3} \\ a = \sqrt{3} \\ c = \sqrt{\frac{4}{3}} \end{cases}$

5) $\triangle AED \sim \triangle AHC$ по 2-ум углам:

($\angle DAE$ - общий, $\angle DEA = \angle CHA = 90^\circ$)

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH}$ (сходственные стороны) $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{a - c}{a} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{\frac{4}{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow AD : AC = 1:3$

6) $\frac{1}{3} = k$ (коэффициент подобия) $\Rightarrow \frac{DE}{CH} = k = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow DE = \frac{CH}{3} = \frac{c\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}$

7) $AE = a - c = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 8) $S_{AED} = \frac{1}{2} AE \cdot DE = \frac{2\sqrt{3}}{2\cdot3\cdot3} = \frac{\sqrt{3}}{9}$

Ответ: $AD : AC = 1:3$, $S_{AED} = \frac{\sqrt{3}}{9}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

№4

Дано.

AB и CB - касательные

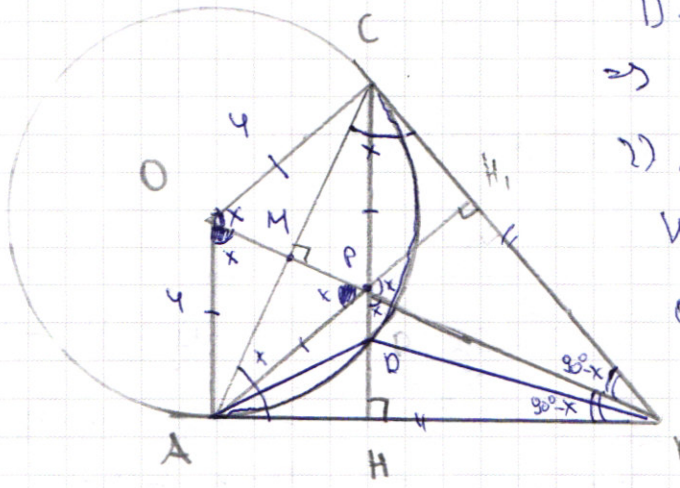
радиус окр $=4$

CH - высота ΔABC

т.D - окр$\cap CH$

$S_{ABD}=6$

Решение:



1) Пусть $\angle AOB = x$

$\Rightarrow \angle OBA$ в $\Delta OBA = 90^\circ - x$

2) AB и BC - касательные к окружности из одной точки $\Rightarrow$

$\angle OBA = \angle OBC = 90^\circ - x$

3) т.P - $OB \cap CH$ $\Rightarrow$ в ΔPHB $\angle BPH = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - x) = x$

4) $\angle OPC = \angle BHP = x$

5) $OC = OA$ (радиусы), $AB = BC \Rightarrow AOCB$ - дельтоид

$\Rightarrow OB \perp AC$ (св-во)

6) т.M - $CA \cap OB$ $\Rightarrow \Delta AMB = \Delta MBC$ по 1-ому признаку ($\angle CBO = \angle ABO$, $AB = CB$, MB - общ.)

$\Rightarrow \angle AMB = \angle BMC = 90^\circ$

$\Rightarrow$ тP - ортоцентр $\Delta ABC \Rightarrow AP \perp CB$ (продолжение) ($AP \cap CB$ - т.H_1)

7) $\Delta PHB = \Delta PH_1B$ по гипотенузе и остр. углу (PB - общая, $\angle HBP = \angle H_1BP$) $\Rightarrow \angle H_1PB = x$

$\Rightarrow \angle OPA = x \Rightarrow$ $\underline{\Delta OPA \text{ - р/б}}$, Аналогично $\underline{\Delta OCP \text{ - р/б}}$

8) $\Rightarrow OCPA$ - ромб $\Rightarrow AP = PC = 4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \; (1) \\ x+y^2=5 \; (2) \end{cases}$ Решение: ОДЗ: $xy \geq 0$

$(1) \Leftrightarrow xy=(x-2y)^2, \; \boxed{x-2y \geq 0}$

$\Leftrightarrow x^2-4xy+4y^2-xy=0 \Leftrightarrow x^2-5xy+4y^2=0$

$D=25y^2-16y^2=9y^2 \quad x_{1,2}=\frac{5y\pm3y}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4y \; (a) \\ x=y \; (б) \end{array}\right.$

(+условие $x\geq 2y$)

(a) $\begin{cases} x=4y \\ x+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2+4y-5=0 \\ x=4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-5 \end{array}\right. \\ x=4y \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-20 \\ y=-5 \end{cases} \end{array}\right.$

(б) $\begin{cases} x=y \\ x+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2+y-5=0 \; (*) \\ x=y \end{cases} \Leftrightarrow \{ (x)$

$(*) \; y^2+y-5=0 \quad y_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+20}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$

$(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ y=\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{array}\right. \\ x=y \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \\ x=\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

Итог: $(4;1)$ α, $(-20;-5)$ β, $\left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$ γ, $\left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}; \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$ φ

Проверка условия: $x\geq 2y$

α) $4\geq 2$ - верно β) $-20\geq -10$ - неверно

γ) $\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \geq -1-\sqrt{21} \quad -1-\sqrt{21} \geq -2-2\sqrt{21} \quad 1\geq -\sqrt{21}$ - верно

φ) $\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \geq -1+\sqrt{21} \quad -1+\sqrt{21} \geq -2+2\sqrt{21} \quad 1\geq\sqrt{21} \quad 1\geq 21$ - ~~не~~ верно

Ответ: $(4;1), \left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$

№6

$$\begin{cases} |2x|+|y|-|4-2x-y|>4 \quad (1) \\ x^2-2x-4y+y^2 \leq 0 \quad (2) \end{cases}$$

Решение:

(1) Раскроем модуль по определению:

а) $\begin{cases} 2x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ 4-2x-y\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ y\leq -2x+4 \end{cases}$ $2x+y+4-2x-y>4,$

$4>4$ - не верно

б) $\begin{cases} 2x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ 4-2x-y<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ y>-2x+4 \end{cases}$ $2x+y+y+2x-4>4,$

$4x+2y>8, \quad 2x+y>4, \quad y>-2x+4$

в) $\begin{cases} 2x\geq 0 \\ y<0 \\ 4-2x-y\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ y<0 \\ y\leq -2x+4 \end{cases}$ $2x-y+4-2x-y>4$

$-2y>0 \quad y<0$

г) $\begin{cases} 2x<0 \\ y\geq 0 \\ 4-2x-y\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ y\geq 0 \\ y\leq -2x+4 \end{cases}$ $-2x+y+4-2x-y>4$

$-4x>0 \quad x<0$

д) $\begin{cases} 2x<0 \\ y<0 \\ 4-2x-y\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ y<0 \\ y\leq -2x+4 \end{cases}$ $-2x-y+4-2x-y>4$

$-4x-2y>0 \quad 2x+y<0 \quad y<-2x$

е) $\begin{cases} 2x\geq 0 \\ y<0 \\ 4-2x-y<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ y<0 \\ y>-2x+4 \end{cases}$ $2x-y+y+2x-4>4$

$4x>8 \quad x>2$

ж) $\begin{cases} 2x<0 \\ y\geq 0 \\ 4-2x-y<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ y\geq 0 \\ y>-2x+4 \end{cases}$ $-2x+y+y+2x-4>4$

$2y>8 \quad y>4$

и) $\begin{cases} 2x<0 \\ y<0 \\ 4-2x-y<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ y<0 \\ y>-2x+4 \end{cases}$ $-2x-y+y+2x-4>4$

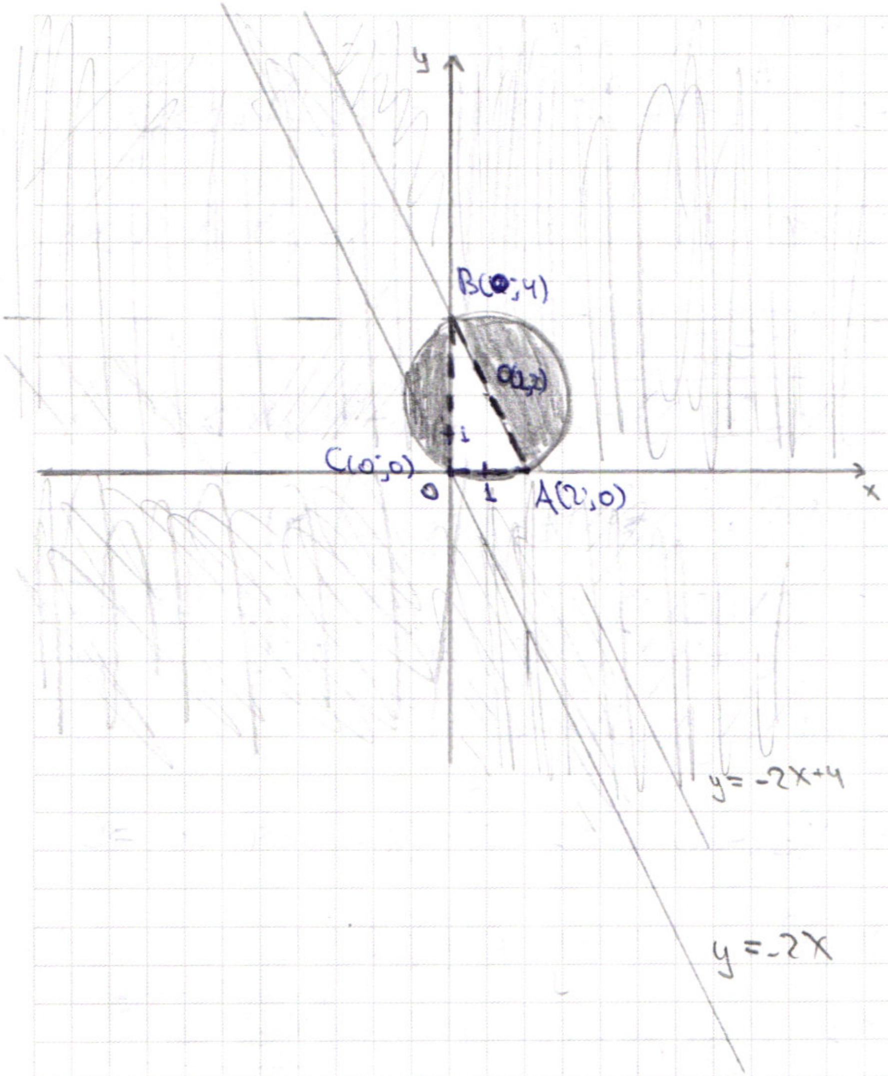
$-4>4$ - не верно

(2) $x^2-2x-4y+y^2\leq 0 \Leftrightarrow (x^2-2x+1)+(y^2-4y+4)\leq 5$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2\leq 5$ - все точки внутри окружности с центром в точке $(1;2)$ и радиусом $\sqrt{5}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$S = S_{окр} - S_{ABC} =$

$= \pi r^2 - \frac{1}{2} BC \cdot AC =$

$= 5\pi - 4$

Ответ: $S = 5\pi - 4$

№1 $\dfrac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \le 0$ Решение:

1) $\begin{cases} x^2-6x+10-2|x-3| \le 0 \quad (а) \\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2| > 0 \quad (б) \end{cases}$

а) (I) $x-3 \ge 0$ $(x \ge 3)$ $\Rightarrow x^2-6x+10-2x+6 \le 0 \Leftrightarrow x^2-8x+16 \le 0$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 \le 0 \Leftrightarrow x=4$

$\Rightarrow \begin{cases} x \ge 3 \\ x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x=4}$

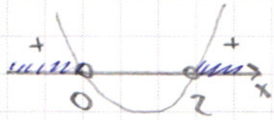
(II) $x-3<0$ $(x<3)$ $\Rightarrow x^2-6x+10-6+2x\le 0 \Leftrightarrow x^2-4x+4\le 0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2\le 0 \Leftrightarrow x=2$

$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x<3 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x=2}$

б) $2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|>0$

(I) $\begin{cases} x\ge 0 \\ x-2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\ge 2 \Rightarrow 2x^2-4x+x^2-2x>0 \Leftrightarrow 3x^2-6x>0$

$\Leftrightarrow x^2-2x>0 \Leftrightarrow x(x-2)>0$ 

$\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

$\Rightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty) \\ x\ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x\in(2;+\infty)}$

(II) $\begin{cases} x\ge 0 \\ x-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x<2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in[0;2) \Rightarrow 2x^2-4x+x(2-x)>0$

$\Leftrightarrow 2x^2-4x+2x-x^2>0 \Leftrightarrow x^2-2x>0 \Leftrightarrow x(x-2)>0 \Leftrightarrow$

$x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty) \Rightarrow \begin{cases} x\in[0;2) \\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty) \end{cases} \Rightarrow$ ~~нет решений~~ ~~$x\in$~~ нет решений

(III) $\begin{cases} x<0 \\ x-2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x\ge 2 \end{cases}$ – невозможно

(IV) $\begin{cases} x<0 \\ x-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x<2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-\infty;0) \Rightarrow 2x^2-4x+(2-x)(-x)>0$

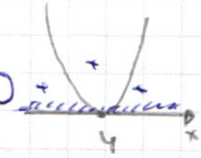
$\Leftrightarrow 2x^2-4x-2x+x^2>0 \Leftrightarrow 3x^2-6x>0 \Leftrightarrow x^2-2x>0 \Leftrightarrow$

$x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty) \Rightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty) \\ x\in(-\infty;0) \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x\in(-\infty;0)}$

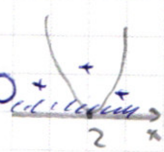
$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\{2;4\} \\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x=4}$

---

2) $\begin{cases} x^2-6x+10-2|x-3|\ge 0 \quad (в) \\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0 \quad (г) \end{cases}$

в) (I) $x-3\ge 0$ $(x\ge 3)$ $\Rightarrow x^2-6x+10-2x+6\ge 0 \Leftrightarrow (x-4)^2\ge 0$ 

$\Leftrightarrow x\in(-\infty,+\infty) \Rightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ x\in(-\infty;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x\in[3;+\infty)}$

(II) $x-3<0$ $(x<3)$ $\Rightarrow x^2-6x+10-6+2x\ge 0 \Leftrightarrow (x-2)^2\ge 0$ 

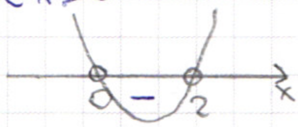
$\Leftrightarrow x\in(-\infty;+\infty) \Rightarrow \begin{cases} x<3 \\ x\in(-\infty;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x\in(-\infty;3)}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9) $2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0$

(I) $\begin{cases}x\ge0\\x-2\ge0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge0\\x\ge2\end{cases} \Leftrightarrow x\in[2;+\infty) \Rightarrow 2x^2-4x+x^2-2x<0$

$\Leftrightarrow x(x-2)<0$



$\Leftrightarrow x\in(0;2)$

$\Rightarrow \begin{cases}x\in(0;2)\\x\in[2;+\infty)\end{cases} \Rightarrow$ нет решений

(II) $\begin{cases}x\ge0\\x-2<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge0\\x<2\end{cases} \Leftrightarrow x\in[0;2) \Rightarrow 2x^2-4x+x(2-x)<0$

$\Leftrightarrow x(x-2)<0 \Leftrightarrow x\in(0;2) \Rightarrow \begin{cases}x\in(0;2)\\x\in[0;2)\end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x\in(0;2)}$

(III) $\begin{cases}x<0\\x\ge2\end{cases}$ – не может быть

(IV) $\begin{cases}x<0\\x-2<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<0\\x<2\end{cases} \Leftrightarrow x\in(-\infty;0) \Rightarrow 2x^2-4x-2x^2+x^2<0$

$\Leftrightarrow x(x-2)<0 \Leftrightarrow x\in(0;2) \Rightarrow \begin{cases}x\in(0;2)\\x\in(-\infty;0)\end{cases} \Rightarrow$ нет решений

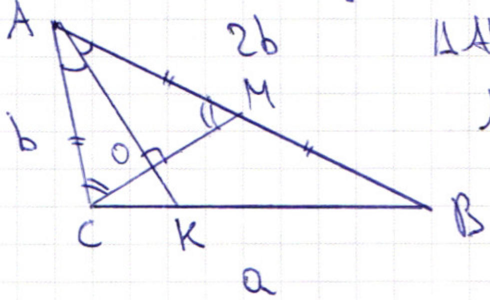
$\Rightarrow (2) \Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-\infty;-3)\cup[3;+\infty)\\x\in(0;2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-\infty;+\infty)\\x\in(0;2)\end{cases} \Rightarrow \boxed{x\in(0;2)}$

Ответ: $x\in(0;2)\cup\{4\}$

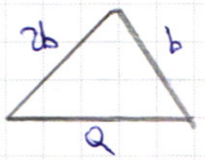
№7

$f(x:y)=f(x\cdot\frac{1}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})<0$

№7 Пусть AK – бисс. $\angle CAB$ $\triangle ABC$, CM – медиана $\triangle ABC$, + O – $CM \cap AK$ => в $\triangle AMC$ высота AO совпадает с медианой => $\triangle AMC$ – р/б => $AC = AM = \frac{1}{2}AB$



=> треугольник вида:



$$\Rightarrow \begin{cases} 3b > a \\ a + b > 2b \\ a + 2b > b \\ a + 3b = 600 \end{cases} \text{(a, b – целые)} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 3b \\ a > b \\ a > -b \\ a + 3b = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \in (b; 3b) \\ a + 3b = 600 \end{cases}$$

Можно заметить, что если $b = 150$, то $a + 3b$ как минимум $> 450 + 150 = 600$ => $b < 150$

Также, если $b \leq 100$, то $a + 3b < 600$ =>

=> $b \in (100; 150)$ => $a \in (100; 450)$

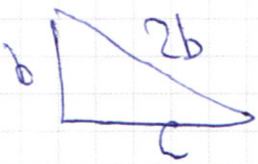
$3b = 600 - a$ b – целое => $(600 - a) \vdots 3$ =>
(чтобы делилось на 3)

a может быть каждым третьим числом (от 100 до 450) => Всего $(450 - 100) : 3 - 1$ вариант (–1 так как не учитывается 450) => 116 вариантов

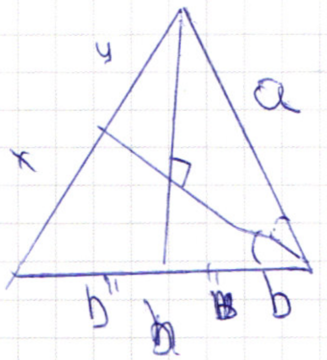
Ответ: 116 треугольников

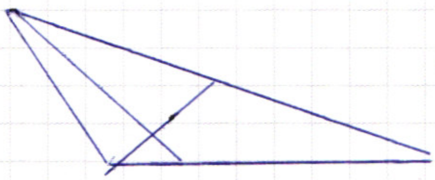
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

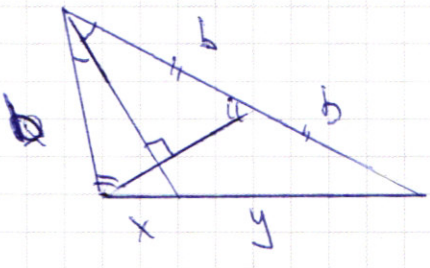
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$\frac{a}{x} = \frac{2b}{y}$ $\frac{x}{y} = —$



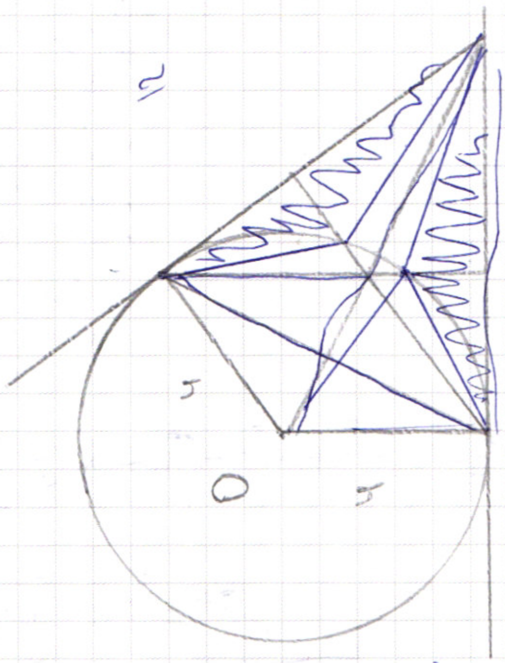




$a \in (b; 3b)$

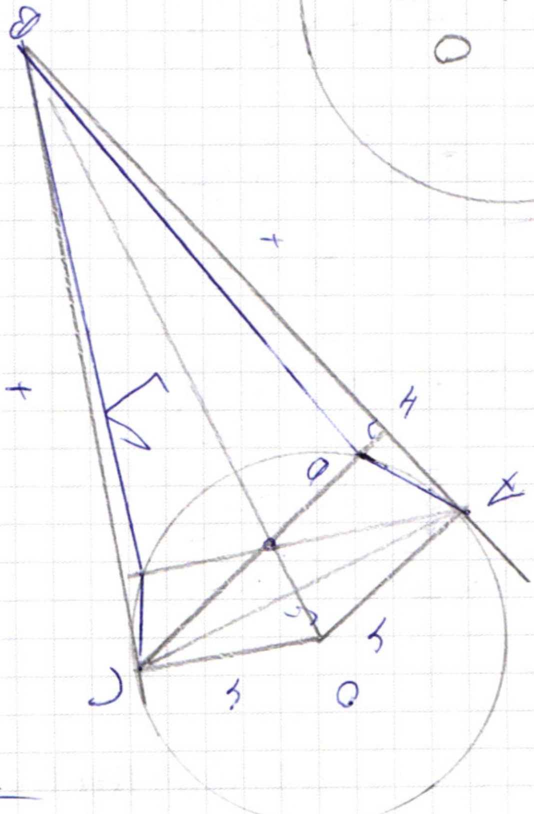
$a + 3b = 600$

$\frac{4}{\cancel{84}} = \frac{5}{6}$



$\frac{450}{99}$ $\frac{351}{}$

$\frac{3}{17}$



100, 101, 102

1234567

34567

8 789101112

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6+2

32

$x^2-4xy+4y^2=xy$

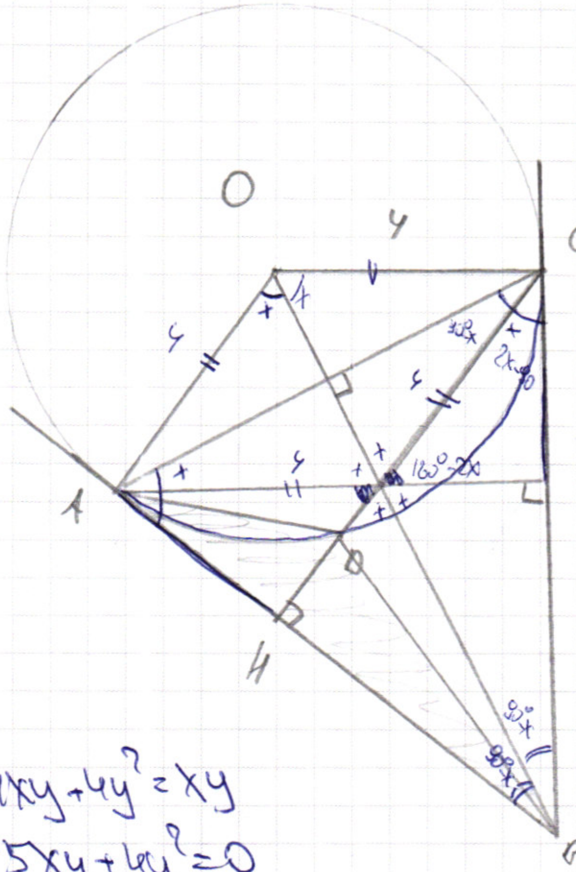
$x^2-5xy+4y^2=0$

$x^2+y^2+3y^2-5xy=0$

$x=5-y^2$

$\cancel{5-y^2-2y=25}$

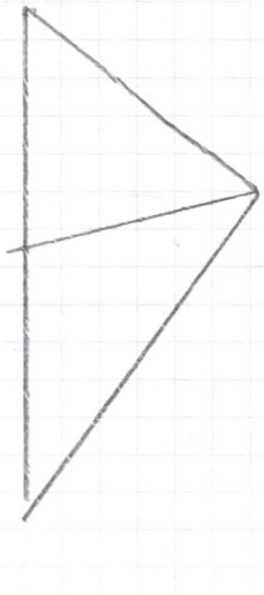
$x^2-2x+\cancel{1}+y^2-4y+4\ -5$

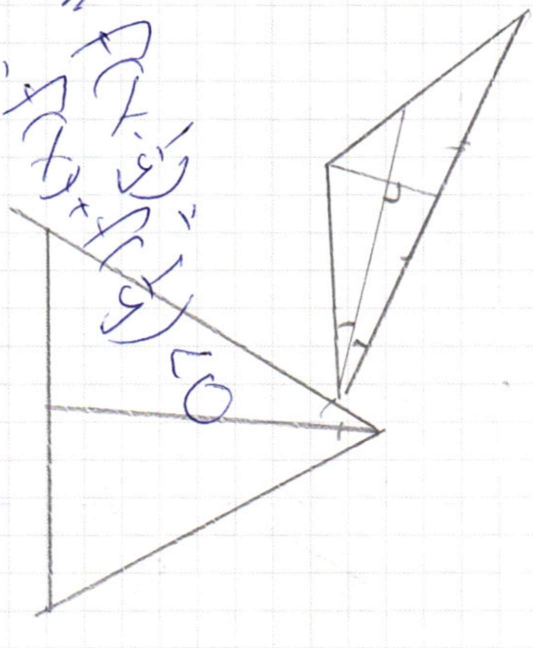


$x^2-4xy+4y^2=xy$

$x^2-5xy+4y^2=0$

$D=25y^2-$





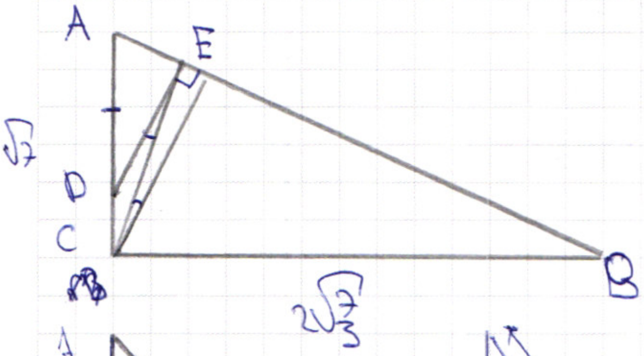
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№5



$AB^2 = 7 + 4\cdot\frac{7}{3} = 7\left(1+\frac{4}{3}\right) =$

$= \frac{21+19}{3} = \frac{40}{3}$

$AB = \sqrt{\frac{40}{3}}$

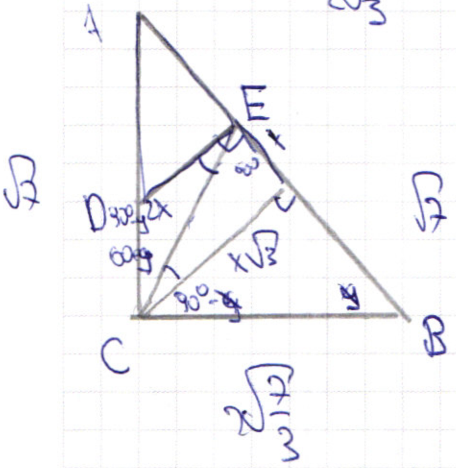
$a + b = \sqrt{\frac{40}{3}}$

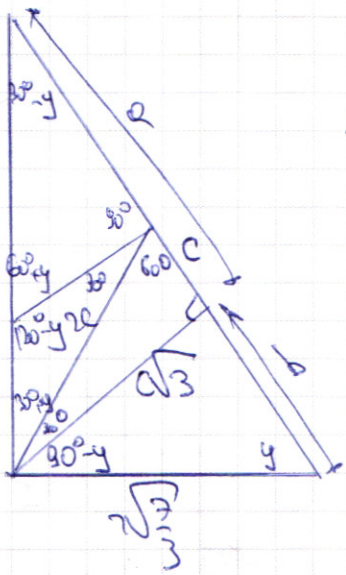
$(c\sqrt{3})^2 = 4\cdot\frac{7}{3} - b^2$

$(a+c)^2 + (c\sqrt{3})^2 = \sqrt{7}^2$

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{\frac{40}{3}} \\ 3c^2 = \frac{19}{3} - b^2 \\ (a+c)^2 + 3c^2 = 7 \end{cases}$$

$\cancel{(a+c)^2 + \frac{19}{3} - b^2 = 7}$





$x^2 + a^2 = 7 \quad x =$

$4\cdot\frac{7}{3} = \frac{28}{3} + 7 = \frac{49}{3}$

1) $9c^2 = 19 - 3b^2$

$9c^2 = 19 - 3\left(\sqrt{\frac{40}{3}} - a\right)^2$

$3c^2 = ab$

$b^2 = \left(\sqrt{\frac{40}{3}} - a\right)^2$

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$4\cdot\frac{7}{3} = \frac{28}{3}$

$ab + b^2 = \frac{28}{3}$

$b(a+b) = \frac{28}{3}$

$b\sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{28}{3} \qquad b = \frac{28}{3}\sqrt{\frac{3}{49}} = \frac{28\sqrt{3}}{21} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$

4

$a\frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{16}{9}\cdot 3 = a\frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{16}{3} = \frac{28}{3} \qquad a4\sqrt{3} + 16 = 28 \qquad a4\sqrt{3} = 12$

$a\sqrt{3} = 3 \qquad a = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

$3c^2 = 4 \qquad \frac{28}{7\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

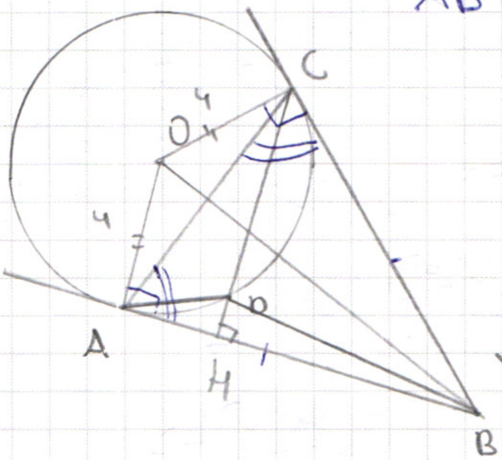
(заполняется секретарём)

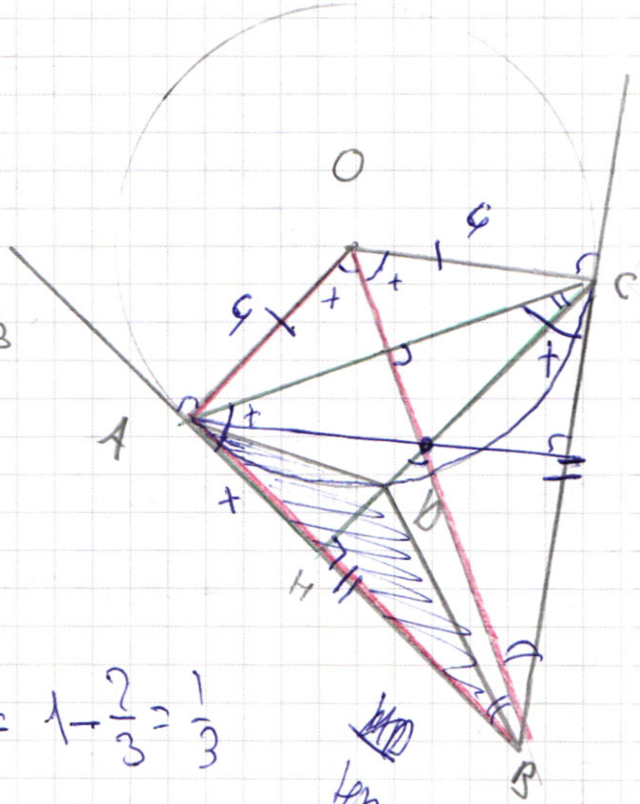
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot HD = 6$

$AB \cdot HD = 12$





$HD \cdot AB = 12$

$\sqrt{3}\left(\frac{4}{3}+1\right) = \sqrt{3}\frac{7}{3}$

$\frac{16}{3} + 4 =$ —

$\frac{\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} = 2$

$\frac{2:3}{\sqrt{4}:\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{1:3}{1} = \frac{1}{3}$

$\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}\left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$0{,}5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{9}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)