

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x - 3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x - 2|} \leq 0.$$

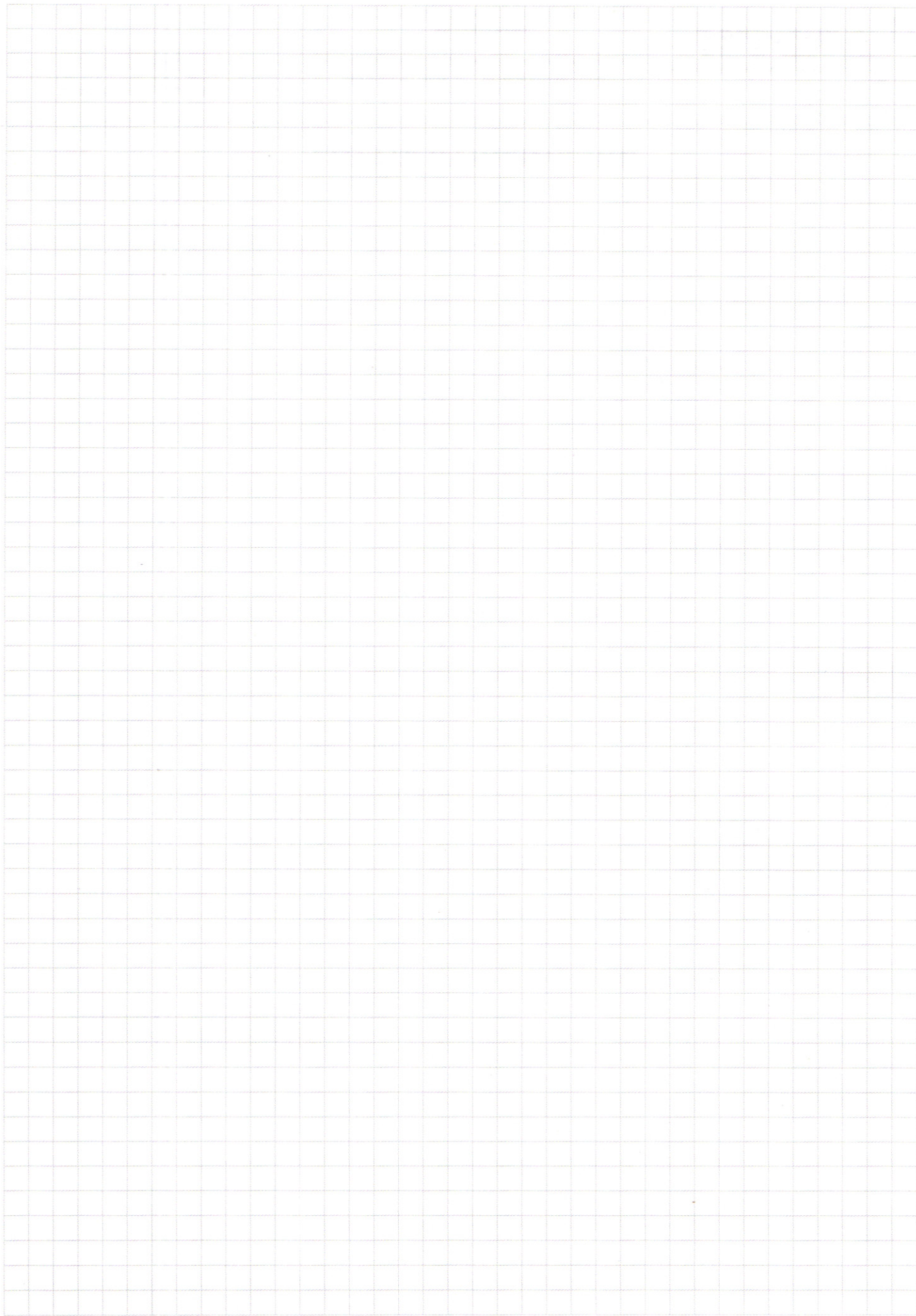
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy}, \\ x + y^2 = 5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D . Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.
5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED , если известно, что $AC = \sqrt{7}$, $BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30^\circ$.
6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x; y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4, \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = p$ для любого простого числа p . Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leq x \leq 18$, $1 \leq y \leq 18$ и $f(x/y) < 0$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $x - 2y = \sqrt{xy}$ $(x-2y)^2 = xy$ $x-2y > 0$ $x^2 - 4xy + 4y^2 = xy$ $x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$
 $x+y^2 = 5$ $x = 5 - y^2$ $25 - 10y^2 + y^4 - 25y + 5y^3 + 4y^2 = 0$ $16 + 40 - 24 + 25 - 50$
 $x-2y > 0$ $|y| < \sqrt{5}$ $y^4 + 5y^3 - 6y^2 + 25 - 25y = 0$ $y = -5$
 $x > y$ $y^3 + 6y^2 - 25 = 0$
 $1 + \frac{2\sqrt{21} + 21}{4} = \frac{22 - 2\sqrt{21}}{4}$ $y = -1 + \frac{\sqrt{21}}{2}$ $(y-1)(y^3 + 6y^2 - 25)$
 $(y-1)(y+5)(y^2 + y - 5)$ $(y-1)(y+5)(y + \frac{1+\sqrt{21}}{2})$
 $(y + \frac{1-\sqrt{21}}{2})$ $y = 1$ $x = 4$
 $y = \frac{1+\sqrt{21}}{2}$ $x = 5 - \frac{22-2\sqrt{21}}{4}$
 $y = \frac{1-\sqrt{21}}{2}$ $x = 5 - \frac{22+2\sqrt{21}}{4}$
 $y = -5$ $x = 20 - \sqrt{xy} < 0$

8. $|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4$
 $x^2 - 2x + 4y + y^2 \leq 0$
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5$

Если xy одного знака $2x+y = t$
 $2x+y + |4 - 2x - y| > 4$
 $t + |4 - t| > 4$
 $t > 4$
 $4 - t < 0$ $y > 4 - 2x$
 $t - 4 + t > 4$
 $2t > 8$
 $t > 4$
 $2x + y > 4$

Если разны $4 - 2x - y > 0$
 $x > 0$ $y < 0$
 $-2x + y + |4 - 2x - y|$
 $-2x + y + 4 - 2x - y$
 $-4x + 4 > 4$
 $-x > 0$
 $x < 0$

$|2x| + |y| \geq |2x + y|$
 $|2x + y| + |4 - 2x - y|$
 $|t| + |4 - t| > 4$
 $t > 4$
 $t < 4$
 $2x + y > 4$
 $2x + y < 4$

$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4$
 $t = 2x + y$
 $|2x| + |y| + 4 + 2x + y > 4$
 $|2x| + |y| + 2x + y > 0$
 $x > 0$ $y > 0$
 $|2x| + |y| + 2x + y > 4$ $2x + y > 4$
 $4x + 2y > 4$ $2x + y > 2$
 $x > 0$ $y > 2 - 2x$
 $|2x| + |y| + 2x + y > 4$ $2x + y > 4$
 $2x + y > 4$ $y > 4 - 2x$
 $|2x| + |y| + 4 - 2x - y > 4$ $x > 0$ $y > 0$
 $|2x| + |y| - 2x - y > 0$ $x > 0$ $y < 0$
 $-2y > 0$ $x < 0$ $y > 0$
 $x^2 + x - 5 = 0$ $x < 0$

$$1 \leq x \leq 18 \quad 1 \leq y \leq 18$$

$$f(ab) = f(a) + f(b)$$

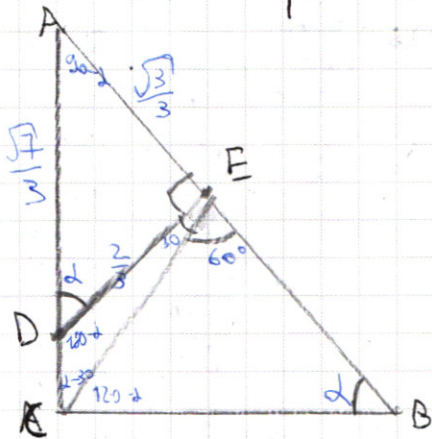
$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$$

$$f(p) = p$$

$$\text{Если } z = p, \text{ то } f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f(p^2) = 2p$$

$$f(ab) = a + b$$



$$AC = \sqrt{7}$$

$$BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}} \quad \angle CED = 30^\circ$$

$$AB = 7 + 4 \cdot \frac{7}{3} = \sqrt{\frac{49}{3}} = 7\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$180 - 180 + \alpha - 30 = \alpha - 30$$

$$\triangle AED \sim \triangle ACB$$

$$k = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$AD \cdot AC = AE \cdot AB$$

CDEB - впис.

$$2\sqrt{\frac{7}{3}} \cdot 7\sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$14 \cdot \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{49}{3} + \frac{28}{3} - 7$$

$$\frac{56}{3} \cdot \frac{2}{28\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

$$\sin \alpha = 1 - \frac{12}{9} \quad \sin \alpha = 1 - \frac{28}{49} = \sqrt{\frac{21}{49}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$AD = A$$

$$\frac{CB}{\sin 60} = \frac{EC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} EC = \frac{\sqrt{3}}{7} \cdot 2\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} EC = 2$$

$$\sqrt{3} EC = 4$$

$$EC = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 180 - \alpha = \sin \alpha$$

$$\frac{EC}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin 30}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} = CD \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\sqrt{\frac{7}{3}} = CD$$

$$CD = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

$$AD = \frac{3\sqrt{7}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{7}}{3} : \sqrt{7} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{AE}{\sqrt{7}}$$

$$AE = \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \sqrt{7} = \frac{7}{3}$$

$$S_{\triangle AED} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{9} = \frac{3}{9} + \frac{4}{9} \Rightarrow DE = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{18} = \left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1. x^2 - 6x + 10 = 2|x - 3|$$

$$(x-3)^2 + 1 = 2|x-3|$$

$$(x-3-2)(x-3) + 1$$

$$x = 5, 4$$

$$x > 3$$

$$x^2 - 6x + 10 - 2|x-3| = x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2 \geq 0$$

$$x < 3$$

$$y^2 - 6x + 10 + 2x - 6 = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0$$

$$2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2| \leq 0 \quad x=0 \text{ - не подходит}$$

$$x > 2 \quad 2x^2 - 4x + x^2 - 2x$$

$$0 < x < 2$$

$$3x^2 - 6x < 0$$

$$2x^2 - 4x - x^2 + 2x$$

$$x^2 - 2x < 0$$

$$x^2 - 2x < 0$$

$$x \neq 0 \quad x_1 = 2 \quad (0; 2)$$

$$x < 0$$

$$2x^2 - 4x + x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x < 0$$

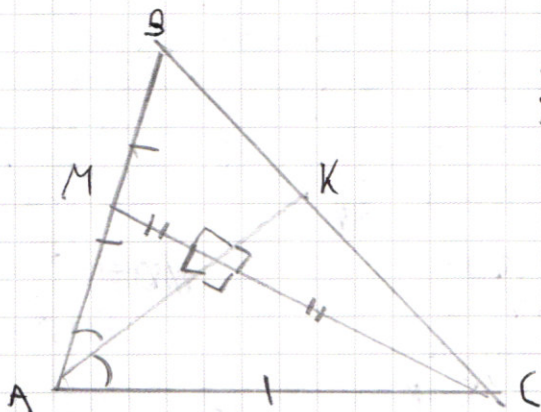
$$\text{нет}$$

$$x > 0 \quad y < 0$$

$$2x + y < 4$$

$$2x - y + 4 - 2x + y \geq 4$$

2.



$$P = 600$$



$$\frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}}{2}$$

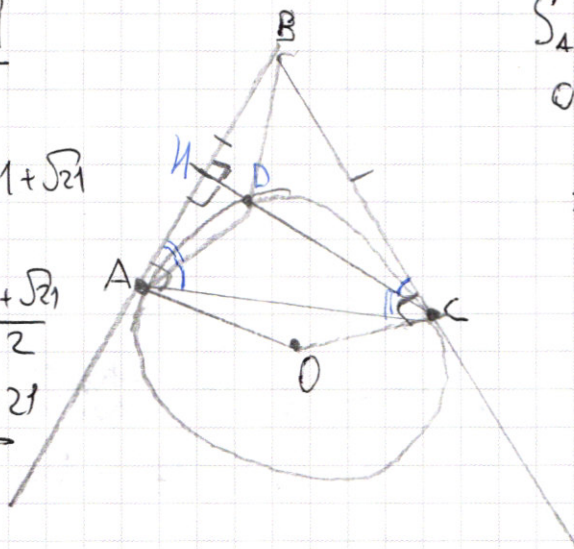
$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{2}}{2} + 1 + \sqrt{2}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 2}{4}$$

$$-5$$



$$S_{ABD} = 6$$

AB: CH - ?

$$OC = OA = OD = 4$$

$$\frac{DH \cdot AB}{2} = 6$$

$$DH \cdot AB = 12$$

$$AB = \frac{12}{DH}$$

$$CD \cdot CH = CB^2 = AB^2$$

$$CD \cdot CH = AB^2$$

$$AB = \frac{12}{DH}$$

$$CD \cdot CH = \frac{144}{DH^2}$$

$$HD = \frac{12}{AB}$$

$$AH = HD \cdot HC$$

$$\frac{AB \cdot CH}{2} = S_{ABC}$$

$$DH \cdot AB = 12$$

$$CH = \frac{AH^2}{HD}$$

$$CH \parallel OA$$

$$AH^2 = AC^2 - CH^2$$

$$\frac{CH}{AB} = \frac{AH^2}{12}$$

$$\frac{AB}{CH} = \frac{12}{AH^2}$$

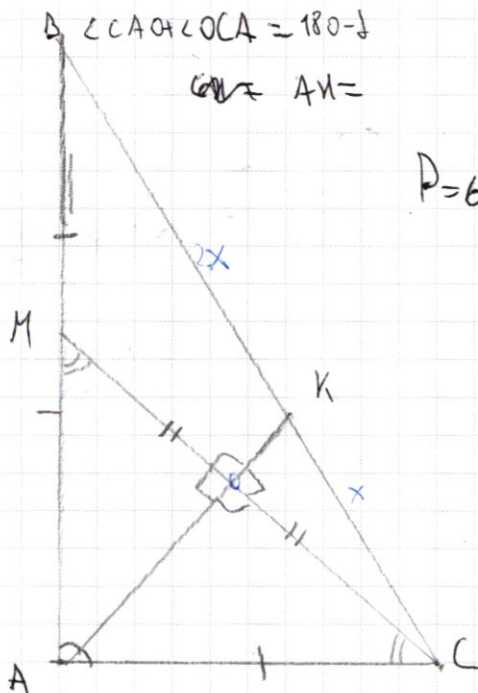
$$12CH = AB \cdot AH^2$$

$$\angle CAH = \angle C = 2$$

$$\angle CAH + \angle COA = 180^\circ$$

$$\angle CAH = \angle AHC$$

$$P = 600$$



AO - сумма и все.

$$y : 2y : 3x$$

$$100 \quad 200 \quad 300$$

$$101 \quad 200 \quad 299$$

$$200 \quad 400 \quad 300$$

$$f(4) = 4$$

$$f(6) = 5$$

$$f(10) = 7$$

$$f(14) = 9$$

$$f(18) = 6$$

$$f(12) = 7$$

$$f(18) = 8$$

$$x, y$$

$$17$$

$$-$$

$$f\left(\frac{1}{p}\right) = f(p)$$

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = 2$$

$$f(3) = 3$$

$$f(7) = 7$$

$$f(11) = 11$$

$$f(13) = 13$$

$$f(17) = 17$$

$$f(15) = 5$$

$$f(16) = 8$$

$$11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15$$

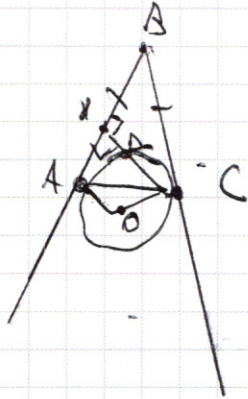
$$-x = \sqrt{x^2}$$

$$-x = x$$

измеря шапкой

0	1	9	1
2	1	10	0
3	1	11	1
4	1	12	0
5	2	13	1
6	2	17	1
7	3		
8	3		

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$S_{ABD} = 6$$

$$OC = OA = OD = r$$

$$S_{ABD} = \frac{DH \cdot AB}{2} = 6$$

$$DH \cdot AB = 12 \quad \Rightarrow \quad AB = \frac{12}{DH}$$

$AH^2 = HD \cdot HC$ (квадрат кас. = произв. отрезков секущ.)

$$CH = \frac{AH^2 \cdot AB}{12}$$

$$\frac{AB}{CH} = \frac{12}{AH^2} \quad \Rightarrow \quad 12 CH = AB \cdot AH^2$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.

Выражение слева можно преобразовать в
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 - 5 \leq 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5$ - уравн. окружн.
 с центром в $(1; 2)$ и $R = \sqrt{5}$

$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4$, заметим, что при $2x + y \geq 0$
 ~~$|2x - y| > 4$~~ , Если $2x + y > 4$, то

$$|2x| + |y| + 4 + 2x + y > 4$$

$$|2x| + |y| + 2x + y > 8$$

$$4x + 2y > 8$$

$$2x + y > 4$$

1 случ. $x > 0$

$$x > 0 \quad y > 0$$

2 случ. $x < 0 \quad y > 0$

$$-2x + y + 2x + y > 8$$

$$2y > 8 \Rightarrow y > 4$$

3 случ. $y < 0$, область не
будет входить в окржн.

$$\text{случ. } y < 0 \quad x > 0$$

$$2x - y - 4 - 2x - y$$

$$2x - y + 4 + 2x + y$$

$$4x - 2y > 8$$

$$x > 2$$

Если $2x + y < 4$, то

$$|2x| + |y| + 4 - 2x - y > 4 \Rightarrow |2x| + |y| - 2x - y > 0$$

1 случ. $x > 0, y > 0$

$$0 > 0 \quad \emptyset$$

2

|| - пустая область

2 случ. $x < 0, y > 0$

$$-2x + y - 2x - y > 0$$

$$-4x > 0$$

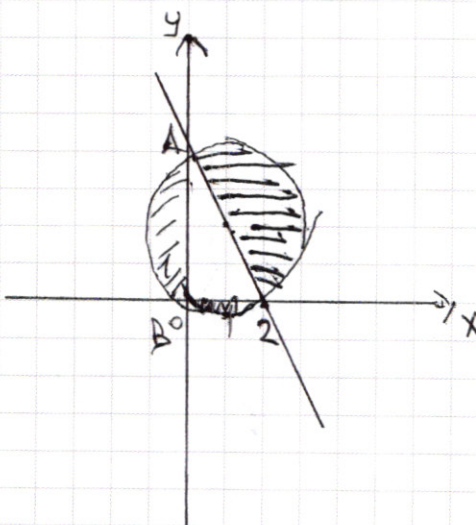
$$x < 0$$

$y < 0, x > 0$

$$2x - y + 4 - 2x + y > 4$$

$$4 > 4 \quad \emptyset$$

$$\sqrt{5} \cdot 5 - AB = 2 \sqrt{50} - 4$$



$$7. f(2) = 2, f(3) = 3, f(p) = p$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{p} \cdot k\right) = f\left(\frac{1}{n}\right) + f(k), \text{ при } k = n \text{ получаем,}$$

$$\text{что } \frac{1}{k} \cdot k = 1 \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{k}\right) = -f(k), \text{ а это значит}$$

~~что нам подойдет все числа вида $\frac{1}{n}$, где~~

~~тогда, чтобы x и y были < 0 , надо~~

чтобы $\frac{x}{y}$ были вида $\frac{1}{n} \cdot k$, где n и k — натур.

\Rightarrow 17 раз по x и 17 раз по $y \Rightarrow$

$$17^2 = 289$$

Ответ: 289

$$3. \begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy} \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 5 - y^2$$

$$x - 2y = \sqrt{xy} \quad x - 2y \geq 0$$

$$(x - 2y)^2 = xy$$

$$x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$$

$$25 - 10y^2 + y^4 - 25y + 5y^3 + 4y^2 = y^4 + 5y^3 - 6y^2 - 25y + 25 = 0 =$$

$$= (y - 1)(y^3 + 6y^2 - 25) = (y - 1)(y + 5)(y^2 + y - 5) = 0$$

$$y^2 + y - 5 = 0$$

$$\text{или } y = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$(y - 1)(y + 5)(y^2 + y - 5) = (y - 1)(y + 5)\left(y - \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}\right)\left(y - \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}\right)$$

$$y = 1 \Rightarrow x = 5 - 1 = 4$$

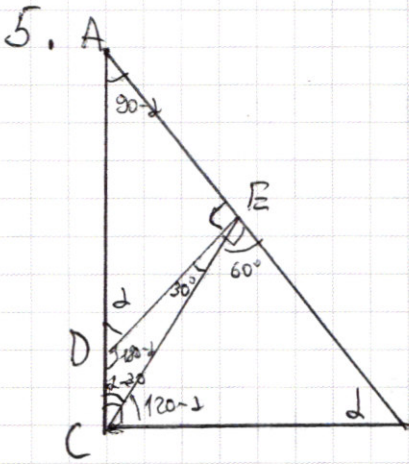
$$y = 5 \Rightarrow x = -20, \text{ но } x - 2y \geq 0 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = 5 - \frac{1 - 2\sqrt{21} + 21}{4} = \frac{-2 + 2\sqrt{21}}{4} = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}, \text{ но } x - 2y \geq 0 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$y = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = 5 - \frac{1 + 2\sqrt{21} + 21}{4} = \frac{-2 - 2\sqrt{21}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \text{ подстав. в 1-е уравн., не подходит.}$$

Ответ: $x = 4$ $y = 1$; ~~$x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$ $y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $AC = \sqrt{7}$ $BC = 2$ $\angle CED = 30^\circ$
 $DE \perp AC$
 Найти: $S_{\triangle AED}$, $AD:AC$

Решение: $\angle CEB = 60^\circ$. Обозначим $\angle ABC = \alpha$
 Тогда $\angle ECB = 120^\circ - \alpha$, $\angle ECD = \alpha - 30^\circ$
 $\angle EDC = 180^\circ - 120^\circ + \alpha - 30^\circ = 180^\circ - 30^\circ - \alpha + 30^\circ = 180^\circ - \alpha$, $\angle EDA = \alpha$, $\angle CAB = 90^\circ - \alpha$.

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 7 + 4 = 11 \Rightarrow AB = \sqrt{11}$$

По теореме косинусов $\cos \alpha = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{11 + 4 - 7}{2 \cdot \sqrt{11} \cdot 2} = \frac{8}{4\sqrt{11}} = \frac{2}{\sqrt{11}}$

$$\sin \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{11} = \frac{7}{11} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

По теореме синусов в $\triangle CEB$

$$\frac{CB}{\sin 60^\circ} = \frac{EC}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{EC}{\frac{\sqrt{3}}{7}} \Rightarrow EC = 2$$

По теор. синусов в $\triangle ECD$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha \Rightarrow \frac{EC}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{7}} = \frac{CD}{\frac{1}{2}} \Rightarrow CD = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$AD = AC - CD = \sqrt{7} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{7} - \frac{2\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{7}}$$

$$AD^2 = AE^2 + ED^2 \Rightarrow ED^2 = AD^2 - AE^2$$

По теор. косинусов в $\triangle AED$

$$\frac{AD}{\sin 90^\circ} = \frac{AE}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{AD}{1} = \frac{AE}{\frac{\sqrt{3}}{7}} \Rightarrow AE = \frac{AD \cdot \sqrt{3}}{7}$$

$$\Rightarrow ED = \frac{2}{3} \quad S_{\triangle AED} = \frac{ED \cdot AD}{2} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$1. \frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x-3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2|} \leq 0$$

Рассмотрим числитель

1 шаг. $x > 3$

$$x^2 - 6x + 10 - 2x + 6 = (x-4)^2 \Rightarrow \geq 0$$

2 шаг. $x < 3$

$$x^2 - 6x + 10 + 2x - 6 = (x-2)^2 \Rightarrow \geq 0$$

Поэтому для того чтобы дробь была < 0 , надо знамен. < 0

$$2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2|$$

1 шаг. $x > 2$

$$2x^2 - 4x + x^2 - 2x = 3x^2 - 6x < 0 \quad \text{Завенство при } x_1 = 2, x_2 = 0, \text{ но по усл. } x > 2, \text{ а открыт. знак. только между корн., так как парабола}$$

2 шаг. с ветв. вверх $\Rightarrow \emptyset$

$$0 < x \leq 2$$

$$2x^2 - 4x - x^2 + 2x < 0 \Rightarrow x^2 - 2x < 0 \quad \text{Завенство при } x_1 = 2, x_2 = 0. \text{ Ветви}$$

параболы вверх $\Rightarrow x \in (0; 2)$

$$x < 0$$

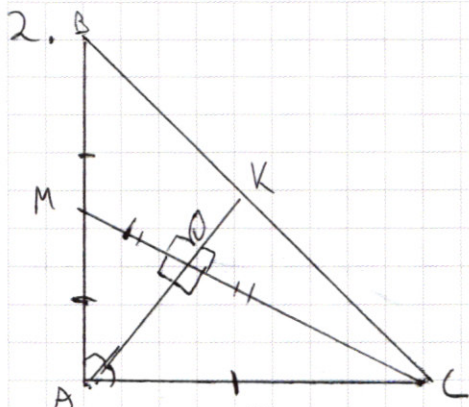
$$2x^2 - 4x + x^2 - 2x < 0 \quad \text{Завенство при } x_1 = 2, x_2 = 0, \text{ ветви параболы вверх, но по усл. } x < 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$x < 0 \Rightarrow \emptyset$$

При $x=0$ и $x=2$ получаем 0 в знамен. \Rightarrow не подходят

Ответ: $(0; 2)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



600; AK -бисс., AM -мед.
 $\angle COA = 90^\circ \Rightarrow$ углы шестилет и верт
 CKM равны 90° . Тогда в $\triangle AKC$
 AO -высота и бисс., $\Rightarrow \triangle AKC$ -
 р/б. Тогда как длины пойдём

все тупер - в котором одна сторона в 2 раза
 больше другой. y -сторона BC x -сторона AC

$$3x + y = 600 \quad \text{по нерав-ву } \triangle \begin{cases} 3x > y \\ x + y > 2x \end{cases} \Rightarrow y > x$$

Тогда $x \in (100; 150)$. С заданными 3 сторонами
 существует только один тупер. $\Rightarrow 150 - 100 + 1 - 2 = 49$
 тупер.

Ответ: 49