МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED=45^\circ$.

$\frac{5\sqrt{29}}{2}$ $\sqrt{29}$

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 19$, $3\leqslant y\leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

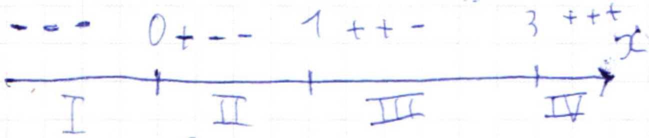
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



I $\quad f(x) = \dfrac{x^2-2x+5-4(1-x)}{4x^2-12x+x(x-3)} \le 0$

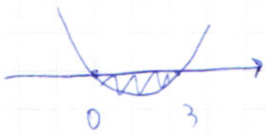
$$f(x) = \frac{x^2+2x+1}{5x^2-15x} \le 0 \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{5(x^2-3x)} \le 0$$

т.к. $(x+1)^2 \geq 0$

то (1) равносильно:

$(x \neq 0$ и 3 - ОДЗ$)$



$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x^2-3x<0 \end{array}\right. \\ x \le 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x \in (0;3) \end{array}\right. \\ x<0 \end{cases} \Rightarrow x=-1$$

II $\quad f(x) = \dfrac{x^2-2x+5-4(1-x)}{4x^2-12x-x(x-3)} \le 0$

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{3(x^2-3x)} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x \in (0;3) \end{array}\right. \\ x \in [0;1] \end{cases} \Rightarrow x \in (0;1]$$

$(x \neq 0$ и 3 - ОДЗ$)$

III $\quad f(x) = \dfrac{x^2-2x+5-4(x-1)}{4x^2-12x-x(x-3)} \le 0$

$(x \neq 0,3)$

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{3(x^2-3x)} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x \in (0;3) \end{array}\right. \\ x \in [1;3] \end{cases} \Rightarrow x \in [1;3)$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

IV:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5 - 4(x-1)}{4x^2 - 12x + x(x-3)}$$

$(x \neq 0, 3)$

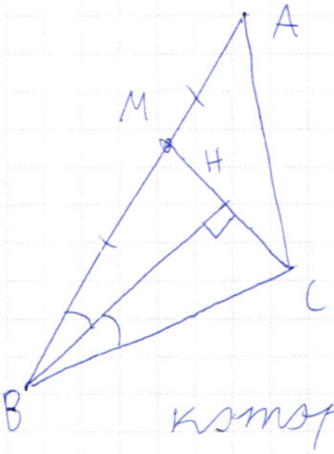
$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{5(x^2-3x)}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x \in (0,3) \end{array}\right. \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow \varnothing$$

ответ

~~Ans~~: $x \in (0;3)$ или $x = -1$

№2

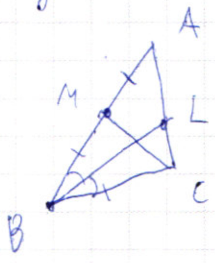


В ΔMBC: BH - высота и биссектриса ~~а~~. $\Rightarrow$ ΔMBC - равнобедренный

$\Downarrow$

$BC = BM = \frac{AB}{2}$

Теперь возьмем любой Δ, у которого 1 сторона в 2 раза больше другой:



M - середина AB

$CM \perp BL$ (BL - биссектриса равнобедренного Δ)

Т.е мы получили критерий:

в треугольнике одна из биссектрисс $\perp$ одной из медиан $\Leftrightarrow$ в треугольнике какие-то 2 стороны отличаются в 2 раза по длине.

(очевидно, что медиана и биссектриса из одной вершины не $\perp$, т.к. все углы Δ $< 180°$ и медиана внутри Δ).

Давайте найдем кол-во Δ с периметром 300 и сторонами (2мя), отличающимися в 2 раза.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Стороны этого Δ можно обозначить:
$a, 2a, b$. $(a, b > 0)$

Тогда по периметру и нер-ву Δ: $(a < 2a + b)$

$$\begin{cases} 3a+b=300 \\ 2a < a+b \\ b < a+2a \end{cases} \qquad \begin{cases} 3a+b=300 \\ a < b \\ b < 3a \end{cases}$$

$$300 = 3a + b > 3a + a = 4a$$
$$\Downarrow$$
$$a < 75$$
$$300 = 3a + b < 3a + 3a = 6a$$
$$a > 50$$
$$\Downarrow$$
$$a \in [51; 74]$$

По значению a однозначно восстанавливается Δ ~~и наоб~~ ⇒ кол-во таких Δ $(K(300))$ $= 74 - 51 + 1 = 24$ ~~кол-во~~

~~Δ, которые посчитали ≥ 2 раза~~

~~2 раза мы посчитали~~ (очевидно, что все Δ посчитаны ровно 1 раз)

Ответ: 24

№ 3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \quad \begin{cases} xy \geqslant 0 \\ (y-2x)^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \quad \begin{cases} xy \geqslant 0 \\ 4x^2+y^2-5xy=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy \geqslant 0 \\ (4x-y)(x-y)=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \quad \begin{cases} xy \geqslant 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=y \\ y=4x \end{array}\right. \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=y \\ y=4x \end{array}\right. \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$(xy = x^2$ или $4x^2$, что $\geqslant 0)$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=y \\ x^2+2x-9=0 \end{cases} \\ \begin{cases} y=4x \\ x^2+8x-9=0 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=y \\ x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{40}}{2} \end{cases} \quad (D=4+36=40) \\ \begin{cases} y=4x \\ x_1=1;\ x_2=-9 \end{cases} \end{array}\right.$$

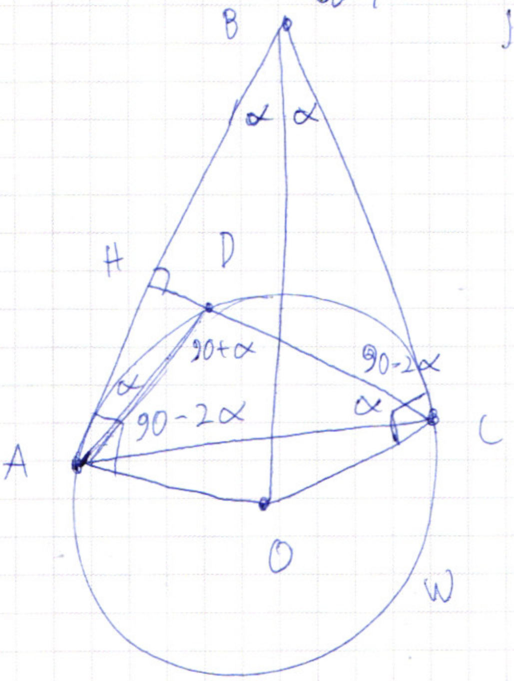
$$\left[\begin{array}{l} (-1+\sqrt{10};\ -1+\sqrt{10}) \\ (-1-\sqrt{10};\ -1-\sqrt{10}) \\ (1;\ 4) \\ (-9;\ -36) \end{array}\right.$$

Ответ: $(-1+\sqrt{10};\ -1+\sqrt{10})$; $(-1-\sqrt{10};\ -1-\sqrt{10})$; $(1;\ 4)$; $(-9;\ -36)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



Т.к. AB и BC - касательные к w,

то $AB=BC$ и $\angle BAD=\angle ACD$ и

$\angle DAC=\angle BCH$

Пусть $\angle ACD=\alpha$

$\Downarrow$

$\angle BAD=\alpha$

$\Downarrow$

$\angle ADC=90+\alpha$

$\Downarrow$

$\angle DAC=90-2\alpha$

$= \angle DCB$

$\Downarrow$

$\angle ABC=2\alpha$

и BO - бисс $\angle B$

Условием дано, что

$S_{ABD}=\frac{AB\cdot DH}{2}\overset{(1)}{=}15$

и $AO=OC=6$

Из ΔBOC:

$6=OC=BO\cdot\sin\alpha$

$BC=BO\cdot\cos\alpha=\frac{6\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}=AB$

из (1): $HD=\frac{30}{AB}=\frac{5\sin\alpha}{\cos\alpha}$

из ΔADH и теоремы синусов:

$\frac{5\sin\alpha}{\cos\alpha}=HD=AD\cdot\sin\alpha \Rightarrow AD=\frac{5}{\cos\alpha}$ и по т. синусов

$AD=2R_w\cdot\sin\alpha \Rightarrow \frac{5}{\cos\alpha}=12\cdot\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha\cdot\cos\alpha\overset{(2)}{=}\frac{5}{12}$

$CH=AC\cdot\cos\alpha=2R_w\cdot\sin(90+\alpha)\cdot\cos\alpha=12\cdot\cos^2\alpha$

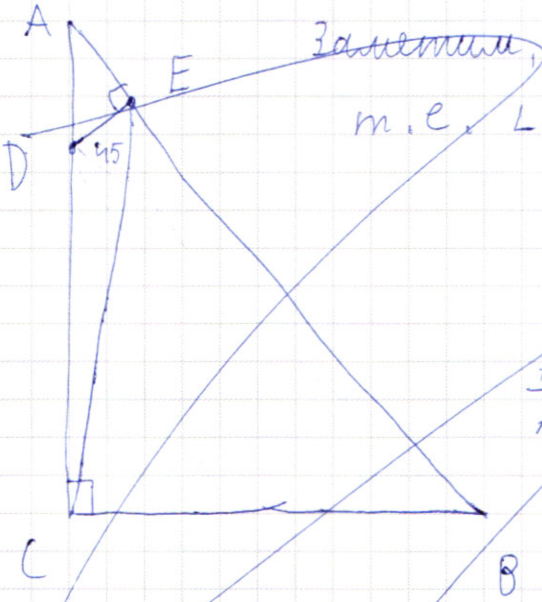
(по теореме синусов)

Значит $\frac{AB}{CH} = \frac{\frac{6\cos\alpha}{\sin\alpha}}{12\cos^2\alpha} =$ (т.к. $\triangle ABC$ невырожденный и без бесконечно удаленных точек, то $\sin\alpha$ и $\cos\alpha \neq 0$)

$= \frac{1}{2\cos\alpha\sin\alpha} = \frac{1}{2\cdot\frac{5}{12}} = 1,2$
(по (2))

Ответ: 1,2

№ 5



~~Заметим~~, что $CDEB$ - вписанный, т.е. $\angle DEC = \angle DBC$ $\Rightarrow$ $\triangle BCD$ - равнобедренный и прямоугольный
$\overset{\shortparallel}{45^\circ}$

$\Downarrow$

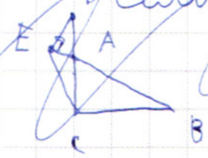
$\frac{AD}{AC} = \frac{AC-BC}{AC} = 1 - \frac{BC}{AC} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$\Downarrow$

$D \notin [AC]$

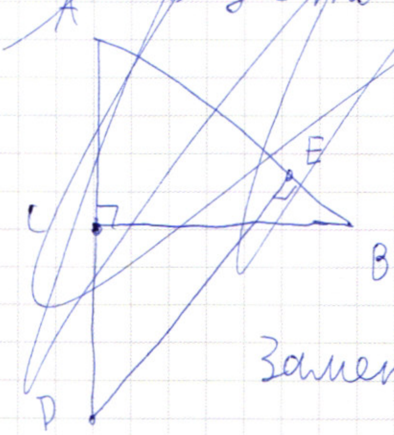
если D за точкой A, то $\angle DEC = 90^\circ + \angle CEB > 90^\circ$

$\angle DEC > 90^\circ$



$\Downarrow$

D за точкой C:



$BECD$ все равно впис.
и $\triangle BCD$ - прямоуг. и равнобедр.

$\Downarrow$

$\frac{AD}{AC} = 1 + \frac{BC}{AC} = 1 + \frac{5}{2} = 3,5$

Заметим, что $\triangle DAE \sim \triangle BAC$ (по 2 углам)
$\angle A$ и $\angle 90^\circ$

$\Downarrow$

$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{AD^2}{AB^2} = \frac{3,5^2\cdot AC^2}{AC^2+BC^2} = \frac{3,5^2\cdot 29}{29+\frac{9}{25}\cdot 29} =$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2}{\frac{29}{4}\cdot\frac{34}{25}} = \frac{\frac{49}{4}\cdot\frac{9}{25}}{\frac{29}{4}\cdot\frac{34}{25}} = \frac{49}{29}\cdot\frac{9}{34}$

$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{AD^2}{AB^2} = \frac{\left(\frac{3}{5}\cdot AC\right)^2}{AC^2+BC^2} = \frac{\frac{9}{25}\cdot 29}{29\cdot\left(1+\frac{25}{4}\right)} = \frac{9\cdot 29}{100}$

$S_{ADE} = \frac{9\cdot 29}{100}\cdot S_{ABC} = \frac{9\cdot 29}{100}\cdot 29$

$S_{ADE} = \frac{49}{29}\cdot\frac{9}{34}\cdot S_{ABC} = \frac{49}{29}\cdot\frac{AC\cdot BC}{2} = \frac{49}{29}\cdot\frac{9}{34}\cdot\frac{5}{4}\cdot 29 = \frac{49\cdot 5}{4} = 61,25$

Ответ: 3,5 ; 61,25

№7

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$a = b = 1$:

$f(1) = 2\cdot f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

Давайте найдем $f(k)$, где $k \in [1; 19]$:

$f(2) = \cancel{f(1) + f(2)} = 2$ - простое

$f(3) = 3$ - простое

$f(4) = f(2) + f(2) = 4$

$f(5) = 5$ - простое

$f(6) = f(2) + f(3) = 5$

$f(7) = 7$ - простое

$f(8) = f(4) + f(2) = 6$

$f(9) = f(3) + f(3) = 6$

$f(10) = f(2) + f(5) = 7$

$f(11) = 11$ - простое

$f(12) = f(2) + f(6) = 7$

$f(13) = 13$ - простое

$f(14) = f(2) + f(7) = 9$

$f(15) = f(3) + f(5) = 8$

$f(16) = f(4) + f(4) = 8$

$f(17) = \cancel{f(} 17$ - простое

$f(18) = f(2) + f(9) = 8$

$f(19) = 19$ - простое

Заметим:

$f(x) = f\left(\frac{x}{y}\cdot y\right) = f\left(\frac{x}{y}\right) + f(y)$

т.е. $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

и $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(y)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Т.е. нам надо найти кол-во пар x и y, что $f(x) < f(y)$

Давайте перебирать x от 3 до 19:

$x=3$; $f(x)=3$ $\Rightarrow$ подходят $y \in [4;19]$: 16

$x=4$; $f(x)=4$ $\Rightarrow$ подходят $y \in [5;19]$: 15

$x=5$; $f(x)=5$ $\Rightarrow$ подходят $y=[7;19]$: 13

$x=6$; $f(x)=5$ $\Rightarrow$ подходят $y=[7;19]$: 13

$x=7$; $f(x)=7$ $\Rightarrow$ подходят $y=11, 13, 14, 15, 16, 18, 17, 19$: 8

$x=8$; $f(x)=6$ $\Rightarrow$ подходят $y=7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \ldots, 19$: 11

$x=9$; $f(x)=6$ $\Rightarrow$ подходят $y=7, 10, 11, \ldots, 19$: 11

$x=10$; $f(x)=7$ $\Rightarrow$ подходят $y=11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19$: 8

$x=11$; $f(x)=11$ $\Rightarrow$ подходят $y=13, 17, 19$: 3

$x=12$; $f(x)=7$ $\Rightarrow$ подходят $y=11, 13, 14, \ldots, 19$: 8

$x=13$; $f(x)=13$ $\Rightarrow$ подходят $y=17, 19$: 2

$x=14$; $f(x)=9$ $\Rightarrow$ подходят $y=11, 13, 17, 11$: 4

$x=15$; $f(x)=8$ $\Rightarrow$ подходят $y=11, 13, 14, 17, \cancel{18}, 19$: 5

$x=16$; $f(x)=8$ $\Rightarrow$ подходят $y \in 11, 13, 14, 17, \cancel{18}, 19$: 5

$x=17$; $f(x)=17$ $\Rightarrow$ подходят $y=19$: 1

$x=18$; $f(x)=8$ $\Rightarrow$ подходят $y=11, 13, 14, 17, 19$: 5

$x=19$; $f(x)=19$ $\Rightarrow$ подходят $y=\varnothing$: 0

Осталось найти суммму: $16+15+13+13+8+11+11+8+3+8+2+$
$+4+5+5+1+5=128$

Ответ: 128

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

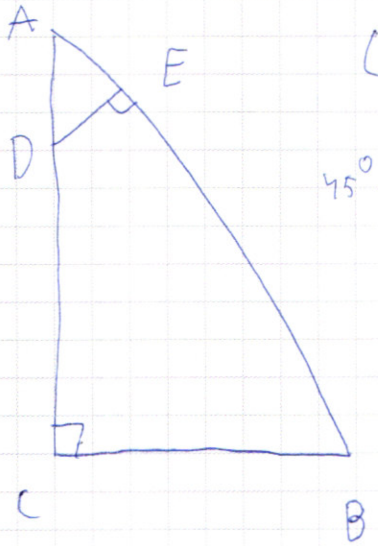
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5



$CDEB$ – вписанный ($\angle C + \angle E = 180^\circ$)

$\Downarrow$

$45^\circ = \angle DEC = \angle DBC$

$\Downarrow$

$BC = CD$ ($\angle C = 90^\circ$ и $\angle CBD = 45^\circ \Rightarrow \angle CDB = 45^\circ$)

$\Downarrow$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC - CD}{AC} = \frac{AC - BC}{AC} = 1 - \frac{BC}{AC} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ($\angle A$ – общий и $\angle E = \angle C = 90^\circ$)

$\Downarrow$

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{AD^2}{AB^2} = \frac{AC^2 \cdot \frac{9}{25}}{AC^2 + BC^2} = \frac{\cancel{29} \cdot \frac{25}{4} \cdot \frac{9}{25}}{\cancel{29} \cdot \left(\frac{29}{4}\right)} = \frac{9}{29}$$

$$S_{ADE} = \frac{9}{29} \cdot S_{ABC} = \frac{9}{29} \cdot \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{9}{\cancel{29}} \cdot \frac{\cancel{29}}{2} \cdot 5 = 22{,}5$$

Ответ: $\frac{3}{5}$; $22{,}5$

№ 6

$f_1(x,y) = x^2 - 2x - 3y + y^2 \le 0$

$f_1(x,y) = (x-1)^2 + (y-1{,}5)^2 - 3{,}25 \le 0 \Rightarrow$ ~~$f_1(x,y)$ - окружность~~ ГМТ таких точек - круг с центром $(1;1{,}5)$ и радиусом $\sqrt{3{,}25}$ (w)

~~$f_2(x,y) =$~~

$|3x| + |2y| + |6-3x-2y| \geq |3x| + |6-3x| \geq 6$

(т.к. $|a| + |b| \geq |a+b|$ - нер-во Δ)

$\Downarrow$

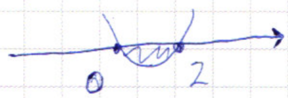
чтобы (x,y) не подходил, то:

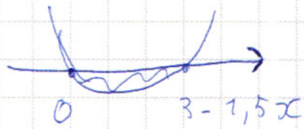
$\begin{cases} 3x \text{ и } 6-3x \text{ - одного знака} \\ 2y \text{ и } 6-3x-2y \text{ - одного знака} \end{cases}$

$\Updownarrow$

$\begin{cases} (3x-6)3x \le 0 \\ 2y(3x+2y-6) \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 9x^2 - 18x \le 0 \\ 6xy + 4y^2 - 12y \le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \in [0;2] \\ y \in [0;\ 3-1{,}5x] \end{cases}$

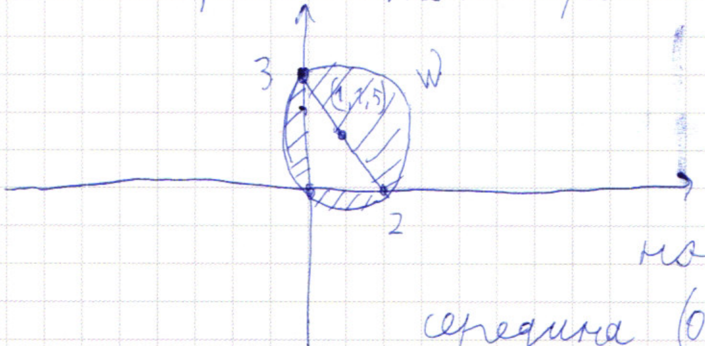




ГМТ таких точек:

~~пря~~ Δ, образованный OX, OY и $y = 3 - 1{,}5x$

Заметим, что этот прямоугольник $\in w$:



очевидно, что картинка такая, т.к. $(0;3)$ и $(2;0)$ $\in$ окружности, и ее центр - середина $(0;3)$ $(2;0)$. Но нам подходят точки, $\in$ кругу и $\notin$ прямоугольнику:

$S = \pi r^2 - \frac{2 \cdot 3}{2} = 3{,}25\pi - 3$. Ответ: $3{,}25\pi - 3$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

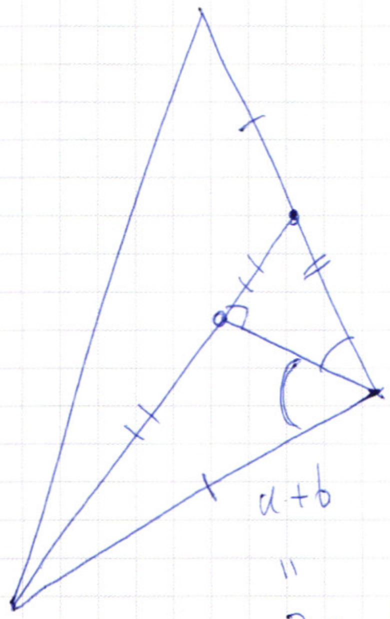
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

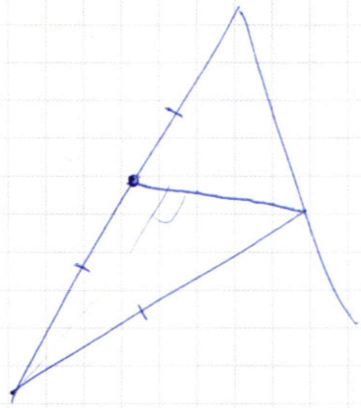
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{\cancel{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}} \le 0$$

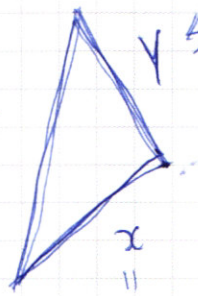




$a+b = 2x$

$a+c$

Y



$x = b+c$

$a+b+c=\frac{3x+y}{2}=150$

$$\boxed{\begin{aligned} a&=150-x\\ b&=150-y\\ c&=150-2x \end{aligned}}$$

$\boxed{3x+y=300}$

$y<150$

$xy>0$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}\\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$y^2+4x^2-4xy=xy$

$y^2+4x^2-5xy=0$

$(4x-y)(x-y)=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{\frac{\cancel{6}\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cancel{12}\cos^2\alpha} = \frac{1}{2\sin\alpha\cos\alpha}$$

$2 \qquad 11$

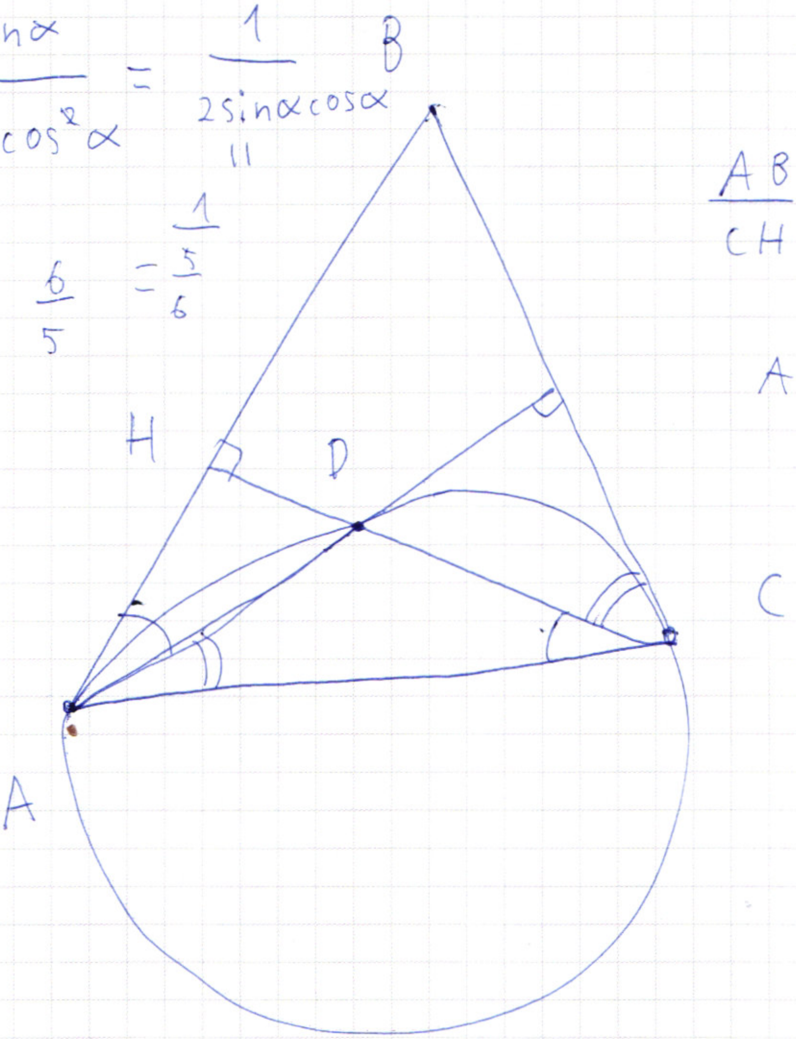
$$\frac{6}{5} = \frac{1}{\frac{5}{6}}$$

~~AB·~~

$AB \cdot HD = 30$

$R_{ADC} = 6$

$\frac{AB}{CH}$?



$AH^2 = HC \cdot HD$

$HD = \frac{5\sin\alpha}{\cos\alpha}$

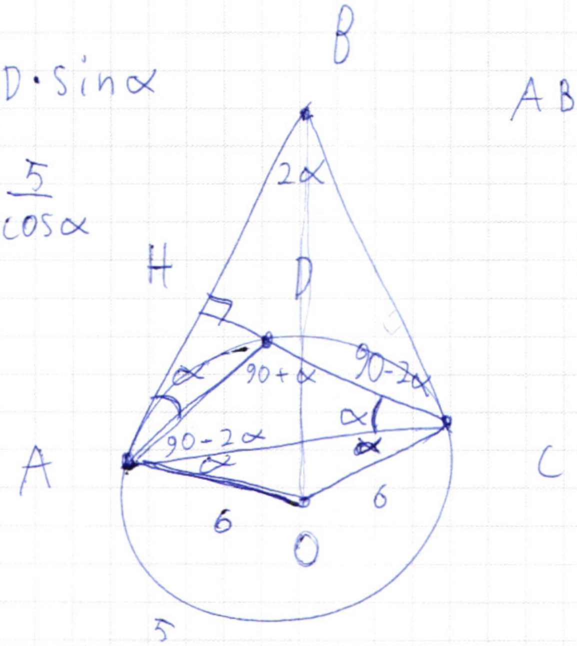
$AB = BC = \frac{6\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$HD = AD \cdot \sin\alpha$

$AD = \frac{5}{\cos\alpha}$

$AB \cdot HD = 30$

$\frac{AB}{CH}$?



$BO \cdot \sin\alpha = 6$

$BO \cdot \cos\alpha = BC$

$AC = 12 \cdot \cos\alpha$

$CH = AC \cdot \cos\alpha = 12 \cdot \cos^2\alpha$

$\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{5}{12}$

$AD = 12\sin\alpha = \frac{5}{\cos\alpha}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x^2+y^2-2x-3y\le 0$

$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6$

$\sqrt{3,25}=\frac{\sqrt{325}}{10}=$

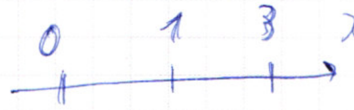
$=\frac{\sqrt{13}}{2}$

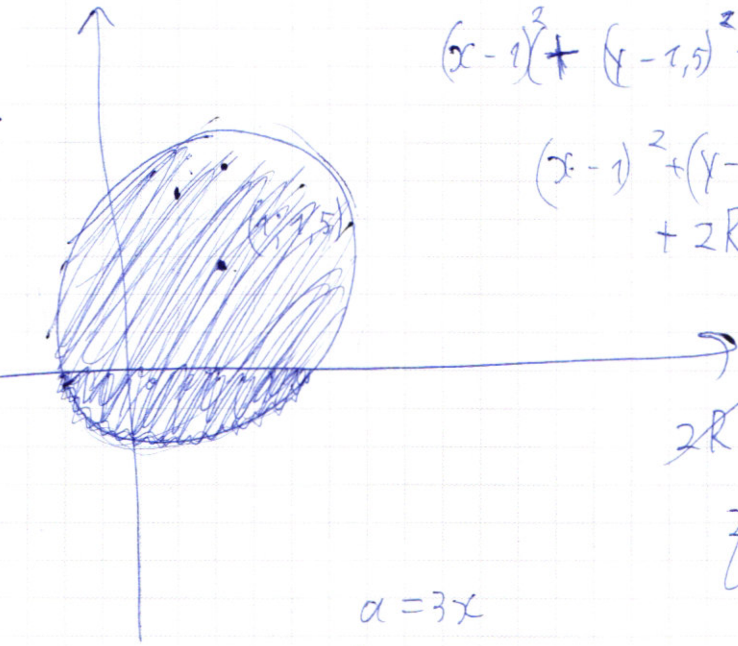
$f_1(x)=(x-1)^2+(y-1,5)^2-3,25\le 0$

$(x-1)^2+(y-1,5)^2-(R-k)^2=0$

$(x-1)^2+(y-1,5)^2-R_1^2$

$+2Rk-k^2=0$





$1+2+5=8$

$\cancel{2Rk-k^2\overset{?}{\geq}0}$

$\cancel{2Rk\geq k^2}$

$2R\geq k$

$-1,5x+3$

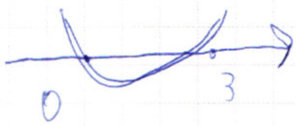
$a=3x$

$b=2y$

$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6$

$\boxed{0\le y\le 3-1,5x}$

$\boxed{0\le x\le 2}$



$\cancel{|4|+|-2|\geq}$

$|a|+|b|+|6-a-b|>6$

$6\quad 0<a<6$

x^2-6x+9

$|a|+|6-a|$ $\cancel{|x|+|y|\geq|x+y|}$

$\vee|$

6

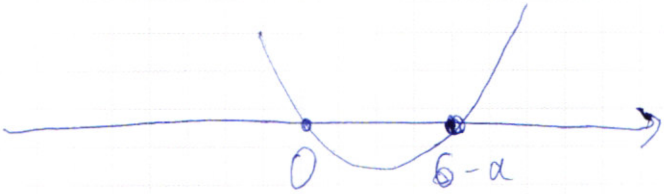
$\begin{cases} a \text{ и } 6-a \text{ одного знака} \\ b \text{ и } 6-a-b \text{ одного знака} \end{cases}$

$b\cdot(6-a-b)\geq 0$

$6b-ab-b^2\geq 0$

$b^2+ab-6b\le 0$

$b^2+(a-6)b$



$b\in[0;6-a]$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

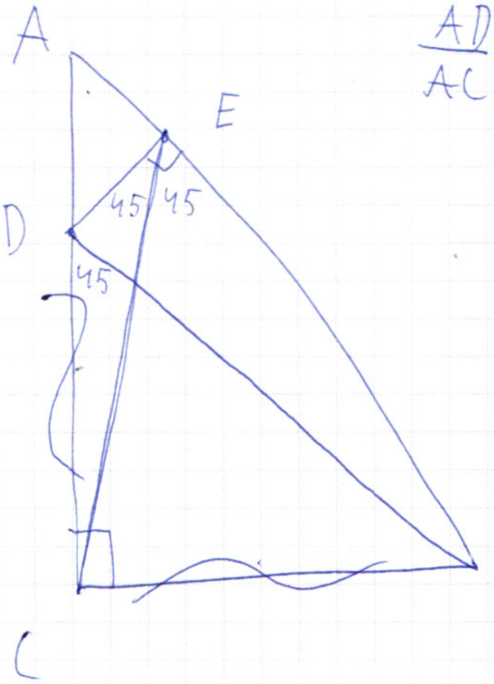
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{AD}{AC}$ и S_{AED} ?



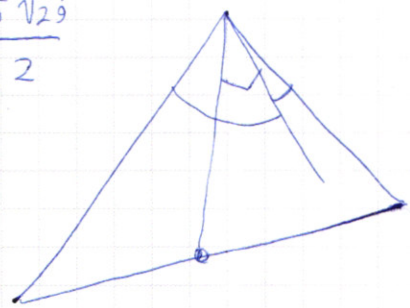
24

74 − 51 + 1

3 − 1 + 1

$AC = \sqrt{29}$

$BC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$



$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(1) = 2f(1)$

$\cancel{f(2) = f(2)+}$

$f\left(\frac{x}{y}\right) \cancel{f(y)} + f(y) = f(x$

4 + 36

$f(p) = p$

$f(1) = 0$

$f(2) = 2$

$f(3) = 3$

$f(4) = 4$

$f(5) = 5$

$f(6) = 5$

$f(7) = 7$

$f(8) = 6$

$f(9) = 6$

$f(10) = 7$

$f(11) =$

$\boxed{f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)}$

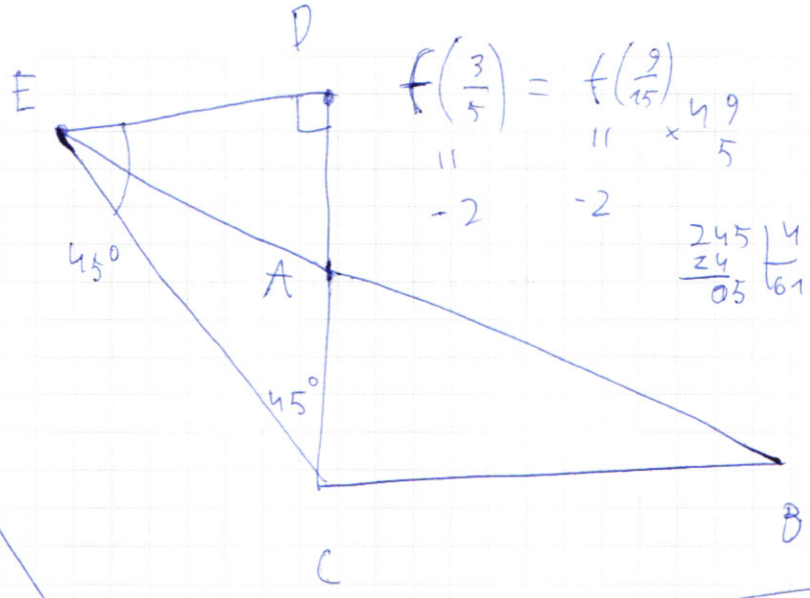
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

19 − 4 + 1

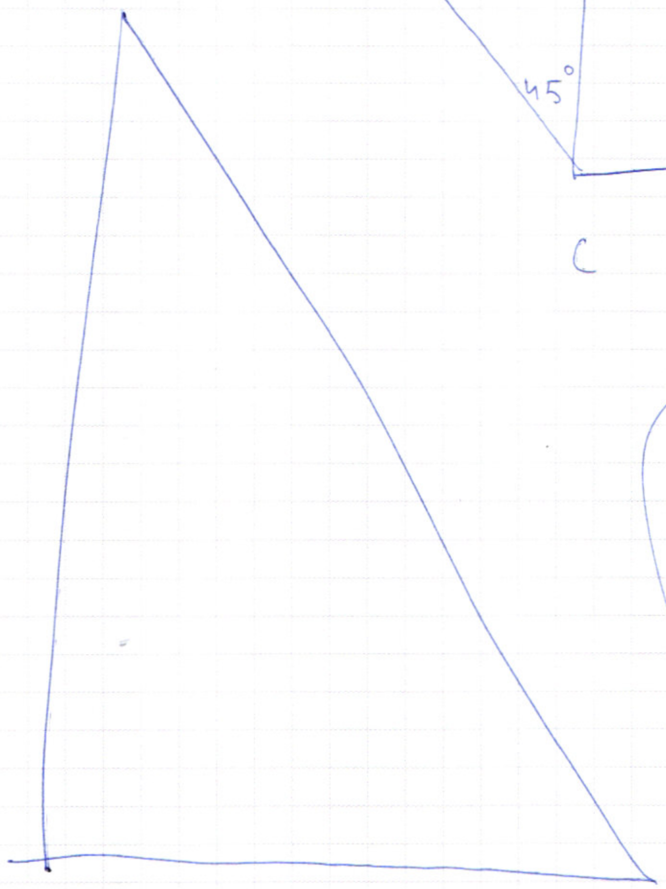


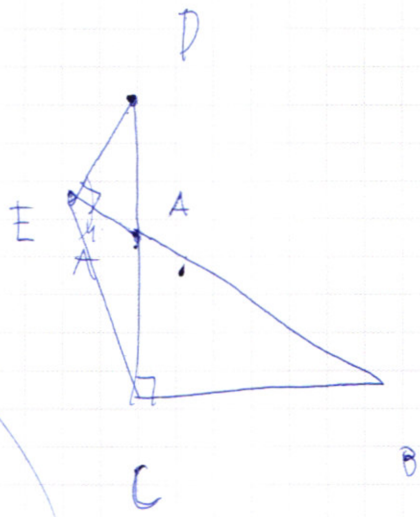
$f\left(\frac{3}{5}\right) = f\left(\frac{9}{15}\right)$ $\times\frac{49}{5}$

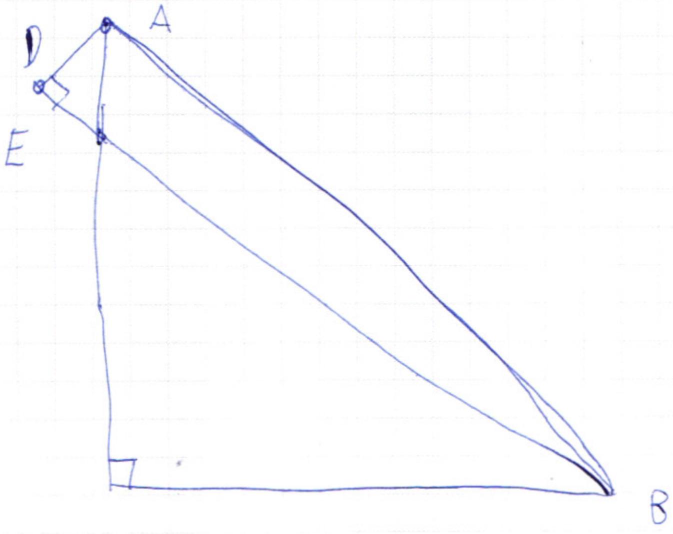
11 11

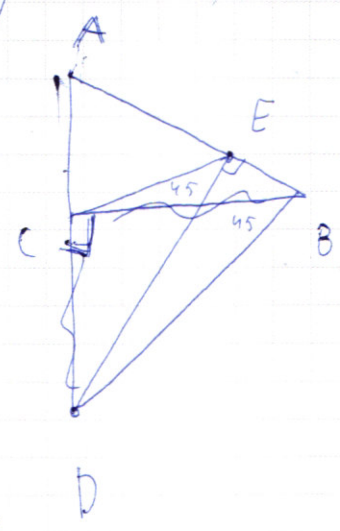
−2 −2

$$\begin{array}{r|l} 245 & 4 \\ \underline{24} & 61 \\ 05 & \end{array}$$









$\frac{AD}{AC} = 1 + \frac{BC}{AC}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

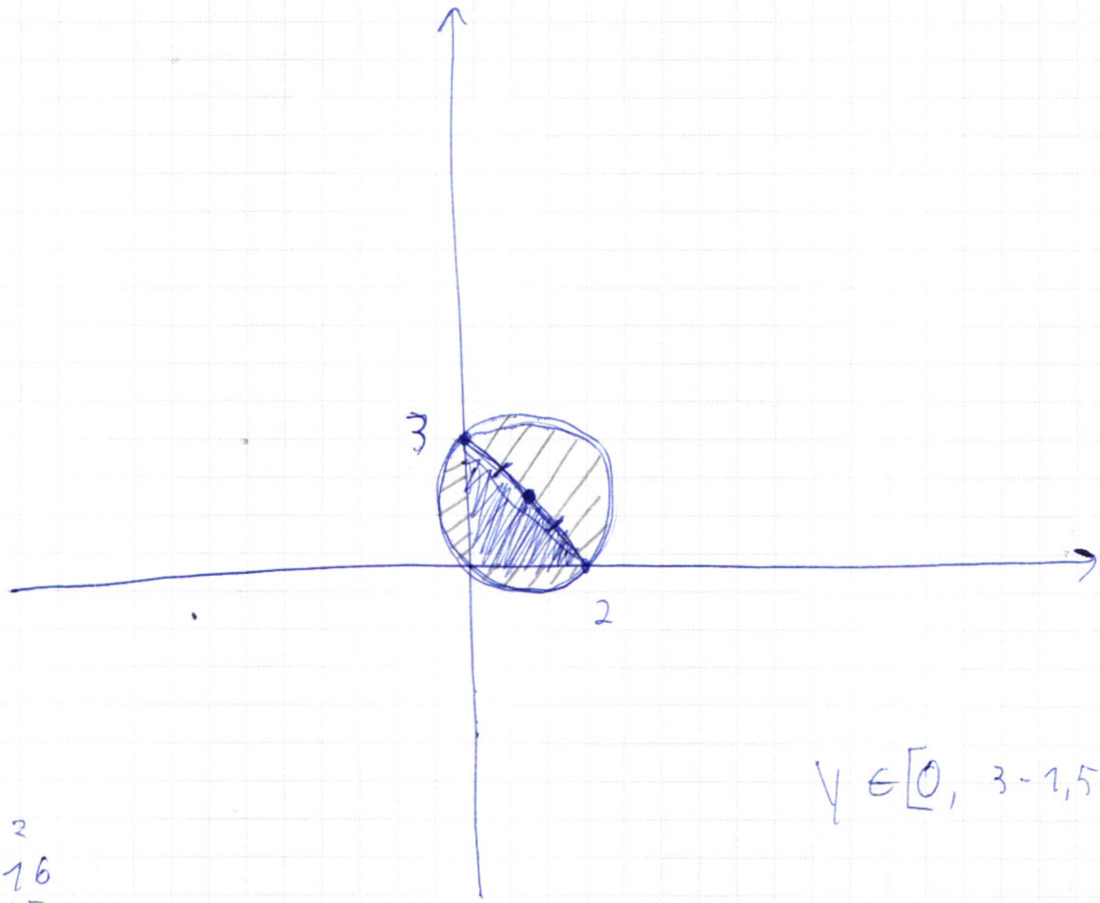
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

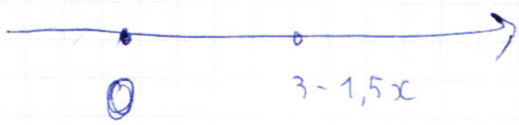


$y \in [0,\ 3-1{,}5x]$

$y^2-(3-1{,}5x)y \le 0$

$4y^2-(12-6x)y \le 0$

2
16
15
13
13
30
8
3
10
10
10
128



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)