

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарем)

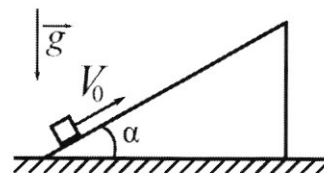
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

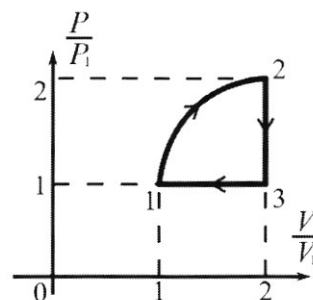
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

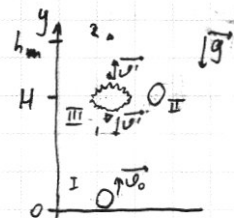
№1:
Дано:
 $m = 2 \text{ кг}$
 $H = 65 \text{ м}$
 $\tau = 10 \text{ с}$
 $v_0 = ?$
 $K = ?$

Реш-е: $\exists h_m$ - высота, на к-ую поднял осклок, взлетевший после взрыва вертикально, v' - скорость \neq осклок. Земли

$$v_{0y}^2 - v_{0y}^2 = 2g_y H$$

$$v_0^2 = 2gH \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 65 \text{ м}} = \sqrt{13 \cdot 100} \text{ м/с} = 10\sqrt{13} \text{ м/с}$$



$$\frac{650}{1300}$$

Пл.к. v' и H одинакова для \neq осклок, но быстрее всего на землю упадет осклок⁽¹⁾, у к-рого $\vec{v}' \uparrow \uparrow \vec{g}$, а медленнее всего - тот, у к-рого $\vec{v}' \uparrow \vec{g}$ (наз)

Ур-я движ. осклок

$$\begin{cases} y_1 = H + v' t_1 + \frac{g t_1^2}{2} & (1) \\ y_2 = H + v' t_2 - \frac{g t_2^2}{2} & (2) \\ y_1 = 0 \text{ при } t = t_1; y_2 = 0 \text{ при } t = t_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H - v' t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 0$$

$$\frac{g}{2} t_1^2 + v' t_1 - H = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{v'^2 + 2gH}$$

$$t_{11} < 0$$

$$t_{12} = t_1 = \frac{\sqrt{v'^2 + 2gH} - v'}{g} \quad (3)$$

$$(2): H + v' t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = 0$$

$$\frac{g}{2} t_2^2 - v' t_2 - H = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{v'^2 + 2gH}$$

$$t_{21} < 0$$

$$t_{22} = \frac{v' + \sqrt{v'^2 + 2gH}}{g} \quad (4)$$

$$\tau = t_2 - t_1 \quad (5)$$

$$(3), (4) \rightarrow (5): \tau = \frac{1}{g} (v' + \sqrt{v'^2 + 2gH} - \sqrt{v'^2 + 2gH} + v') = \frac{2v'}{g}$$

Получа $v' = \frac{g\tau}{2} \quad (6)$

реш-е далее - см. стр. 2

№ (рр.)

$$K = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{m_i v^2}{2} = \frac{v^2}{2} \sum_i m_i = \frac{v^2}{2} \cdot m = \frac{m v^2}{2} \quad (7)$$

$$(6) \rightarrow (7): K = \frac{m}{2} \left(\frac{gT}{2} \right)^2 = \frac{m}{2} \frac{g^2 T^2}{4} = \frac{m g^2 T^2}{8}$$

$$K = \frac{2 \text{ кг} \cdot 100 \text{ м}^2/\text{с}^4 \cdot 100 \text{ с}^2}{8} = 25 \cdot 100 \text{ Дж} = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: $v_0 = 10\sqrt{13} \text{ м/с}$; $K = 2500 \text{ Дж}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2:
Дано:
 $m_u = m_k = m$
 $\alpha = 30^\circ$
 $v_0 = 2 \text{ м/с}$
 $\mu = 0; \gamma_{\text{ш}} = 0$
1) $H = ?$
2) $v = ?$

Защ-е: 1) $E_{k1} = E_{k2}$

$$0 + \frac{mv_0^2}{2} + 0 + 0 = mgh + \frac{mv_k^2}{2} + 0 + \frac{mv_{kz}^2}{2}$$

$$mv_0^2 = 2mgh + 2mv_k^2 \quad (1)$$

~~$p_1 = p_2$~~ $p_{x1} = p_{x2}$

$$mv_0 \cos \alpha + 0 = mv_{kz} + mv_{kz} = 2mv_{kz} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{kz} = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} \quad (2) \quad (2) \rightarrow (1): v_0^2 = 2gh + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{1}$$

$$v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha = 2gh \Rightarrow H = \frac{v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha)}{2g}$$

$$H = \frac{4 \text{ м}^2/\text{с}^2 (1 - \frac{3}{4})}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4}}{10} \text{ м} = \frac{1}{20} \text{ м} = 0,05 \text{ м}$$

2) $E_{k1} = E_{k3}$

$$0 + \frac{mv_0^2}{2} + 0 + 0 = 0 + \frac{mv^2}{2} + 0 + \frac{mv_{k3}^2}{2}$$

$$v_0^2 = v^2 + v_{k3}^2 \quad (3) \Rightarrow v_{k3} = \sqrt{v_0^2 - v^2}$$

$p_{x1} = p_{x3}$

$$mv_0 \cos \alpha + 0 = mv \cos \beta + mv_{k3}$$

$$v \cos \beta = v_x = v_{k3} - v_3 \cos \alpha \Rightarrow v_{k3} = v \cos \beta + v_3 \cos \alpha \quad (6)$$

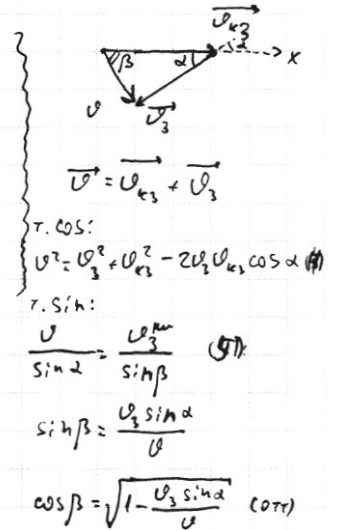
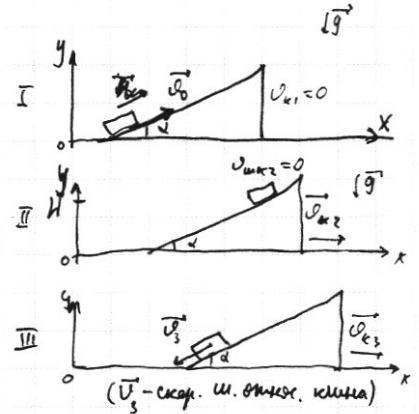
$$(4): v^2 = v_3^2 + v_{k3}^2 - 2v_3 v_{k3} \cos \alpha$$

$$(3), (4): v_0^2 = v_3^2 + v_{k3}^2 - 2v_3 v_{k3} \cos \alpha + v_{k3}^2 = v_3^2 + 2v_{k3}^2 - 2v_3 v_{k3} \cos \alpha \quad (7)$$

$$(6), (7): v_0^2 = v_3^2 + 2v^2 \cos^2 \beta + 4vv_3 \cos \alpha \cos \beta + 2v_3^2 \cos^2 \alpha - 2v_3 \cos \alpha (v \cos \beta + v_3 \cos \alpha) =$$

$$v_0^2 = v_3^2 + 2v^2 \cos^2 \beta + 4vv_3 \cos \alpha \cos \beta + 2v_3^2 \cos^2 \alpha - 2v_3 \cos \alpha (v \cos \beta + v_3 \cos \alpha) =$$

$$v_0^2 = v_3^2 + 2v^2 \cos^2 \beta + 2vv_3 \cos \alpha \cos \beta$$



N2 (пр.)

Задача: $H = 0,05 \mu$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3:

Дано:

$$R = 1,2 \text{ м}$$

$$v_0 = 3,7 \text{ м/с}$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$\alpha = \pi/6$$

$$\mu = 0,9$$

$$v = \omega R$$

$$1) P = ?$$

$$2) v_{\text{min}} = ?$$

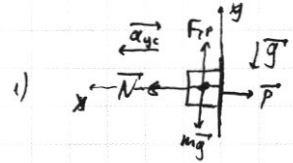
Реш-е: 1) авт. маленький, потому считали, что он движ. по окружк. по спирали, перпендику. \vec{g} .

$$\text{Уравнение } \vec{R} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}_{\text{yc}}$$

$$\begin{cases} \text{OX: } N = ma_{\text{yc}} \\ \text{OY: } F_{\text{тр}} - mg = 0 \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases} \Rightarrow \mu ma_{\text{yc}} = mg \Rightarrow a_{\text{yc}} = \frac{g}{\mu}$$

$$\begin{cases} N = \frac{mg}{\mu} \\ N = P \text{ (III з.и.)} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{mg}{\mu}$$

$$P = \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{0,9} = \frac{40}{9} \text{ Н}$$



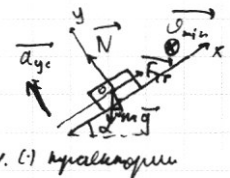
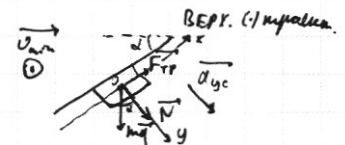
2) авт. маленький, потому участки сферы, по к-му он движется, неслишком считали.

$$\text{Вспом } \vec{R} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}_{\text{yc}}$$

$$\text{Выпук: } \begin{cases} \text{OX: } F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = 0 \\ \text{OY: } N + mg \cos \alpha = ma_{\text{yc}} \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu N = mg \sin \alpha \\ N = m(a_{\text{yc}} + g \cos \alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu m a_{\text{yc}} - \mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \\ a_{\text{yc}} = \frac{v_{\text{min}}^2}{R} \end{cases}$$

$$\mu v_{\text{min}}^2 = gR(\sin \alpha + \cos \alpha)$$



$$\text{Вог: } \begin{cases} \text{OX: } F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = 0 \\ \text{OY: } N - mg \cos \alpha = ma_{\text{yc}} \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu N = mg \sin \alpha \\ N = m(a_{\text{yc}} + g \cos \alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu m a_{\text{yc}} + \mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \\ a_{\text{yc}} = \frac{v_{\text{min}}^2}{R} \end{cases}$$

$$\mu v_{\text{min}}^2 = gR(\sin \alpha - \cos \alpha)$$

$$\text{Т.о. } v_{\text{minB}} = \sqrt{\frac{gR(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\mu}} \quad (1)$$

$$v_{\text{minH}} = \sqrt{\frac{gR(\sin \alpha - \cos \alpha)}{\mu}}, \quad \alpha \leq \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

N3(HP.1)

~~v_{min} — минимальная из v_B и v_H , но v_{min}~~

v_{min} — наименьшая скорость, которую может иметь автомобиль в вершине (1). т.е.

Если $v_B > v_H$ ($\sin \alpha + \cos \alpha > \sin \alpha - \cos \alpha$, $\alpha < \pi/2$), то $v_{min} = v_B$.

$$v_{min} = \sqrt{\frac{gR(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\mu}}$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 12 \text{ м} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 4 \sqrt{3} + 1}{3} \cdot \frac{1}{2}} \text{ м/с} \approx \sqrt{\frac{10 \cdot 4 \cdot 1,732 + 1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 4 \cdot 1,7}{3 \cdot 2}} \text{ м/с} = \sqrt{\frac{10 \cdot 4 \cdot 1,7}{10 \cdot 2}} \text{ м/с} = \sqrt{3,4} \text{ м/с}$$

$$\approx \sqrt{\frac{10 \cdot 4 \cdot 1,7}{3 \cdot 2}} \text{ м/с} = \sqrt{\frac{4 \cdot g}{2}} \text{ м/с} = 6\sqrt{2} \text{ м/с}$$

Ответ: $P = \frac{40}{9} \text{ М}$; $v_{min} = 6\sqrt{2} \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

МЧ:
Доко:
 $\nu = 1 \text{ моль}$
 $T_2 = T_1$
 $Q_{12} = Q = ?$
 $A = ?$
 $\eta = ?$

Реш.е: Если через 1) и 2) из состояния α в состояние β , то $T_2 > T_1$, т.к. лежит выше

1-2: $p \uparrow, V \uparrow, T \uparrow, A \neq 0, \Delta U \neq 0, Q = \text{ка}$.

2-3: $p = \text{const}$,

2-3: $V = \text{const}, p \downarrow, T \downarrow, A = 0, \Delta U \neq 0, Q = \text{отг}$.

3-1: $p = \text{const}, V \downarrow, T \downarrow, A \neq 0, \Delta U \neq 0, Q = \text{отг}$.

из ср. (реальности)
R отг $\neq p_1 = V_1$
(идеально),
т.к. $R_{\text{отг}} = 2p_1 - p_1 = 2V_1 - V_1$

1) $Q = \Delta U_{12} + A_{12}$

$$A_{12} = S_{\text{кр}} = S_{\alpha} + S_{\beta} = (2p_1 - p_1)(2V_1 - V_1) + \frac{\pi}{4}(p_1 - p_1)^2 = p_1 V_1 + \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = p_1 V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) = \nu R T_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = 4 p_1 V_1 = \nu R T_2 \end{array} \right. \rightarrow \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (4 p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1$$

$$Q = \frac{9}{2} \nu R T_1 + \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \nu R T_1 = \frac{18 + \pi + 4}{4} \nu R T_1 \approx \frac{25}{4} \nu R T_1$$

2) $A = A_{12} - A_{31} = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \nu R T_1 - (2p_1 - p_1) V_1$

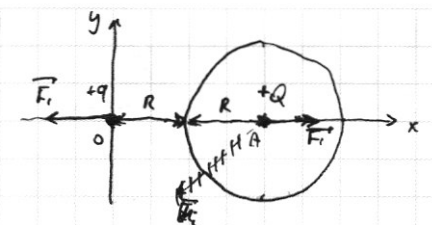
$$A = A_{12} - A_{31} = S_{\alpha} = \frac{\pi}{4} p_1 V_1 \text{ (из вкл.)} = \frac{\pi}{4} \nu R T_1 = \frac{\pi R T_1}{4}$$

3) $\eta = \frac{A_{\text{ч}}}{Q_{\text{отг}}} = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{\pi R T_1}{4}}{\left(\frac{9}{2} + \frac{\pi}{4} + 1\right) \nu R T_1} \approx \frac{\pi}{4 \left(\frac{25}{4}\right)} = \frac{\pi}{25}$

Ответ: $Q = \frac{25}{4} \nu R T_1$; $A = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$; $\eta = \frac{\pi}{25}$

$Q > 0$
 $q > 0$
 R
 $F_1 - ?$
 $F_2 - ?$

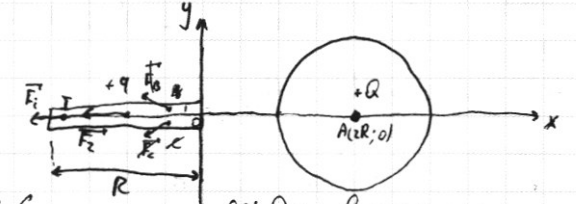
Тем-е:
 1) Поскольку Q расположен в центре распределён равномерно, мы можем считать, что весь заряд Q



~~вне шара~~ всегда в (:) A - центр шара (и.к. $\sigma_0 = \frac{kQ}{R^2}$, $r > R$ для \forall не лежащих внутри шара тоже просуммировать все, созд. зарядом Q вне шара

$$F_1 = \frac{kqQ}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}$$

2) Аналогично и.т считаем, что весь заряд Q расположен в (:) A: $F_{2y} = -F_2$ для стержня



ось Ox проведена так, что через неё проходит ц. основанию стержня на рис.

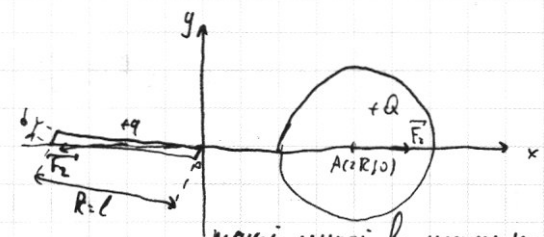
~~и \forall (:) B стержня и симметрич. ей стерж. (:) C~~

(:) C всегда \forall стержню, так как к.к. ось стержня проходит через Ox.

ρ_q - плотность распред. заряда в стержне.

$$q = \rho_q R l$$

В стержне во время много больше толщин, поэтому последней пренебрежём. \forall (:) стержня:



такой случай возможен, но предельно уменьш. толщину стержня d . В стержне $l \gg d$, поэтому мы пренебрежём неизв. величиной

$$F_2 = \sum_i F_i = \sum_i \frac{kQ \cdot q_i}{(R + x_i)^2}$$

x - расст. от края (:) стерж. до (:) O
 l - длина ст. (:) стерж. до (:) A

$$F_2 = \sum_i \frac{k \cdot Q \cdot q_i}{(R + x_i)^2} = kQ \sum_i \frac{q_i}{(x_i^2 + R)^2} = kQ \sum_i \frac{q_i}{x_i^2 + 2Rx_i + R^2} = \int_0^l \frac{kQ \rho_q dx}{R^2} = kQ \rho_q \int_0^l \frac{dx}{R^2}$$

$\int F_i = dF$
 ρ_q заряд (:) стержня q - заряд (:) стержня, i - кол-во точек. $dF = \frac{kQ \rho_q}{R^2}$

$$F_{xy} = \int_{-R}^{+R} dF = \int_{-R}^{+R} \frac{kQ \rho_q}{R^2} dx$$

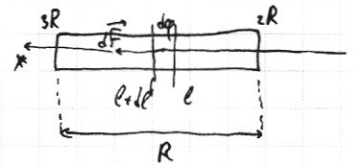
см. стр. и следующ.

$\Gamma \rho_q$ - линейная плотность заряда $q = \rho_q R$, тогда $dq = \rho_q \cdot dl$

$$dF = \frac{kQ dq}{(R+l)^2} = \frac{kQ \rho_q dl}{R^2} = \frac{kQ \rho_q dl}{R^2}$$

$$F_{x1} = \left| \int_{2R}^{3R} dF \right| = \left| \int_{2R}^{3R} \frac{kQ \rho_q dl}{R^2} \right| = \frac{kQ \rho_q}{R^2} \int_{2R}^{3R} dl = \frac{kQ \rho_q}{R^2} (3R - 2R) = \frac{kQ \rho_q}{R}$$

$$F = \left| \int_{2R}^{3R} dF \right| = \left| \int_{2R}^{3R} \frac{kQ \rho_q dl}{R^2} \right| = kQ \frac{\rho_q}{R^2} \left(\frac{3}{2} \right) \Big|_{2R}^{3R} = kQ \frac{\rho_q}{R} \dots$$



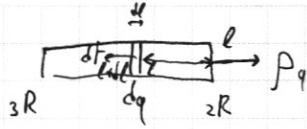
В данном случае диаметр симметричен и равной. расчет. заряд считать, что q расположен в центре стержня на расстоянии $l = 2R + \frac{R}{2} = \frac{5R}{2}$.

$$\text{Тогда } F_2 = \frac{kQ q \cdot 2^2}{(5R)^2} = \frac{4}{25} \frac{kqQ}{R^2}$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}; F_2 = \frac{4}{25} \frac{kqQ}{R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

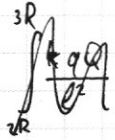
$$q = \rho_q R$$



$$F = F(q, l)$$

$$dF = F'(l) dl$$

$$q = \int_{2R}^{3R} \rho_q dq$$



$$\int_{2R}^{3R} \frac{kQ \rho_q}{l^2} dl = kq$$

$$\rho_q l = q \quad dq = \rho_q \cdot dl$$

$$dF = \frac{kQ dq}{l^2} = kQ \rho_q$$

$$F = \int_{2R}^{3R} dF = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ dq}{l^2} = kQ \rho_q \left(\frac{dq}{l^2} \Big|_{2R}^{3R} \right) = kQ \rho_q \left(\frac{1}{9R^2} - \frac{1}{4R^2} \right) = kQ \rho_q \left(\frac{5}{36R^2} \right) = \frac{5kqQ}{36R^2}$$

$$\left(\frac{5R}{2} \right)^2 = \left(\frac{25R^2}{4} \right)' \Rightarrow \frac{25}{2} R$$

$$dF = \frac{kQ dq}{(dl)^2}$$

$$\int \frac{dq}{dl} = \frac{q}{l}$$

$$F = \int_{2R}^{3R} \frac{kQ dq}{dl} =$$