

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

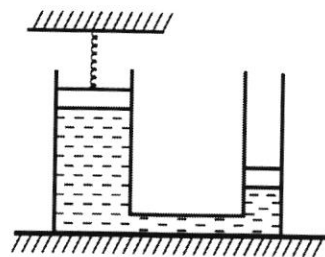
(заполняется секретарем)

1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



1) Найдите деформацию x пружины.

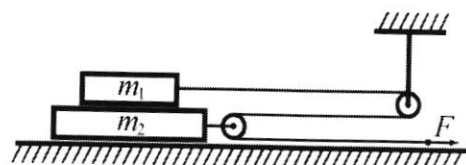
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

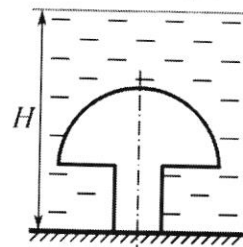
2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



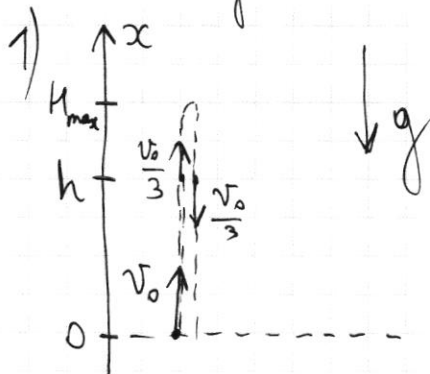
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$v_0 = 12 \frac{m}{c}$$

$$t - ? \quad h - ?$$

$$(v = v_0/3)$$



h_{max} - макс. высота подъёма
Скорость $v = \frac{v_0}{3}$ будет у камня в 2 момента (при движении вверх и при движении вниз по траект.)

2) Запишем. функ. $(v_x = v_{0x} + a_x t)$:

$$0x: \frac{v_0}{3} = v_0 - g t$$

$$t = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12 \frac{m}{c}}{3 \cdot 10 \frac{m}{c^2}} = 0,8 c$$

↑
при движении вверх

3) $S_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$
перенесём.

$$\Rightarrow h = v_0 t - \frac{g t^2}{2} = 6,4 m$$

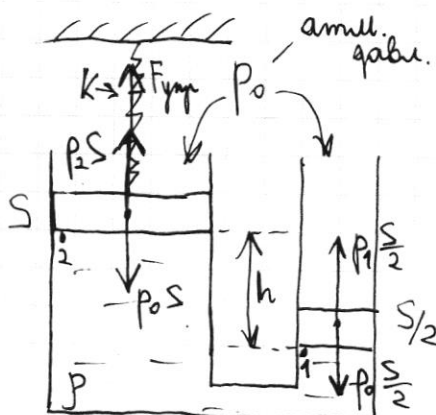
$$0x: -\frac{v_0}{3} = v_0 - g t$$

$$t = \frac{4v_0}{3g} = 1,6 c$$

↑
при движении вниз

(при подстановке любого из знач. t , получ. в н.2.)

Ответ: $t = 0,8 c$ или $1,6 c$; $h = 6,4 m$.



Задача 2. Дано: p, k, h, S | $x - ?$
 $m - ?$

1) p_0 - атмосфер. давл.;

p_1 и p_2 - давл. прямо под правым и левым поршнями соответственно

2) На ~~стенку~~ ^{поршни} действ. указ. на рис. силы (сила давления, сила упруг. пружины $F_{упр}$), силой таян. поршней (они лёгкие) и силой трения о стенку можно пренебречь по условию.

3) Усл. равновес.: $F_{упр} + p_2 S = p_0 S$; Закон Гюка: $F_{упр} = kx$.
 $p_1 \frac{S}{2} = p_0 \frac{S}{2} \Rightarrow p_1 = p_0$; Гидростатич. давл.:
 $p_2 + \rho g h = p_1$

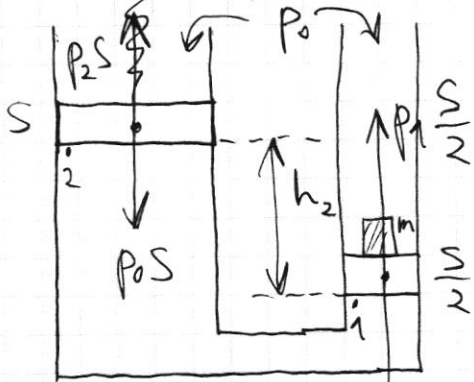
Решаем сист. ур-ний отн. x :

$$x = \frac{F_{упр}}{k} = \frac{p_0 S - p_2 S}{k} = \frac{S(p_0 - p_2)}{k} = \frac{S}{k} (p_1 - p_2) =$$

$$= \frac{S}{k} \rho g h \Rightarrow \text{пружина растянута } (F_{упр} > 0) \text{ на } x = \frac{S}{k} \rho g h.$$

4) Вопрос №2.

$k \rightarrow$ $F_{упр} = 0$ ($x=0$) - пруж. недеформ.



h_2 - новая разн. уровн. воды

Усл. равновес.:

$$\begin{cases} p_2 S = p_0 S \Rightarrow p_2 = p_0 \\ p_1 \frac{S}{2} = mg + p_0 \frac{S}{2} \end{cases}$$

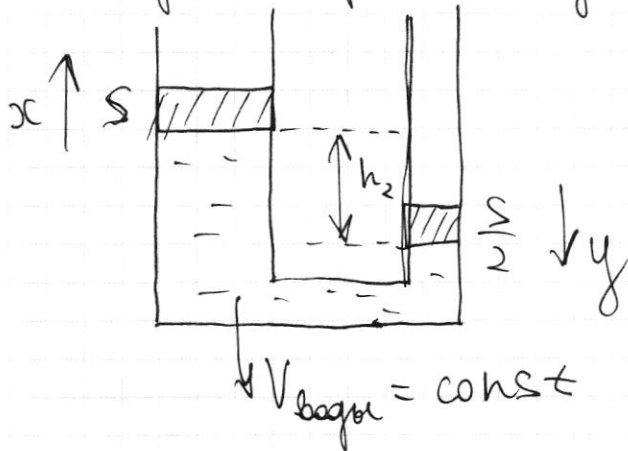
$$p_2 - p_1 = -\rho g h_2$$

$$\Rightarrow m = \frac{S(p_1 - p_0)}{2g} = \frac{S}{2g} (p_1 - p_2) =$$

$$= \frac{S}{2g} \rho g h_2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

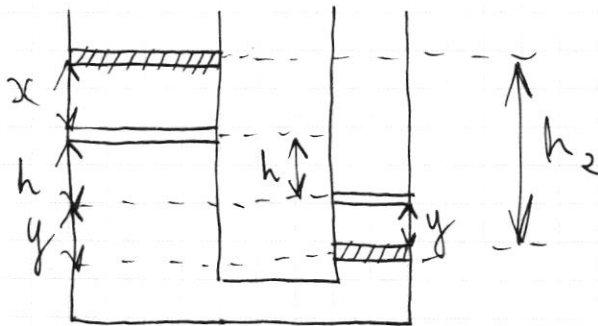
Найдём новую высоту h_2 .



Через сמש. кориней:

$$xS = y \frac{S}{2}$$

$$y = 2x = \frac{2S}{k} \rho g h$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow h_2 &= h + x + y = \\ &= h \left(1 + \frac{S}{k} \rho g + \frac{2S}{k} \rho g \right) = \\ &= h \frac{k + S \rho g + 2S \rho g}{k} \end{aligned}$$

$$h_2 = h \frac{k + 3S \rho g}{k}$$

5) масса $m = \frac{S}{2k} \rho g h \frac{k + 3S \rho g}{k} = \frac{S(k + 3 \rho g S)}{2k} \rho h$

Ответ: $x = \frac{S}{k} \rho g h$; $m = \frac{S(k + 3 \rho g S)}{2k} \rho h$.

Дано:

$$h = 0,5R$$

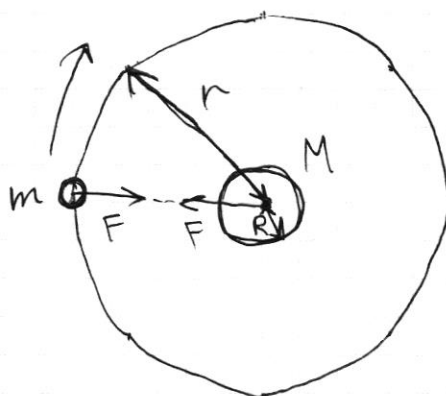
$$\rho, G, V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$g - ? (2R)$$

$$T - ?$$

Задача 3.

1)



M - масса планеты

r - расст. от орбиты до центра планеты.

F - сила взаимного притяжения и тела на орбите

m - масса тела на орбите

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

$$a_n = \frac{F}{m} \quad (\text{по II з-ку Ньют.})$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{GM}{r^2}$$



a_n - центростремительн. ускор. тела

2) Ускорение g на расст. $r = 2R$:

$$a_n(2R) = g = \frac{GM}{4R^2} = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{4R^2} = G\rho\pi\frac{R}{3}$$

3) Для спутника из условия зад.:

$$r = h + R = 1,5R$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{\frac{9}{4}R^2} = \frac{16}{24} G\rho\pi R$$

$$\text{Улов. скор. вращ. спутника } \omega = \sqrt{\frac{a_n}{r}} \quad (a_n = \omega^2 r)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{16G\rho\pi R}{24 \cdot \frac{3}{2}R}} = \frac{4}{9} \sqrt{2G\rho\pi}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 9\pi}{4\sqrt{2G\rho\pi}} = \frac{9\pi}{2\sqrt{2G\rho\pi}} = \frac{9\pi\sqrt{2G\rho\pi}}{2 \cdot 2G\rho\pi}$$

черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заг. 3. (продолж.)

$$T = \frac{g}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{6\rho}}$$

Ответ: $g = 6\rho \cdot \pi \frac{R}{3}$; $T = \frac{g}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{6\rho}}$.

Дано:

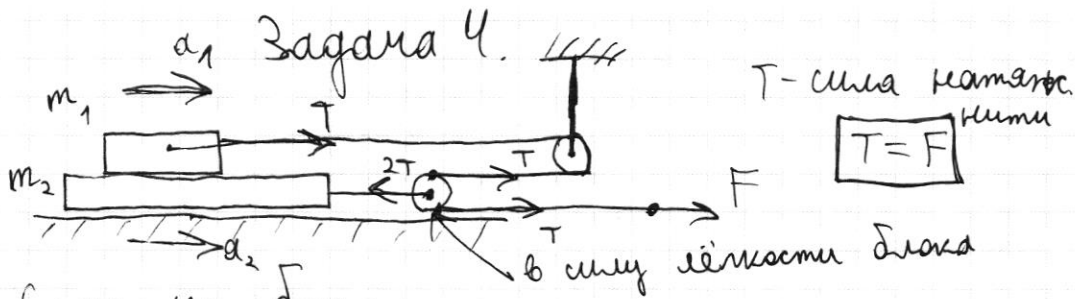
$$m_1 = 2m$$

$$m_2 = 3m$$

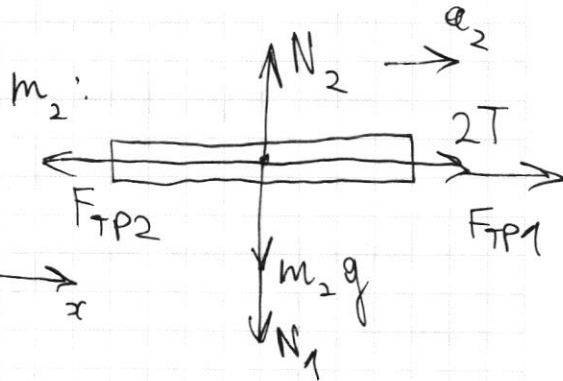
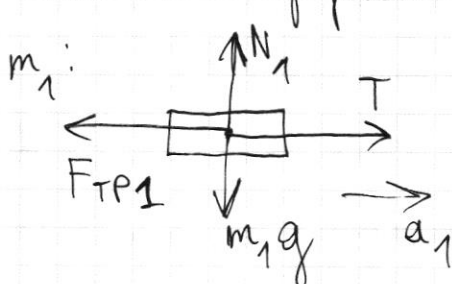
μ

$$F_0 - ?$$

$$F_{\min} - ?$$



Силы на бруски



N_1, N_2 - силы реакции опор

$F_{тр1}, F_{тр2}$ - силы трения

1) Вопрос №1. $F_0 - ?$

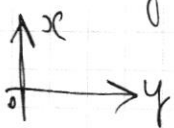
нитен, брусок скользит по стене: $F_{тр2} = \mu N_2$ (2-й закон Ньютона),
а $F_{тр1} = 0$.

$F_{тр1} = 0 \Rightarrow$ верен. брусок не трется по стене, ускорения брусков a_1 и a_2 равны.

И 2-й закон.

$$Ox: N_1 = m_1 g$$

$$N_2 = m_2 g + N_1$$



$$Oy: m_1 a_1 = T - F_{тр1}$$

$$m_2 a_2 = 2T + F_{тр1} - F_{тр2}$$

С упрёмами $F_{TP2} = \mu N_2$ и $F_{TP1} = 0$ и $T = F_0$:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{F_0}{m_1} \\ a_2 = \frac{2F_0 - \mu g(m_1 + m_2)}{m_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 = a_2 = \frac{F_0}{2m} = \frac{2F_0 - 5\mu mg}{3m}$$

$$3F_0 = 4F_0 - 10\mu mg$$

$$\boxed{F_0 = 10\mu mg}$$

2) Проверка N_2 . F_{min} - ?

нижн. брусок скольз. по стерж. $\Rightarrow F_{TP2} = \mu N_2$

верхн. брусок фикс. вправо стерж. нижн.

$$\Rightarrow a_{стерж. x} = a_1 - a_2 \leq 0 \Rightarrow a_1 < a_2$$

* и если скольз. между брусками $\Rightarrow F_{TP1} = \mu N_1$.

сл. п. 1:

$$a_1 = \frac{F_{min} - \mu m_1 g}{m_1} \quad \text{и} \quad a_2 = \frac{2F_{min} + \mu m_1 g - \mu g(m_1 + m_2)}{m_2}$$

$$a_1 < a_2$$

$$\Rightarrow \frac{F_{min} - 2\mu mg}{2m} < \frac{2F_{min} - 8\mu mg}{3m}$$

$$\begin{aligned} 3F - 6\mu mg &< 4F - 8\mu mg & 3F - 6\mu mg &= 4F - 16\mu mg \\ & & & F > 10\mu mg \\ & \underline{3F < 4F} & & \end{aligned}$$

~~также возможно при $F > 0$ / чтобы знак силы F /~~
~~прилож. вправо~~
 $\Rightarrow F_{min} = 10\mu mg$

Ответ: 1) $F_0 = 10\mu mg$; 2) $F \geq 0$, $F_{min} = 10\mu mg$,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.



$H = 2,5 \text{ м}$
 $V = 8 \text{ м}^3$
 $S = 20 \text{ см}^2$
 $\rho = 12 \frac{\text{т}}{\text{см}^3}$
 $p_0 = 100 \text{ кПа}$
 $p_1 = ?$
 $F = ?$

$$p_1 = p_0 + \rho g H \quad (\text{гидростат. завт.})$$

$$p_1 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па} + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 2,5 \text{ м} = 125 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

2) Объём ~~шара~~ сферы $V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi R^3$

Объём сферич. части конструкции $V_{\text{сф}} = \frac{V_{\text{ш}}}{2} = \frac{2}{3} \pi R^3$

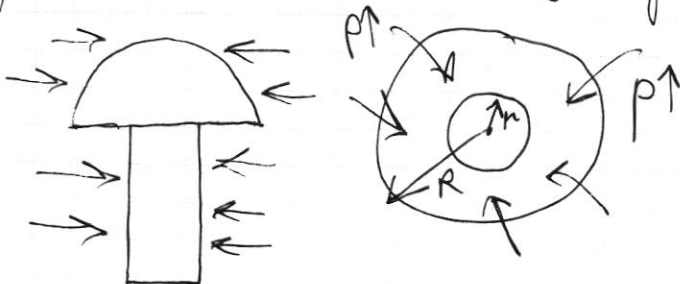
Объём «ножки»: $V_{\text{н}} = Sh$

$$h = \frac{V - \frac{2}{3} \pi R^3}{S}$$

$$\Rightarrow V = V_{\text{н}} + V_{\text{сф}} = Sh + \frac{2}{3} \pi R^3 \Rightarrow$$

радиус цилиндра «ножки» $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ ($S = \pi r^2$)

3) Давление на кольцевидную площадь снизу констр.



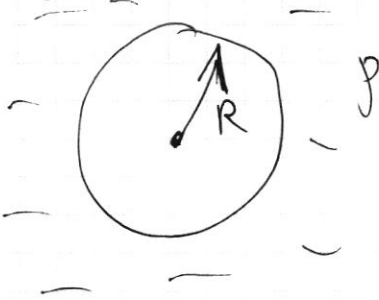
$$p \uparrow = \rho g (H - h)$$

$$F \uparrow = \rho g (H - h) \cdot \pi (R^2 - r^2) = \rho g (H - h) \cdot \pi \left(R^2 - \frac{S}{\pi} \right)$$

давления по бокам компенсируются

($F \uparrow$ - поднимающая сила со стороны воды)

4) В сосуде наполненном в жидкостью сферы на неё действует сила Архимеда $F_{\text{Арх}} = \rho g \frac{4}{3} \pi R^3$, появляющаяся в результате разницы давлений сверху и снизу.



На полусферу действует сверху выталкивающая сила F_{\downarrow} ~~$F_{\text{Арх}}$~~

$$\Rightarrow \text{результатирующая сила } F = |F_{\uparrow} - F_{\downarrow}| =$$

$$= \left| \rho g \left(H - h \right) \cdot \pi \left(R^2 - \frac{S}{\pi} \right) - \frac{\rho g \frac{4}{3} \pi R^3}{2} \right| =$$

$$= \left| \rho g \left(H - \frac{V - \frac{2}{3} \pi R^3}{S} \right) \cdot \pi \left(R^2 - \frac{S}{\pi} \right) - \frac{\rho g \frac{4}{3} \pi R^3}{2} \right| =$$

Путём интегрирования можно вывести, что

$$F_{\downarrow} = \rho g \pi R^2 \frac{3HS - 3V + 2\pi R^3 + 2S}{3S}, \text{ и тогда}$$

$$\text{результатирующая сила } F = |F_{\uparrow} - F_{\downarrow}| =$$

$$= \left| \rho g \left(H - \frac{V - \frac{2}{3} \pi R^3}{S} \right) \pi \left(R^2 - \frac{S}{\pi} \right) - \rho g \pi R^2 \frac{3HS - 3V + 2\pi R^3 + 2S}{3S} \right| =$$

$$= | \rho g (V - SH) |$$

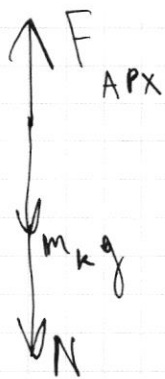
$$\rho g (V - SH) = 10 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \left(8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot 2,5 \text{ м} \right) =$$

$$= 30 \text{ Н} > 0 \Rightarrow \text{сила направлена вверх}$$

(выталкивает констр.)

Ответ: $p_1 = 125 \cdot 10^3 \text{ Па}$; $F = 30 \text{ Н}$ (вверх).

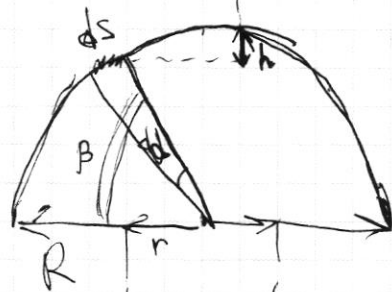
$$100 \cdot 10^3 + 10^3 - 2 \dots \quad S = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$



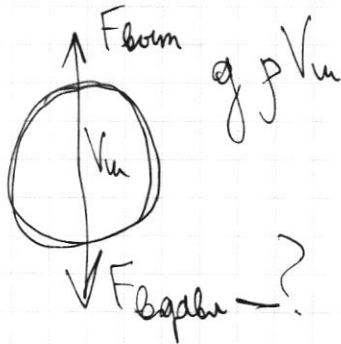
$$F \uparrow = \rho g (H-h) \pi (R^2 - r^2)$$

$$dS = R dd$$

$$F = \left(H - h - \frac{R}{2} \right) \rho g$$



$$F_{AP2} = \mu N_2 = \mu (m_2 g + N_1) = \mu g (m_2 + m_1)$$



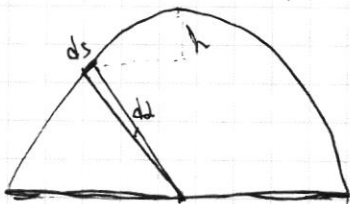
$$F_{APX} = F_{bottom} - F_{top}$$

$$F_{top} < F_{bottom}$$

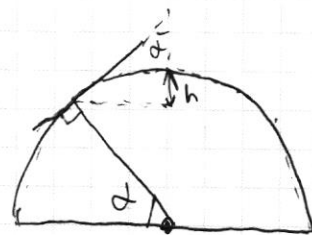
$$F_{top} = F_{bottom} - F_{APX} = \frac{F_{APX}}{2}$$

$$F_{bottom} = \frac{2}{3} F_{APX}$$

$$a_{bottom x} = a_{1x} - a_{2x} < 0$$



$$dS = R dd$$



$$N_1 = 2mg$$

$$m_1 a_{1x} = T + F_{TP1x}$$

$$N_2 = 5mg$$

$$m_2 a_{2x} = 2T - F_{TP1x} + F_{TP2x}$$

$$\frac{T + F_{TP1x}}{m_1} < \frac{2T - F_{TP1x} + F_{TP2x}}{m_2}$$

$$T + 2\mu mg < \frac{2T - 2\mu mg + 5\mu mg}{3m}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 0,8$$

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{\frac{1}{\frac{\kappa}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\text{Н}}{\kappa \cdot \text{м}}}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}}$$

$$12 \cdot 0,8 - \frac{10 \cdot 0,64}{2} = 9,6 - 3,2 = 6,4$$

$$\mu = G \frac{\kappa^2}{\text{м}^2}$$

$$G = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\kappa^2}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

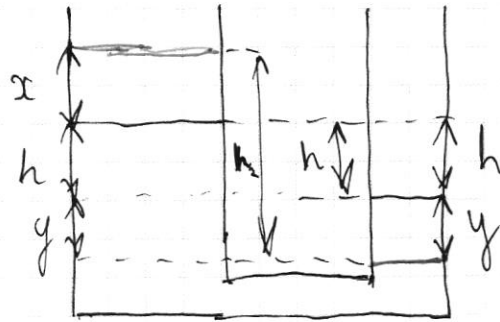
$$12 \cdot 1,6 - \frac{10 \cdot (1,6)^2}{2} = 19,2 - 12,8 = 6,4$$

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 16 \\ \hline 192 \\ + 72 \\ \hline 19,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ \times 1,6 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$256 : 2 = 12,8$$



$$h + x + y = h_2$$

$$\frac{\mu^2 \left(\frac{M}{\mu} + \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{M}{\kappa} \cdot \frac{\mu^2}{\kappa} \right)}{\frac{M}{\mu}} \cdot \frac{\kappa}{\text{м}^3} \cdot \text{м} = \frac{M \mu^2 + M \mu^2}{M} \cdot \frac{\kappa}{\text{м}^3} = \mu$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 \rho g \pi \left(R^2 - \frac{S}{\pi} \right) H &= \rho g \pi \left(R^2 - \frac{S}{\pi} \right) \frac{V - \frac{2}{3} \pi R^3}{S} = \\
 &= \rho g \pi R^2 \left(- \rho g S H \right) - \rho g \pi R^2 \frac{V}{S} + \rho g \pi R^2 \frac{\frac{2}{3} \pi R^3}{S} + \\
 &+ \rho g \pi \frac{S}{\pi} \frac{V}{S} - \rho g \pi \frac{S}{\pi} \cdot \frac{2}{3} \frac{\pi R^3}{S} = \\
 &= \rho g V - \rho g S H = \rho g (V - S H).
 \end{aligned}$$

$$\rho g \pi R^2 \left(H - \frac{V}{S} + \frac{2 \pi R^3}{3 S} - \frac{2}{3} \right) = \rho g \pi R^2 \left(\frac{3 H S - 3 V + 2 \pi R^3 + 2 S}{3 S} \right)$$

$$\vartheta (0,1 \text{ м})^3 = \vartheta \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$20 (0,01 \text{ м})^2 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$10^4 \cdot 10^{-3} (\vartheta - 5) = 30$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)