

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-03

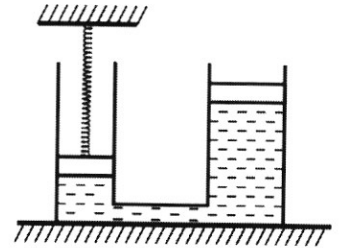
Шифр

(заполняется секретарём)

1. С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

- 1) Через какое время t после броска величина скорости камня будет равна $2V_0$?
- 2) Найдите путь S , пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости $2V_0$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которые налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $1,5S$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

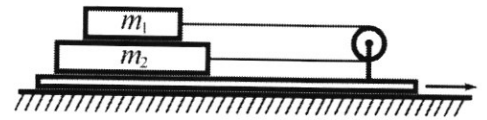


- 1) Найдите деформацию x пружины.
- 2) На правый поршень положили груз массой m . Найдите массу M груза, который следует положить на левый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. У двух планет Альфа-1 и Альфа-2 одинаковые радиусы R , а плотности планет равны, соответственно, $\rho_1 = \rho$ и $\rho_2 = 2\rho$. Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

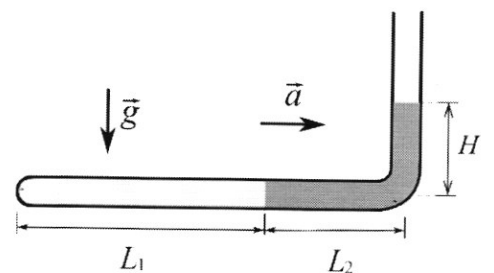
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $4R$ от центра планеты Альфа-1.
- 2) Найдите отношение T_2/T_1 периодов обращения спутников, которые движутся по круговым орбитам вокруг данных планет. Высоты орбит спутников равны, соответственно $h_1 = 0,5R$ и $h_2 = 1,5R$.

4. На горизонтальном столе находится доска, на которой укреплен неподвижный блок, а также бруски, соединённые нитью. Массы брусков $m_1 = m$, $m_2 = 2m$. Коэффициент трения скольжения верхнего бруска по нижнему равен μ , трение между доской и нижним бруском отсутствует. Доску приводят в движение с постоянным ускорением, направленным вправо. Массой нити и блока, а также трением в оси блока можно пренебречь.



- 1) Найдите максимальное ускорение a_0 доски, при котором бруски не будут проскальзывать относительно друг друга.
- 2) Найдите силу T натяжения нити, если доска движется с ускорением $a > a_0$.

5. Тонкая изогнутая трубка состоит из горизонтального участка, запаянного с одного конца, и вертикального участка, открытого в атмосферу. Трубка заполнена двумя несмешивающимися жидкостями: плотности ρ_1 в горизонтальном участке, и плотности ρ_2 в горизонтальном и вертикальном участках (см. рис.). Трубка движется с ускорением $a = g/8$, направленным горизонтально. Геометрические размеры указаны на рисунке, $H = L$, $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$. Атмосферное давление P_0 .



- 1) Найдите давление P_1 в жидкости в месте изгиба трубки.
- 2) Найдите давление P_2 в жидкости у запаянного конца трубки.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

1) $t = ?$

2) $S = ?$

$$V_0 = 10 \frac{м}{с}$$

$$V_1 = 2V_0$$

$$g = 10 \frac{м}{с^2}$$

Решение:

$$1) V_1 = V_0 - g t$$

$$|V_1| = 2V_0$$

$$V_1 = 2V_0 \text{ или } V_1 = -2V_0$$

$$V_0 - g t = 2V_0 \text{ или } V_0 - g t = -2V_0$$

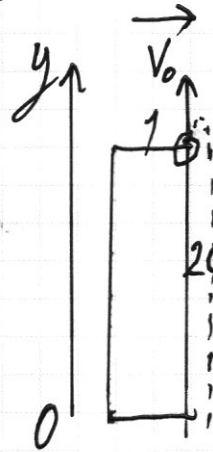
$$-g t = V_0$$

$$g t = -V_0$$

$$t = -\frac{V_0}{g}$$

$$t = -\frac{10}{10} (с)$$

$t = -1(с) < 0$
не подходит



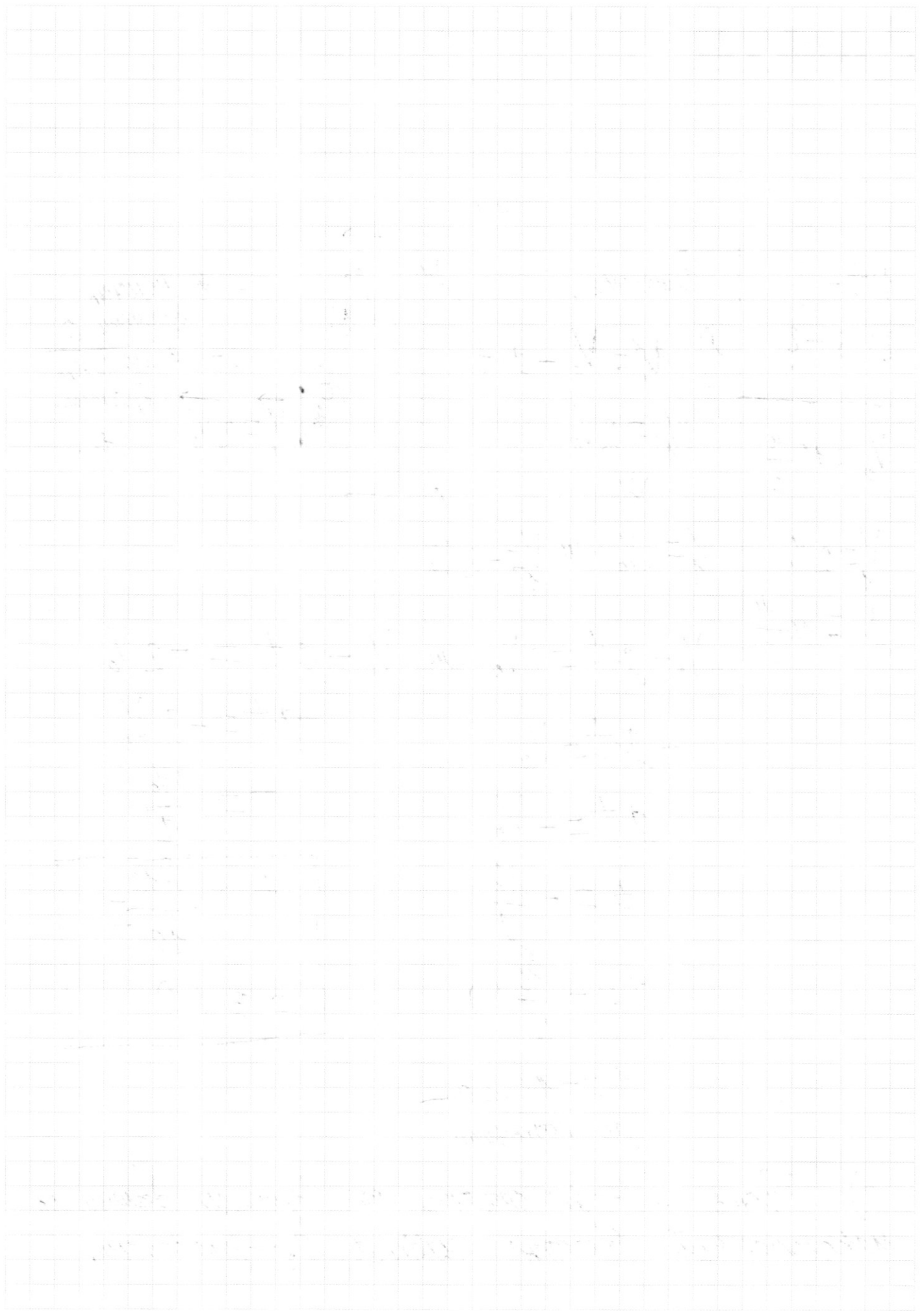
1 - момент времени 0
2 - момент времени t .

$$-g t = -3V_0$$

$$t = \frac{3V_0}{g}$$

$$t = \frac{3 \cdot 10}{10} = 3 (с)$$

2) Пусть S_1 - расстояние от вершины башни до максимальной высоты полёта, S_2 - расстояние



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

от максимальной высоты полёта ~~до земли, то есть~~
до точки с $V = 2V_0$, тогда:

$$S = S_1 + S_2 \quad (1)$$

~~$$mgS_1 = \frac{mV_0^2}{2}$$~~

~~$$0 + \frac{mV_0^2}{2} = mgS_1 + 0 - \text{з.с.э.}$$~~

~~$$S_1 = \frac{V_0^2}{2g} \quad (2)$$~~

~~$$S_2 = \frac{gt^2}{2}$$~~

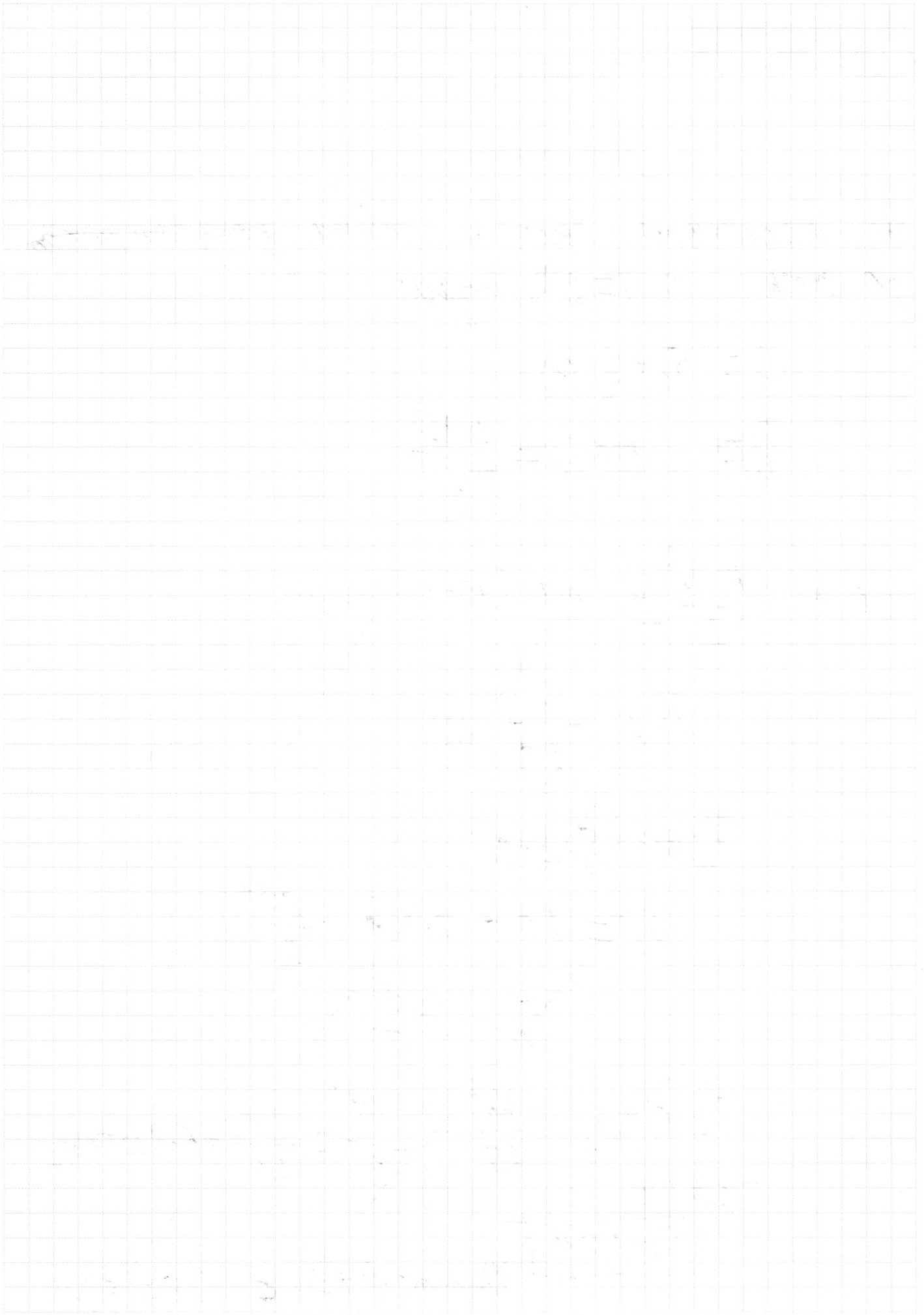
~~$$S_2 = \left| 0 + 0 \cdot t - \frac{gt^2}{2} \right|$$~~

~~$$S_2 = \frac{gt^2}{2}$$~~

~~$$S = S_1 + S_2 = \frac{V_0^2}{2g} + \frac{gt^2}{2} = \frac{100}{20} + 5 \cdot 9 = 5 + 45 = 50 \text{ (м)}$$~~

~~$$S = 50 \text{ м}$$~~

~~Ответ: 1) $t = 2 \text{ с}$; 2) $S = 50 \text{ м}$.~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = S_1 + S_2 \quad (1)$$

Найдём время до макс. высоты:

$$V = 0, V_0 = V_0, \text{ ~~} a = -g \text{ } a = -g~~$$

$$V = V_0 - g t_1$$

$$V_0 - g t_1 = 0$$

$$g t_1 = V_0$$

$$t_1 = \frac{V_0}{g} = \frac{10}{10} = 1 \text{ (с)} \quad (2)$$

$$S_1 = V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 10 \cdot 1 - \frac{10 \cdot 1^2}{2} = 10 - 5 = 5 \text{ (м)} \quad (3)$$

Время прохождения S_2 : $t_2 = t - t_1 = 3 - 1 = 2 \text{ (с)}$ (4)

Т.к. направление во время прохождения S_2 ~~не~~ не меняется, то:

$$S_2 = \text{ ~~} 10 \cdot t_2 \text{ } 10 \cdot t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = \text{ ~~} 10 \cdot 2 \text{ } \frac{g t_2^2}{2} =~~~~$$

$$= \frac{10 \cdot 2^2}{2} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ (м)} \quad (5)$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = S_1 + S_2 \quad (1)$$

из (3) и (5):

$$S = 5 \text{ м} + 20 \text{ м} = 25 \text{ м}$$

Ответ: 1) $t = 3 \text{ с}$; 2) $S = 25 \text{ м}$.

№ 2.

1) $x - ?$

2) $M - ?$

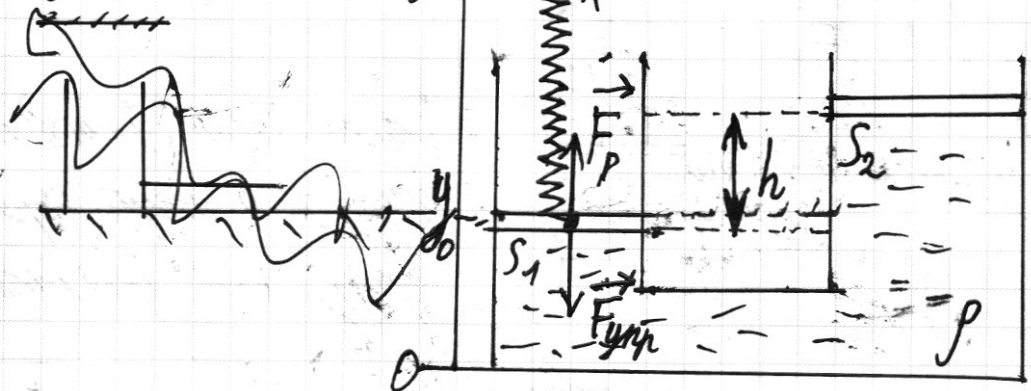
$\rho, k, h,$

$S_1 = S,$

$S_2 = 1,5S,$

m

Решение:



1) Рассмотрим силы, действующие на левый поршень: $\vec{F}_{\text{жид}}$ — упругости и \vec{F}_p — давл. воды.

$$\vec{F}_{\text{жид}} + \vec{F}_p = 0$$

$$y: -F_{\text{жид}} + F_p = 0$$

$$F_p = F_{\text{жид}}$$

$$F_p = F_{упр}$$

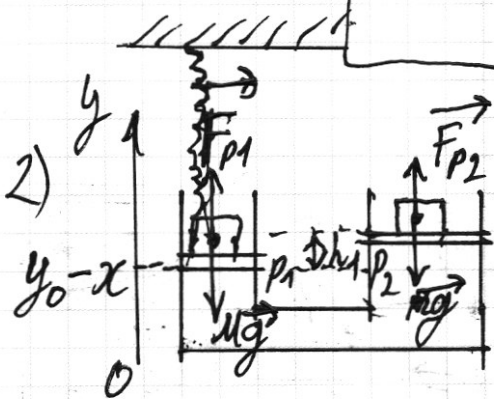
$$p \cdot S = kx$$

давление на уровне y_0 одно и то же для
левого и правого поршня:

$$p = \rho g h$$

$$\rho g h S = kx$$

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$



Рассм. силы, действ. на стороны:
пруж. M и левый поршень,
пруж. m и правый поршень.

пружина вертикальна $\Rightarrow F_{упр} = 0$

$$\begin{cases} F_{p1} = Mg \\ F_{p2} = mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{F}_{p1} + M\vec{g} = 0 \\ \vec{F}_{p2} + m\vec{g} = 0 \end{cases}$$

$$y: \begin{cases} F_{p1} - Mg = 0 \\ F_{p2} - mg = 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если из левого сосуда дало x ~~л~~
воды, то столько же пришлось в левый
сосуд, тогда уровень воды в нём поднялся
на $\frac{x}{S_2} = \frac{x}{1,5S} = \frac{x}{1,5}$

тогда новая высота уровня h_1 :

$$h_1 = \cancel{y_0 - x} \left(y_0 + h + \frac{x}{1,5} \right) - (y_0 - x) = y_0 + h + \frac{x}{1,5} - y_0 + x = h + x + \frac{x}{1,5} = h + \frac{1,5x + x}{1,5} = h + \frac{2,5x}{1,5} = h + \frac{5}{3}x.$$

$$P_1 = \rho g h_1 + P_2$$

$$\begin{cases} P_1 S - mg = 0 \\ P_2 \cdot 1,5S - mg = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 S - Mg = 0 \\ p_2 \cdot 1,55 - mg = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Mg = p_1 S \\ p_2 \cdot 1,55 = mg \end{cases}$$

~~$$p_2 = p_1 + \rho g h_1$$~~

$$p_2 = \frac{mg}{1,55}$$

$$p_1 = \rho g h_1 + \frac{mg}{1,55}$$

$$Mg = p_1 S$$

$$M = \frac{p_1 S}{g} = \frac{\left(\rho g h_1 + \frac{mg}{1,55}\right) S}{g}$$

$$= \rho h_1 S + \frac{mg}{1,55} = \rho S \left(h + \frac{5}{3} x\right) + \frac{2mg}{3}$$

~~$$M = \rho S \left(h + \frac{5}{3} x\right) + \frac{2mg}{3}$$~~

~~$$= \rho S \left(h + \frac{5 \rho g h S}{3k}\right) + \frac{2mg}{3}$$~~

~~Ответ: 1) $x =$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$M = \rho S \left(h + \frac{5}{3} x \right) + \frac{2mg}{3}$$

$$M = \rho S \left(h + \frac{5\rho g h S}{3k} \right) + \frac{2mg}{3}$$

Ответ: $x = \frac{\rho g h S}{k}$, $M = \rho S \left(h + \frac{5\rho g h S}{3k} \right) + \frac{2mg}{3}$

№3.

1) $g \rightarrow 2$

2) $\frac{T_2}{T_1} \rightarrow 2$

$R_1 = R_2 = R$; $h_1 = 0,5R$;

$\rho_1 = \rho$, $\rho_2 = 2\rho$; $h_2 = 1,5R$;

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$; $S = 4R^2$;

Решение.

Найдём массы шаров

$$M_1 = \rho_1 V_1 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$M_2 = \rho_2 V_2 = 2\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \rho \cdot \frac{8}{3}\pi R^3$$

1) ~~$m\vec{g}$~~ $\vec{F}_{\text{тяг}} = m\vec{g}$ — для тела
 массой m на
 расстоянии $4R$ от центра.

$$G \frac{Mm}{(4R)^2} = mg$$

$$g = G \frac{M}{16R^2}$$

$$g = G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{16R^2}$$

$$g = G \cdot \frac{\rho \pi R}{12}$$

2) $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$, ~~$\omega_1 = \sqrt{\frac{g_1}{R+h_1}}$~~ $\omega_1 = \sqrt{\frac{g_1}{R+h_1}}$ | $\omega^2 r = a_{\text{цс}}$
 $\omega = \sqrt{\frac{a_{\text{цс}}}{r}}$

$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{g_2}{R+h_2}}$ | ~~$g_2 = G \frac{M_2}{(R+h_2)^2}$~~

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{2\pi}{\omega_2}}{\frac{2\pi}{\omega_1}} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{\frac{g_1}{R+h_1}}}{\sqrt{\frac{g_2}{R+h_2}}} = \frac{\sqrt{\frac{g_1}{1,5R}}}{\sqrt{\frac{g_2}{2,5R}}} =$$

$$= \frac{\sqrt{g_1}}{\sqrt{g_2}} \cdot \frac{\sqrt{2,5R}}{\sqrt{1,5R}} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \cdot \sqrt{\frac{2,5}{1,5}} =$$

$$= \sqrt{\frac{5}{3}} \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

$$g_1 = G \frac{M_1}{R}, \quad g_2 = G \frac{M_2}{R}$$

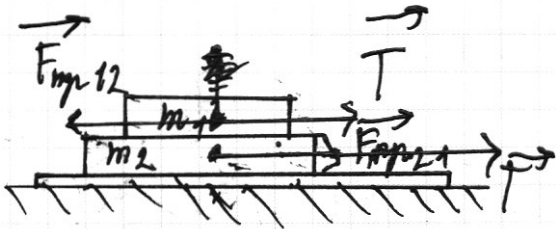
$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{GM_1}{GM_2} = \frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{4}{3} \rho \pi R^3}{\frac{8}{3} \rho \pi R^3} =$$

$$= \frac{1}{2}$$

$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$

1) $g = G \frac{\rho \pi R}{12}$,
 2) $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{5}{6}}$

№4.



$$|F_{mp12}| = |F_{mp21}| = F \text{ (обозначили так)}$$

1) $a_1 = a_2 = a_0$ (тогда $v_1 = v_2$ ($v_0 = 0$) и
 проткательная сила F_{mp} ,
 $= a_0$, т.к. нет проскальзывания)

$$\frac{T - F}{m_1} = \frac{T + F}{m_2}$$

$$\frac{T - F}{m} = \frac{T + F}{2m}$$

$$2T - 2F = T + F$$

$$T = 3F = 3\mu m_1 g = 3\mu mg$$

$$T = (m_1 + m_2) a_0 = 3m a_0$$

$$3m a_0 = 3\mu mg$$

$$a_0 = \mu g$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~###~~

2) если $a_1 \neq a_2$ (проклятые условия есть), то
м.к. найти перемещения

$$v_1 = -v_2 \quad (\text{отн. точки})$$

$$v_0 = 0$$

\Downarrow

$$\Rightarrow a_1 = -a_2 = a' \quad - \text{отн. точки}$$

$$a_1 = a + a'$$

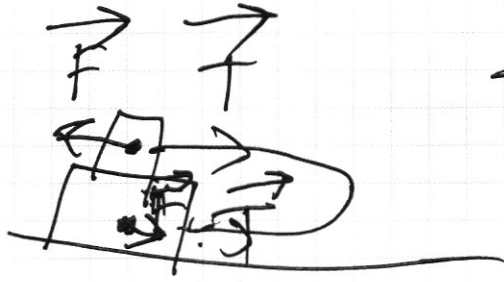
$$a_2 = a - a' \quad - \text{отн. доб. с.о.}$$

$$\begin{cases} \frac{-F + T}{m} = a + a' \\ \frac{F + T}{2m} = a - a' \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = (a + a')m + F \\ T = (a - a')2m - F \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2F + m(a + a') - 2m \times \\ \times (a - a') \\ = 0 \end{aligned}$$

$$2F + ma + ma' - 2ma + 2ma' = 0$$



$$T < F_{\text{max}} \quad \begin{matrix} a + a_1 \\ a - a_1 \end{matrix}$$

$$T < \dots$$

$$m_1 a_1 = -F + T$$

$$m_2 a_2 = F + T$$

$$\frac{T - F}{m_1} = \frac{T + F}{2m_2} = (m_1 + m_2) a = 3ma$$

$$T = 3F$$

$$F_{\text{max}} = \mu m_1 g = \mu mg$$

$$\begin{matrix} \mu mg - T = (a+d)m_1 \\ \mu mg + T = (a+d)m_2 \end{matrix}$$

$$F = \mu mg$$

$$a = \frac{\mu g}{4,5}$$

$$T = 3\mu mg$$

~~$$1,5 ma = \mu mg$$~~

$$4,5 ma = \mu mg$$

$$a = 3\mu g$$

~~$$\mu = 1,5 \frac{a}{g} = 0,15 a$$~~

$$a = 3\mu g$$

$$\frac{T + F}{m_2} = \frac{T - F}{m_1}$$

~~$$x + a = -(m_1 + m_2) a$$~~

$$x + y = -2a$$

$$m(T + F) - 2m(F - T) = 0$$

$$T + F - 2F + 2T = 0$$

$$F = 3T$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2F - ma + 3md' = 0$$

$$3md' = ma - 2F$$

$$3md' = ma - 2\mu mg$$

$$d' = \frac{a - 2\mu g}{3}$$

$$\begin{cases} T = (a + d')m + F \\ T = (a - d')2m - F \end{cases}$$

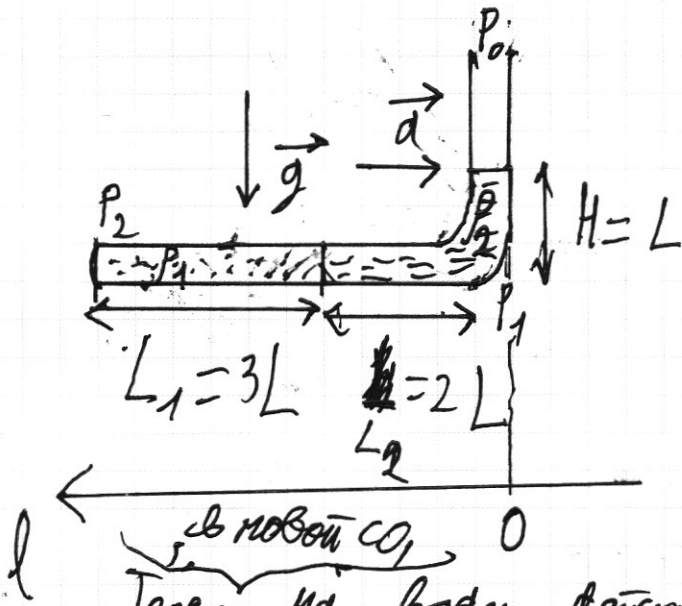
$$2T = ma + md' + 2ma - 2md'$$

$$2T = 3ma - md'$$

~~$$2T =$$~~

$$\begin{aligned} T &= \frac{3}{2}ma - \frac{md - 2\mu mg}{3} \\ &= \frac{9ma - 2ma + 4\mu mg}{6} \\ &= \frac{7ma + 4\mu mg}{6} \end{aligned}$$

15.



~~Теперь~~ будет манометр, это ускорения не трубка, а вода в ней с ускорением $\vec{a}' = -\vec{a}$

Теперь на воду действует сила тяжести и сила, придающая ей ускорение \vec{a}' .

Тогда аналогично тому, как гидростатическое давление зависит от высоты столба, новая соответствующая величина Δp зависит от длины столба. ~~$\Delta p = \rho a l$~~ $\Delta p = \rho a l$.

Так, у заданного конца $\Delta p_2 = \rho_1 a L_1 + \rho_2 a L_2$

тогда $p_2 = p_{20} + \Delta p_2$, где p_{20} - давление в этой точке, если бы трубка не ускорилась.

$p_{20} = \rho_2 g H$ — уравнение равновесия (если бы $\vec{a} = \vec{0}$)

$$p_2 = \rho_2 g H + \rho_1 a L_1 + \rho_2 a L_2 = \\ = \rho_2 g L + \rho_2 a \cdot 2L + \rho_1 a \cdot 3L = \rho_2 g L + \frac{\rho_2 g L}{4} + \frac{3\rho_1 g L}{8}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} p_2 &= \overset{4}{p_2} g L + \frac{p_2 g L}{4} + \frac{3}{8} p_1 g L = \\ &= \frac{5}{4} p_2 g L + \frac{3}{8} p_1 g L = \frac{10 p_2 g L + 3 p_1 g L}{8} = \\ &= \frac{g L (10 p_2 + 3 p_1)}{8} \end{aligned}$$

$$p_1 = p_{10} + \Delta p_1, \quad \Delta p_1 = 0 (l=0)$$

$$p_1 = p_{10} = \rho_2 g H + p_0$$

Ответ: 1) $p_1 = \rho_2 g H + p_0$

2) $p_2 = \frac{g L (10 p_2 + 3 p_1)}{8}$

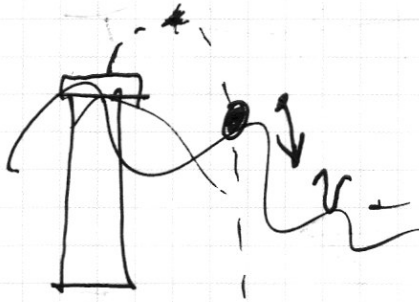


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



$$y_0 = h$$

$$y = h + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$



$$|v| = |v_0 - gt| \Rightarrow t = \frac{v_0 - v}{g}$$

$t = 30$

$v = 2v_0$
 $t = \dots$

$v = gt - v_0$ или $v = v_0 - gt$



~~gt~~

$t = \frac{v + v_0}{g}$

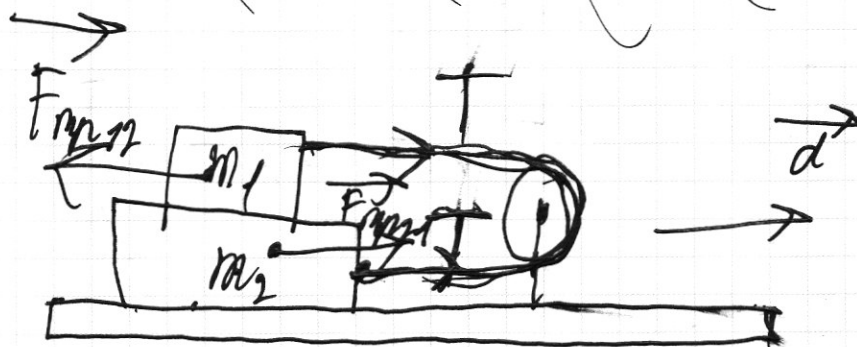
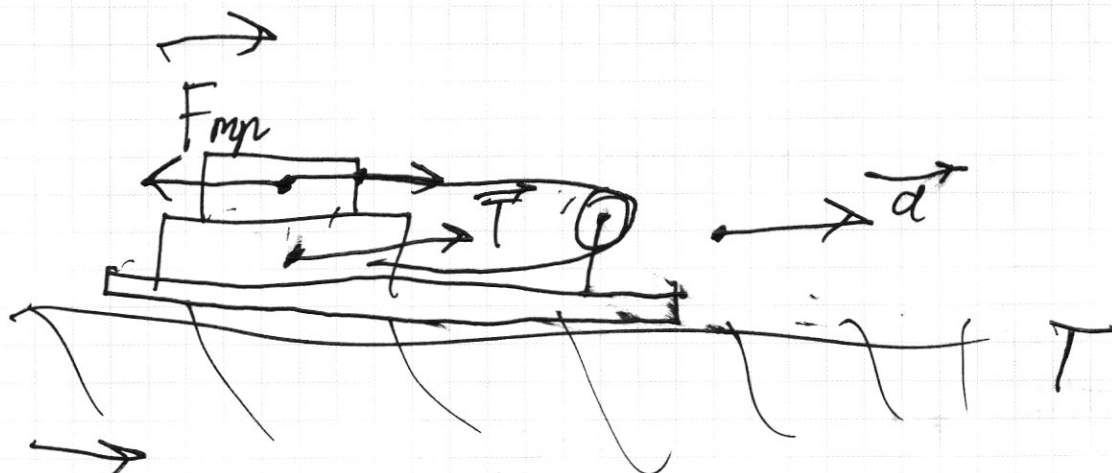
$t = \frac{v_0 - v}{g}$

$v = 2v_0$

~~$\frac{gt^2}{2}$~~
 ~~$\frac{gt^2}{2}$~~
 $\frac{gt^2}{2}$

$t = \frac{3v_0}{g}$

$t = -\frac{v_0}{g} < 0$



$$\frac{F}{m_1} = \frac{F}{m_2}$$

$$a(m_1 + m_2) = 2T$$

$$\frac{-F_{mp} + T}{m_1} =$$

$$\frac{T + F_{mp12}}{m_1} = \frac{T + F_{mp21}}{m_2}$$

$$2(T + F_{mp}) = 0$$

$$= \frac{F_{mp} + T}{m_2}$$

~~$$m_2(T + F_{mp}) - m_1(T + F_{mp}) = 0$$~~

~~$$(T + F_{mp})(m_2 - m_1) = 0$$~~

$$2 \frac{T - F_{mp}}{m} = \frac{F_{mp} + T}{m}$$

$$T = 3F_{mp}$$

$$F = 0 \quad T = -F_{mp}$$