

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

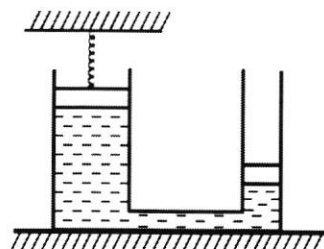
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с.

1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?

2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Деформация пружины равна  $x$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/3$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1) Найдите разность  $h$  уровней жидкости в сосудах.

2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

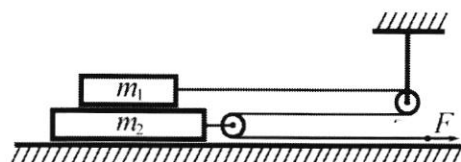
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = R$ , здесь  $R$  – радиус планеты.

Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $3R$  от центра планеты.

2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 3m$ ,  $m_2 = 5m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



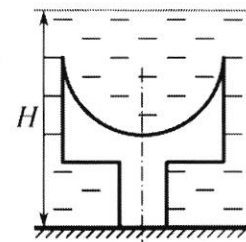
1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу  $F$ , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=3$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.).

Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 5$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей

$S = 10$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.

2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7.

Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

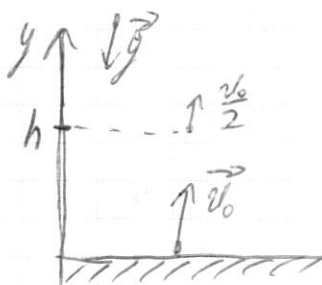
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$t(v_0/2) = ?$$

$$h(v_0/2) = ?$$

Решение:

Тело движется прямолинейно равноускоренно с ускорением, равным  $g$ .



Уравнение  $y$ -я имеет вид:

$$y = v_0 t - \frac{g t^2}{2};$$

Точку, в которой тело будет иметь скорость  $v_0/2$ , оно будет пролетать два раза за  $t_1$  и  $t_2$  от начала движения;

По формуле перемещения:

$$S = \frac{v_0 x - v_x^2}{2 a_x};$$

$$h = \frac{v_0^2 - v_0^2/4}{2g} = \frac{3v_0^2}{8g};$$

$$h = \frac{3 \cdot 10^2 \text{ м}^2/\text{с}^2}{8 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = \frac{30}{8} \text{ м} = \frac{15}{4} \text{ м} = \frac{3.75}{2} \text{ м} = 3.75 \text{ м}.$$

Теперь, зная  $h$ , можем подставить это в уравнение движения и корнями квадратного уравнения, решая относительно  $t$ , получим  $t_1$  и  $t_2$ .

$$h = v_0 t - \frac{g t^2}{2}; \quad 2g h = 2v_0 t - g t^2$$

$$g t^2 - 2v_0 t + 2h = 0$$

$$D_x = v_0^2 - 2g h = v_0^2 - 2g \cdot \frac{3v_0^2}{8g} = \frac{v_0^2}{4}$$

$$t_1 = \frac{3 \cdot 10 \text{ м/с}}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 1.5 \text{ с}.$$

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \pm \frac{v_0}{2}}{g}; \quad t_1 = \frac{3v_0}{2g}; \quad t_2 = \frac{v_0}{2g};$$

$$t_2 = \frac{1 \cdot 10 \text{ м/с}}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0.5 \text{ с}.$$

Продолжение см. на стр. 2.

Осталось проверить, через какое время после старта движущая телосистановится.

$$v_0 = g t_{\text{от}}, \quad t_{\text{от}} = \frac{v_0}{g}, \quad t_{\text{от}} = \frac{v_{0\text{max}}}{v_{0\text{max}}/g} = g.$$

Значит всё время движения камня от  $v_0$  до  $v_0$  будет равняться  $2 t_{\text{от}} = 2 \text{ с}$ . Времена  $t_1$  и  $t_2$  входят в этот промежуток.

Ответ:  $t_1 = 1,5 \text{ с}$ ;  $t_2 = 0,5 \text{ с}$ ;  $h = 3,75 \text{ м}$ .

Задача 3.

Дано:	Решение
$h=R$	По закону всемирного тяготения:
$\rho; G;$	$F = \frac{GMm}{r^2};$
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$F = mg$ (сила тяжести).
$g(3R) - ?$	$g = \frac{GM}{r^2}$ , где $M$ - масса гравитирующего
$T - ?$	объекта (планеты), а $r$ - расстояние до центра планеты.

Найдём массу планеты:

$$M = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

Тогда:

$$g(3R) = \frac{4G\rho\pi R^3}{3 \cdot 9R^2} = \frac{4}{27} G\rho\pi R;$$

Пусть расстояние до объекта  $e$ , тогда скорость можно найти формулой скорости:  $e = 2R$

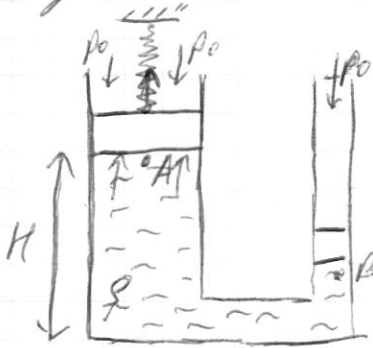
$$v = \frac{2\pi e}{T} = \sqrt{\frac{GM}{e}} \Rightarrow T = 2\pi e \cdot \sqrt{\frac{e}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{e^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{8R^3}{\frac{4}{27}G\rho\pi R^3}} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$$

Ответ:  $g(3R) = \frac{4}{27} G\rho\pi R$ ;  $T = 2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



Пусть атмосферное давление  $p_0$ .

1)  $p_A$  — давление в точке А;  $p_B$  — давление в точке В.

Заменим условие равновесия для обеих поршней:

$F_{упр} = kx$  (закон Гука).

$$p_A \cdot S + kx = p_0 S \Rightarrow p_A = p_0 - \frac{kx}{S}$$

$$p_B \cdot \frac{S}{3} = p_0 \cdot \frac{S}{3} \Rightarrow p_B = p_0$$

Давление на дно сосуда должно быть одинаковым:

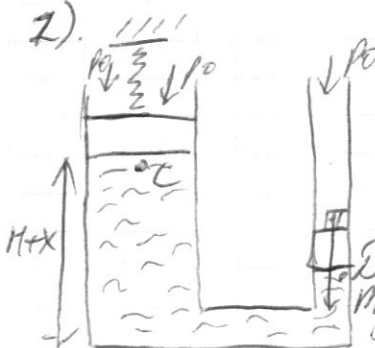
Тогда.

$$p_A + \rho g H = p_B + \rho g L;$$

$$H - L = h;$$

$$\rho g h = p_B - p_A = p_0 - p_0 + \frac{kx}{S}; \quad h = \frac{kx}{\rho g S};$$

2). Так как пружинная сталь недеформируемой, уровень воды в левом сосуде поднимется на  $x$ , а в правом опустится на  $x$ .



Заменим условие равновесия для поршней.

$$p_C \cdot S = p_0 \cdot S; \Rightarrow p_C = p_0;$$

$$mg + p_0 \frac{S}{3} = p_D \cdot \frac{S}{3} \Rightarrow p_D = \frac{3mg}{S} + p_0$$

Продолжение см на стр. 4.

Считать все происходит на дво уровне и быть одинаковыми.

$$p_0 + \rho g (H+x) = p_0 + \rho g (L-x);$$

$$p_0 + \rho g (H+x) = p_0 + \frac{3mg}{S} + \rho g (L-x)$$

$$\frac{3mg}{S} = \rho g (H-L) + 2\rho g x = \rho g h + 2\rho g x = \rho g (h+2x);$$

$$\frac{3mg}{S} = \frac{kx}{S} + 2\rho g x \Rightarrow m = \frac{kx}{3g} + \frac{2\rho g x S}{3g} = \frac{kx}{3g} + \frac{2}{3} \rho x S =$$

$$= \frac{kx + 2\rho g x S}{3g}$$

Ответ:  $h = \frac{kx}{\rho g S}$ ;  $m = \frac{kx}{3g} + \frac{2}{3} \rho x S$ .

Задача 4.

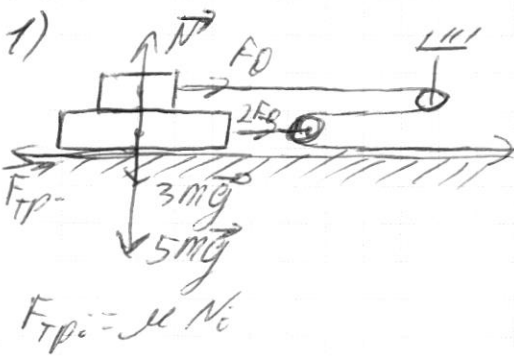
Дано: Решение:

$$m_1 = 3m$$

$$m_2 = 5m$$

$\mu$

$F_0, F - ?$



$$F_{Tp} = \mu N_0$$

По II закону Ньютона.

$$3ma = F_0$$

$$5ma = 2F_0 - 8\mu mg$$

$$a = \frac{F_0}{3m} = \frac{2F_0 - 8\mu mg}{5m}$$

$$5F_0 = 6F_0 - 8\mu mg;$$

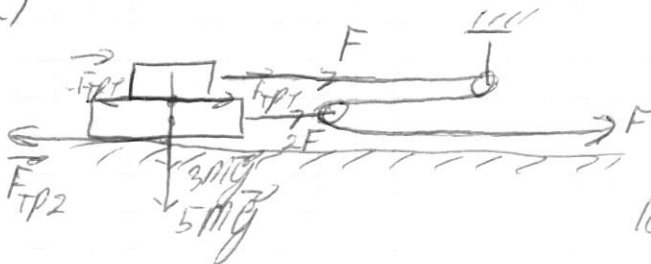
$$F_0 = 8\mu mg; F_0 = 24\mu mg$$

Продолжение см на стр. 5.

Уточне вычисления  
 $F_0$  первое условие нулево,  
 второе одно уравнение движения  
 с одинаковыми ускорениями  
 отсюда и  $F_0$  и  
 сила друг с другом все  
 вычисляются.

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

2)



Пусть верхний с ускорением  $\vec{a}_1$ , а нижний с  $\vec{A}$ .

По II закону Ньютона:

$$3m a_1 = F + 3\mu mg$$

$$5m A = 2F - 3\mu mg - 3\mu mg$$

Условию того, что нижний скользит, а верхний относительно него фиксируется влево выполняется:  $a_1 < A$ .

$$a_1 = \frac{F + 3\mu mg}{3m}$$

$$A = \frac{2F - 7\mu mg}{5m}$$

$$\frac{F + 3\mu mg}{3m} < \frac{2F - 7\mu mg}{5m}$$

$$5F + 75\mu mg < 6F - 33\mu mg$$

$$F > 48\mu mg \quad | \quad 48\mu mg - \text{минимальная сила}$$

Ответ:  $F_0 = 24\mu mg$ ;  $F = 48\mu mg$ .

Задача 5.

Дано:

$$H = 3, \text{ м}$$

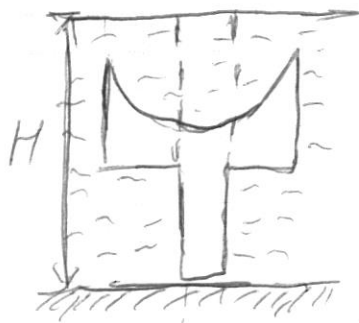
$$V = 5 \text{ м}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2$$

$$\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$P_1, F = ?$$

Решение:



Так как у дна есть мее и конструкция призматическая, то на часть, которая находится выше уровня воды не действует сила Архимеда.

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

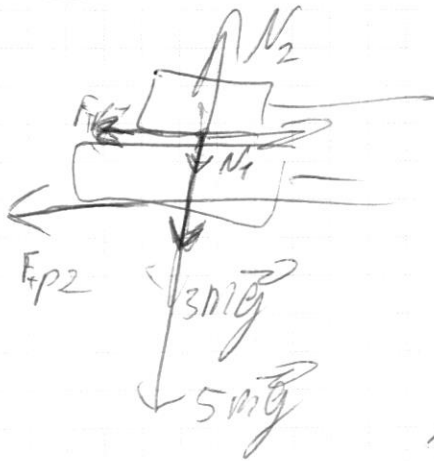
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

1.  $1,5 \text{ c} ; 0,5 \text{ c} ; 3,75 \text{ м.}$

2.  $\frac{Kx}{3gS} ; \frac{Kx}{3g} + \frac{2}{3} \rho S x$

3.  $\frac{4}{27} 6\pi R \cdot \rho ; T = 2\pi R \cdot \sqrt{\frac{R}{6GM}} ; v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{2\pi R}{T}$   
 $\sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{2\pi R}{T} ; T = 2\pi R \cdot \sqrt{\frac{R}{6GM}}$

4. \_\_\_\_\_  
 5. \_\_\_\_\_  
 $M = \frac{4}{3} \pi R^3 ; T = \sqrt{\frac{R^3}{6GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{3R^3}{6 \cdot 4\pi R^3 \rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{6\rho}}$



$3m\alpha = F_1 + 3\mu mg$   
 $5m\alpha = F_2 - 3\mu mg - 8\mu mg = F_2 - 11\mu mg$

$3\mu mg - N_2 =$

$N_2 = N_1 + 5mg$

$\frac{F_1 + 3\mu mg}{3} = \frac{F_2 - 11\mu mg}{5}$

$3m\alpha = F_1$

$5m\alpha = F_2 - 8\mu mg$

$\frac{F_1}{3} = \frac{F_2 - 8\mu mg}{5}$

$3F_2 - 5F_1 = 8\mu mg$

$5F_1 + 15\mu mg = 3F_2 - 33\mu mg$

$48\mu mg = 3F_2 - 5F_1$

$F_0 = 8\mu mg$

$F = 48\mu mg$



4.  $8 \mu \text{тг}$ ;  $48 \mu \text{тг}$ .

$$3. \sqrt{\frac{3\pi}{6\rho}}$$

$$M = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$$

$$\sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{2\pi R}{T};$$

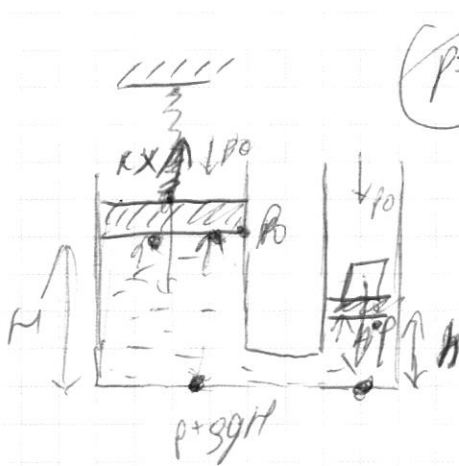
$$T = 2\pi R \cdot \sqrt{\frac{R}{GM}} =$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{3R}{4G\rho\pi R^3}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{3}{4G\rho\pi}} = \sqrt{\frac{3\pi}{6\rho}}$$

$$2\pi \cdot \sqrt{\frac{3}{4G\rho\pi}} = 2\sqrt{\frac{6\pi}{6\rho}}$$

$$2\sqrt{\frac{6\pi}{6\rho}}$$



$p = p_0$

$p_0 S = kx : p \cdot S$

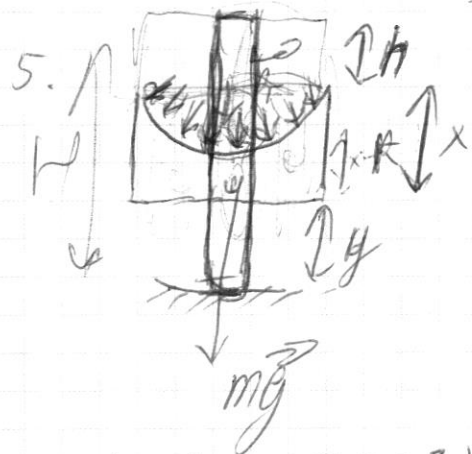
$p = \frac{kx}{S} + p_0$

$p_2 = p_0$

$pS + kx = p_0 \cdot S$

$(p_0 - p)S = \frac{kx}{S}$

$S = 2\pi R^2$



$\frac{kx}{S} + p_0 + \rho g H = p_0 + \rho g h$

$\rho g (H - h) = \frac{kx}{S}$

$A h = \frac{kx}{\rho g S}$

$\rho g h + p_0 = p_0 - \frac{kx}{S} + \rho g H$

$\rho g (H - h) = \frac{kx}{S}$

$(\pi R^2 h + \frac{2}{3} \pi R^3) \rho = m$

$p_0 \frac{S}{3} + mg = p \cdot \frac{S}{3}$

$\rho (\pi R^2 h + \frac{2}{3} \pi R^3) \rho g = F$

$mg = (p - p_0) \cdot \frac{S}{3} : p = \frac{mg}{S} + p_0$

$V = S \cdot y + (\pi R^2 x - \frac{2}{3} \pi R^3)$

$H = h + x + y$

$V = S(H - h + x) + (\pi R^2 x - \frac{2}{3} \pi R^3)$

$y = H - (h + x)$

$V_H = \pi R^2 \cdot h + \frac{2}{3} \pi R^3$

~~$\rho + \rho g H =$~~

~~$\rho (\rho g (H + x)) = \rho + \frac{3mg}{S} + \rho g (h - x)$~~



$3ma = F_7 + F_8 - 3mg$

$5ma = F_2 - 3mg$

$a = \frac{F_4 + 3mg}{3m}$

$A = \frac{F_2 - 3mg}{5 \cdot 0.1}$

$\frac{F_1 + 3mg}{3} = \frac{F_2 - 3mg}{5}$

$5F_1 + 75mg - 3F_2 - 9mg = 3F_2 - 9mg$

$\frac{kx}{\rho g S} + 2\rho g x = \frac{3mg}{S}$

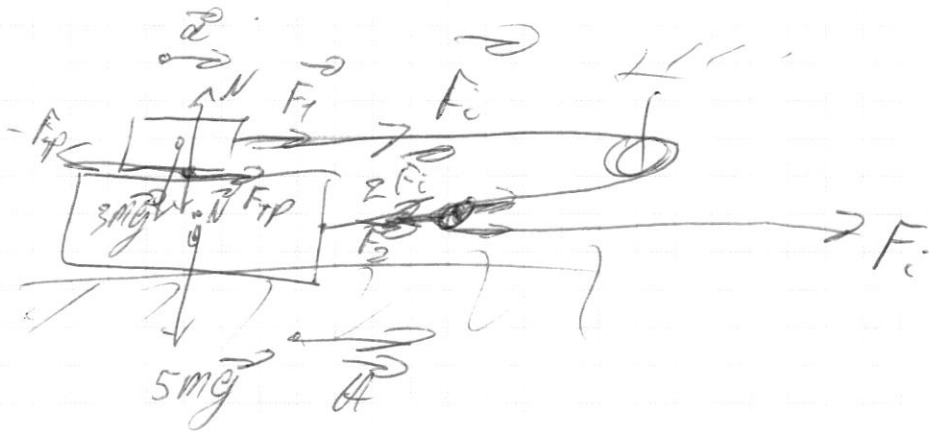
$3ma = F_1$

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{5}$

$F_1 = \frac{3}{5} F_2$

$F = \frac{3}{5} F_2$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$F_0 > 0$   
 $F > 24 \mu mg$

$$3m\alpha = F_1 + F_{тр} = F_1 + 3\mu mg$$

$$5mA = F_2 - 3\mu mg$$

$\alpha < A$ ;

$$\alpha = \frac{F_1}{3m} + \mu g$$

$$A = \frac{F_2}{5m} - \frac{3}{5}\mu g$$

$$\frac{F_1}{3m} + \mu g = \frac{F_2}{5m} - \frac{3}{5}\mu g$$

$$\frac{F_2}{5m} - \frac{F_1}{3m} = \frac{8}{5}\mu g$$

$$\frac{3F_2 - 5F_1}{15m} = \frac{8}{5}\mu g$$

$$3F_2 - 5F_1 = 24\mu g$$

$$3 \cdot 2F - 5F = 24\mu g$$

$$F = 24\mu g \cdot m$$

$F_1 + F_{тр} = 3m\alpha$   
 $F_1 + 3\mu mg = 3m\alpha$   
 $3F_1 + 3F - 9\mu mg = 5F_1 + 15\mu mg$

$F_1 + F_{тр} = 3m\alpha$   
 $F_1 + 3\mu mg = 3m\alpha$   
 $F = \frac{5mA - 3m\mu g}{6}$