

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

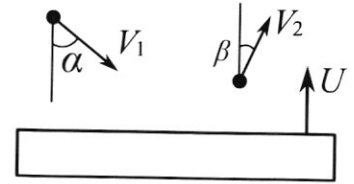
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

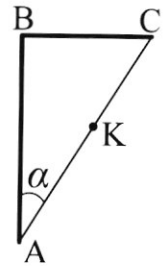


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

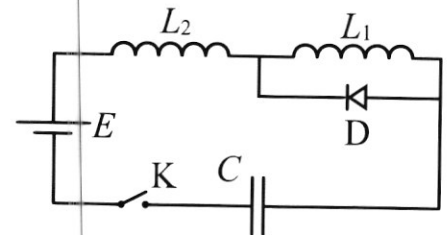
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



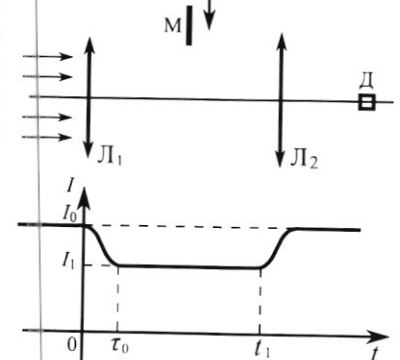
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
 - 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .
- Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$$V_1 = 12 \text{ м/с}$$

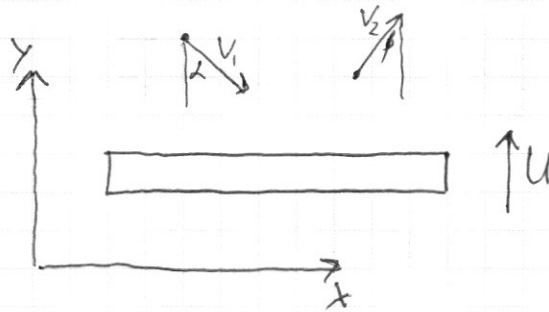
$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

Найти:

V_2, U

Решение



1) Проекция импульса шарика на ось x сохраняется, т.к. по этой оси на него не действуют никакие силы

$$mV_1 \sin \alpha = mV_2 \sin \beta$$

$$\frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = V_2 \Rightarrow \frac{12 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \boxed{18 \text{ (м/с)}}$$

2) Перейдём в систему отсчёта плиты. Скорости на вертикальную ось шарика станут:

$V_1 \cos \alpha + U$ — до удара — эта скорость отразится в противоположном направлении, т.к. в этой системе отсчёта плита покоится

$-U + V_2 \cos \beta$ — после удара

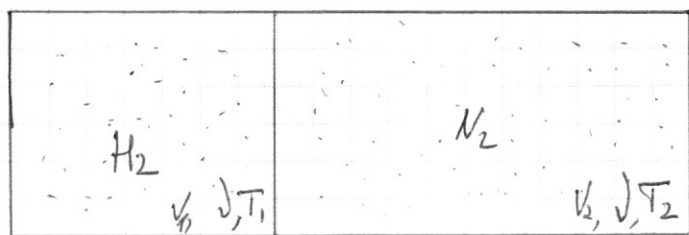
после удара в системе отсчёта скорости шарика

равна: $V_1 \cos \alpha + 2U = V_2 \cos \beta$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \text{Получаем: } \frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \boxed{6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \text{ (м/с)}}$$

Ответ: $18 \text{ м/с}; (6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \text{ (м/с)}$

№2



1) Уравнение для конечного момента времени

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{550}{350} = \boxed{\frac{11}{7}}$$

2) Т.п. в конечном состоянии температура газов одинакова и ^{концентрация} в одинаковом количестве, то, чтобы система находилась в равновесии, газы должны занимать одинаковый объём: $\frac{V_1 + V_2}{2}$

Т.п. поршень движется медленно и температура _{изменяется} медленно, то можно считать, что процесс ^{изобарный} ~~изобарический~~ ($T, V, p = \text{const}$ - для азота)
($T, V, p = \text{const}$ - для водорода)

$$\frac{2 \nu R T_y}{(V_1 + V_2)} = \frac{\nu R T_1}{V_1}; \text{ Из отношения объёмов выражаем } V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{2 T_y}{\nu (1 + \frac{T_2}{T_1})} = \frac{T_1}{\nu} \Rightarrow T_y = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{550 + 350}{2} = \boxed{450 \text{ (K)}}$$

3) $Q = \Delta U + A$

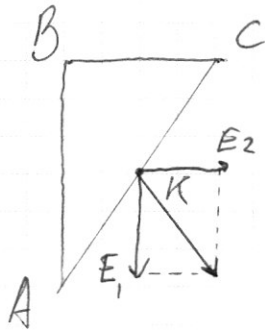
$$\Delta U = \nu C_V (T_y - T_1)$$

$$A = p \Delta V = \nu R (T_y - T_1)$$

$$Q = \frac{\gamma}{2} \nu R (T_y - T_1) = \frac{\gamma}{2} \frac{\nu}{\nu} \cdot 8,31 \cdot 100 = \boxed{2493 \text{ (Дж)}}$$

Ответ: $\frac{11}{7} = \frac{V_2}{V_1}$; $T_y = 450 \text{ K}$; $Q = 2493 \text{ Дж}$

№3



Бесконечные прямоугольные пластины создают однородное электрическое поле, направленное перпендикулярно пластине

1) Пусть E_0 - поле пластины BC. Если зарядить AB такой же поверхностной плотностью, то поле от этой пластины будет перпендикулярно самой пластине AB и полю пластины BC $\Rightarrow E_p = \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = \sqrt{2} E_0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2} E_0}{E_0} = \boxed{\sqrt{2} \text{ раз}}$

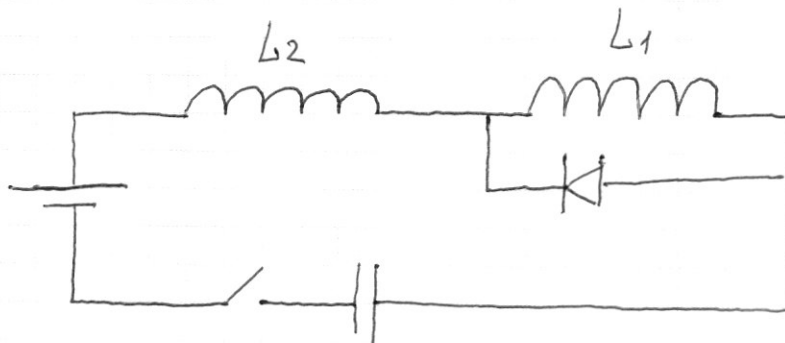
2) Поле пластины: $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} E$, где σ - поверхностная плотность заряда

$$\left. \begin{array}{l} BA: \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \\ AB: \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \end{array} \right\} E_p = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \boxed{\frac{\sqrt{10} \sigma}{2\epsilon_0}}$$

Следовательно нам не важна точка в пространстве, где надо знать напряжённость.

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{\sqrt{10} \sigma}{2\epsilon_0}$

№4



1) Процесс зарядки конденсатора происходит через катушки L_1 и L_2 , а процесс разрядки через катушку L_2 , т.е. весь ток идёт через диод, ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_L = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда $T_2 = T_1 + T_2$

\uparrow \downarrow
 период период
 с L_1 и L_2 с L_2

Запишем закон Кирхгофа для зарядки

1) $\ddot{q}(L_1 + L_2) + \frac{q}{C} = E$ — получаем уравнение гармонических колебаний со смещением положения равновесия

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$$

Закон Кирхгофа для разрядки

2) $\ddot{q}L_2 + \frac{q}{C} = E \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2C}}$

$$T_{1,2} = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(L_1 + L_2)C}; \quad T_2 = \sqrt{2} \sqrt{L_2C}$$

$$T_2 = \sqrt{2} \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{5})$$

2) I_m через L_1 будет при зарядке \Rightarrow

из 1) получаем

$$\ddot{q} + \frac{1}{\tau LC} (q + EC) = 0$$

$$\underbrace{\ddot{q}}_Q + \underbrace{\frac{1}{\tau LC}}_Q (q + EC) = 0$$

сделает замену $(q + EC)$ на Q

$$Q = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$q = A \cos(\omega t + \varphi) - EC$$

$$I = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

Найдём A и φ из начальных условий при $t=0$

$$\begin{cases} 0 = A \cos(\varphi) - EC \\ 0 = -A\omega \sin(\varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0; \quad A = EC;$$

$$\boxed{I_{\max} = A\omega = E \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В) Максимальный ток через L_2 будет при разрядке

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC} (q + EC) = 0$$

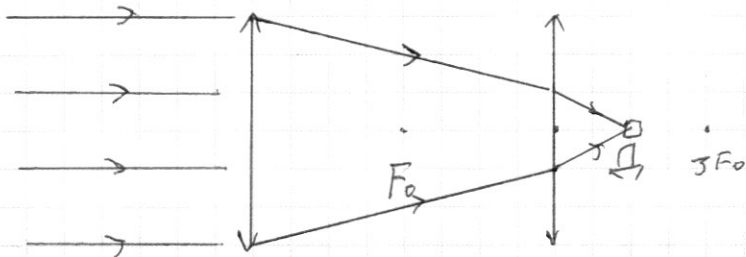
$$\left. \begin{aligned} q &= A \cos(\omega_2 t + \varphi) - EC \\ \dot{I} &= -A \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi) \end{aligned} \right\} \text{из начальных условий находим}$$

$$A = EC, \quad \varphi = 0$$

$$\boxed{I_{m2} = A \omega_2 = E \sqrt{\frac{C}{3L}}} \quad \text{— он больше } I_{m1} \text{ (тоже течёт через } L_2)$$

Ответ: $T_2 = \sqrt{3LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$; $I_{m1} = E \sqrt{\frac{C}{7L}}$; $I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$

№5



1) Воспользуемся формулой тонкой линзы.

Лучи входящие в L_1 собираются в ее фокусе

fF_0

Для L_2 это получается мнимым изображением на расстоянии F_0 , тогда

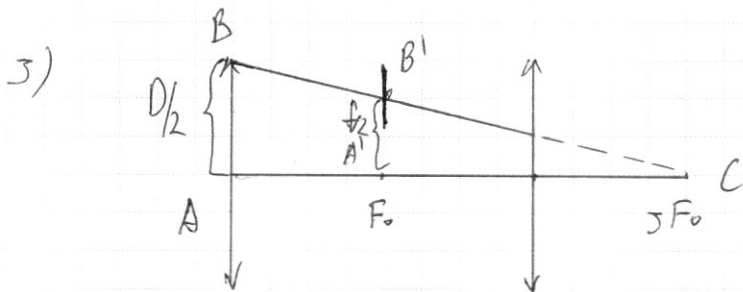
$$\frac{1}{d} - \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \boxed{d = \frac{F_0}{2}}$$

2) Когда линзочка полностью собой перекрывает часть света, она "отбирает" $\frac{4}{9} F_0$ мощность света.

Т.н. интенсивность диафрагмы в центре пучка по условию, то можно записать следующее: $\frac{\chi \Sigma_0}{\chi D^2} \cdot \frac{\chi d^2}{\chi} = \frac{4 \Sigma_0}{9}$, где d - диаметр микротки, а Σ_0 - интенсивность

$d = \frac{2}{3} D$, тогда скорость микротки, учитывая, что она полностью оборотила свет за χ_0 ,

равна $\frac{2D}{5\chi_0} = v$



Рассмотрим треугольники ABE и $A'B'C$. Они подобны. Из чего мы найдем

максимальное сечение светового пучка после преломления в L_1 на расстоянии F_0 от нее

$$\frac{3F_0}{2F_0} = \frac{2D}{2f} \Rightarrow f = \frac{2}{3} D, \text{ где } f - \text{диаметр сечения пучка}$$

Заметим, что диаметр пучка совпадает с диаметром микротки $\Rightarrow \chi_0 = \frac{1}{3}$,

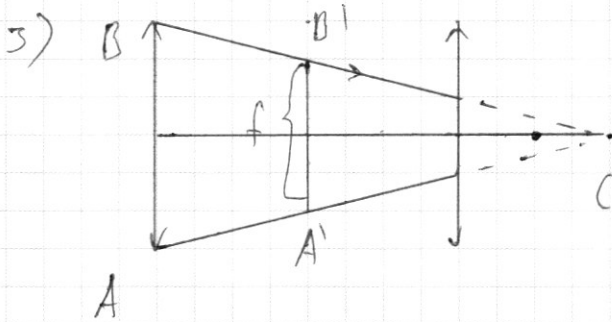
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.н. интенсивность одинакова в сечении пучка,
получаем, что диаметр мочки $\sim \frac{4I_0}{g} \Rightarrow d \sim \frac{4}{9} D$, где

d - диаметр мочки

\checkmark

$$V_2 \frac{d}{4\epsilon_0} = \frac{4D}{94\epsilon_0}$$

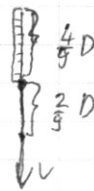


Рассмотрим $\triangle ABE$ и $\triangle A'B'C$.
Они подобны. Из чего
можно найти площадь
сечения пучка света идущую
в мочке линз

$$\frac{D}{f} = \frac{3F_0}{2R_0} \Rightarrow f = \frac{2}{3} D$$

Мочка времени ϵ_0

$$t_1 - \epsilon_0 = \frac{f-d}{V_2} = \frac{2D \cdot 9\epsilon_0}{9 \cdot 4R} = \frac{\epsilon_0}{2}$$



$$t_1 = \frac{3\epsilon_0}{2}$$

Ответ: $d = \frac{F_0}{2}$; $V_2 = \frac{4D}{9\epsilon_0}$; $t_1 = \frac{3\epsilon_0}{2}$

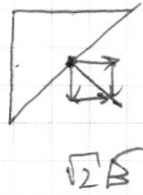


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

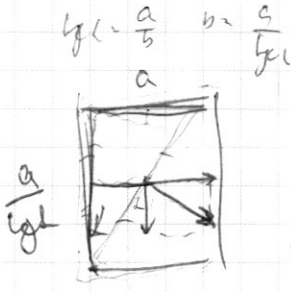
13

$E_1 =$
 $E_2 = E_1$



$$\frac{180 \cdot E}{15 \cdot 136}$$

$$\frac{30}{130}$$



$\frac{q}{2} \cdot 2 \cdot S$

$$\sqrt{\left(\frac{30}{2E_0}\right)^2 + \left(\frac{\delta}{2E_0}\right)^2} \cdot L$$

$$\frac{\sqrt{10} \delta}{2E_0} = E$$

$$2S_1 \cdot E_1 + 2S_2 E_2 = \frac{30 \cdot S_1 + \delta \cdot S_2}{E_0}$$

$$\frac{q^2}{2E} E_1 + \frac{q^2}{2E} E_2 = \frac{(30 \cdot S_1 + \delta \cdot S_2) q^2}{2E_0}$$

14.

$$E - E_{L_2} - E_{L_1} = \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} (L_1 + L_2) + \frac{q}{C} - E = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{(L_1 + L_2)C} (q - E(L_1 + L_2)C) = 0$$

$$Q = q - E(L_1 + L_2)C$$

~~$\frac{Q}{F_0} = \frac{1}{F_0}$~~

$$T = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} + \pi \sqrt{L_2 C}$$

$$q = A \cos(\omega t + \varphi) + E(L_1 + L_2)C$$

$$E(L_1 + L_2)C = A \cos \varphi \quad A = E(L_1 + L_2)C$$

$$\dot{q} = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{q}_{M_2} = E(L_1 + L_2)C \dot{\varphi} \quad E(L_1 + L_2)C$$

$$0 = A \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\sin(\varphi) = 0$$

$$\varphi = 0$$

$$I_{M_2} = \frac{E(L_1 + L_2)C}{\sqrt{L_2 C}}$$

$$E = \ddot{q} L_2 + \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{L_2 C} - E = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{L_2 C} (q - E L_2 C)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

р/1.

$$1) V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18 \text{ (м/с)}$$

2)

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$V_1 \cos \alpha + 2U = V_2 \cos \beta$$

$$\frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{2} = \boxed{6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \text{ (м/с)}}$$

$$I_0 \sim \frac{\rho D^2}{4}$$

$$I_0 \sim \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\frac{4I_0}{9} \sim \frac{\pi \cdot R}{4}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{\rho \cdot A}{36 g t}$$

$$\frac{2}{9}$$

р/2.

H_2	N_2
350h	550h

$$Q_{N_2} = \nu C \Delta T + A$$

$$Q_{H_2} = \nu C \Delta T + A$$

$$\frac{2\nu RT}{\nu_1 \nu_2} = \frac{\nu RT_1}{\nu_1}$$

$$\frac{\nu RT_1}{\nu_1} = \frac{\nu RT_2}{\nu_2}$$

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{\nu RT}{\nu}$$

$$\frac{2\nu RT}{\nu_1 \nu_2} = \frac{\nu RT_2}{\nu_2}$$

$$\frac{\nu RT}{\nu_1} = \frac{\nu RT}{\nu_2}$$

$$\frac{p_1 \nu_1}{T_1} = \frac{p_1 \nu_1'}{T_1}$$

$$\frac{\nu RT}{\nu}$$

$$\nu C \nu \Delta T = A G$$

$$\frac{2\nu RT}{(\frac{\nu_2}{\nu_1} + 1) \nu_1} = \frac{\nu RT_2}{\nu_2}$$

5500

$$\nu C \nu \Delta T_1 + A = \nu C \nu \Delta T_2 - A \quad \nu C \nu \Delta T_2 = A$$

$$2\nu RT_2 \cdot \frac{\nu_1 (\nu_2 + \nu_1)}{\nu_2}$$

$$\frac{\nu RT}{\nu_1 (\nu_2 + \nu_1)} = \frac{\nu RT}{\nu_2}$$

$$\frac{2\nu RT}{\nu_1 (\nu_2 + \nu_1)} = p$$

$$p \cdot dV$$

$$\frac{\nu RT}{\nu}$$

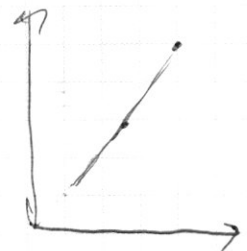
$$\frac{\nu RT}{\nu}$$

$$p dV = \nu R dT$$

$$\nu R dT$$

$$Q = C +$$

$$\frac{\nu}{2} \nu R dT$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0}$ $d = \frac{F_0}{2}$

2) $\frac{4F_0}{\pi D^2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{4F_0}{9}$ $d = \frac{2}{3}D$
 $\frac{4F_0}{\pi D^2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{4F_0}{9}$ $d = \frac{2}{3}D$

$V_2 = \frac{2D}{3F_0} = V$ $I_0 \sim D$
 $\frac{4I_0}{9} \sim S$

$-\frac{1}{F_0} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0}$

1) $d = \frac{F_0}{2}$ $I_0 - \frac{5I_0}{9} = \frac{4I_0}{9} \sim S$

$\frac{9}{4} = \frac{\pi D^2}{4S}$
 $9S$
 $S_2 = \frac{\pi D^2}{9} = \frac{\pi d^2}{4}$

$\frac{3F_0}{2R_0} = \frac{D}{d}$
 $d = \frac{2}{3}D$
 $\frac{8 \pi S}{9 \pi R_0} = \dots$

$\frac{2D}{3}$ $d = \frac{2}{3}D$

$\frac{2D}{3F_0} = V$
 $\frac{2D}{3} \sim \dots$
 \dots
 \dots

$\frac{D}{2} = \frac{3F_0}{2R_0}$ $\frac{D}{d} = \frac{3}{2}$ $\frac{2D}{3} = d$

$M_0 + 20 = 200 = \dots$ $\dots = \dots$ $\dots = 200$

$\frac{q}{C} + L_2 \ddot{q} - E = 0$

$\ddot{q} + \frac{q}{3LC} - E = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$ $E \sqrt{\frac{C}{2L}}$

$\ddot{q} + \frac{1}{3LC} (q - EC) = 0$

1) $\frac{\sqrt{RT_1}}{V_1} = \frac{\sqrt{RT_2}}{V_2}$ $V_2 > V_1$
 $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{11}{7}$ $\Delta U < 0$
 $\Delta A < 0 \Rightarrow$ не обратима $V_1 = \frac{T_1}{T_2} V_2$

2) $\frac{2\sqrt{RT}}{V_1+V_2}$ $V_m = \left(\frac{V_1+V_2}{2}\right)$ $V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1}$
 $\frac{2\sqrt{RT}}{V_1+V_2} = \frac{\sqrt{RT_1}}{V_1}$ $\sqrt{\left(\frac{T_2}{T_1} + 1\right)} = \frac{T_1}{T_2}$ $T_2 = \frac{T_2 + T_1}{2} = \boxed{450K}$
 $7+7+7+7+7$
 $\begin{matrix} 350 \\ +550 \\ \hline 900 \end{matrix}$

3) $Q = \Delta U + A = C_V(T_2 - T_1) + \sqrt{R}(T_2 + T_1) = \frac{7}{2} \cdot 8,31 \cdot 6 \cdot 100 = 2493 (Дж)$
 $\begin{matrix} \times 8,31 \\ 300 \\ \hline 2493 \\ +000 \\ \hline 249300 \end{matrix}$

13 1) E $\sqrt{2}E$ $\frac{3R_0}{2R_0} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 E $\sqrt{2}$ -раз $\frac{2}{3} - \frac{4}{9}$ $\frac{R_0}{2 \cdot 3R_0}$!
 $\frac{1}{3} = \frac{D}{3f}$
 $D = \frac{2}{3} D$
 $\frac{10}{2} = \frac{5}{2} R$
 $\frac{340}{2} = \frac{40}{2}$

2) $\sqrt{\left(\frac{30}{200}\right)^2 + \left(\frac{8}{200}\right)^2} = \frac{\sqrt{10} \cdot 8}{200}$
 $\frac{E_1}{4^2 L} + \frac{E_2}{2} = \left(\frac{30}{4^2 L} + 8\right) / 200$

14. $E = (L_1 + L_2) \ddot{q} + \frac{q}{C}$
 $EC = A \cos \varphi$ $\ddot{q} + \frac{q}{7LC} - \frac{E}{7L} = 0$ 1) $T_1 = \sqrt{7LC} + \sqrt{7LC}$
 $0 = A \sin(\omega t + \varphi)$ $\ddot{q} + \frac{1}{7LC} (q - EC) = 0$ 2) $EC \sqrt{\frac{1}{7LC}} = E \sqrt{\frac{C}{7L}}$
 $\varphi = 0^\circ$ $q = A \cos(\omega t + \varphi) + EC$ 3)