

Отборочный этап 2025/26

Задачи олимпиады: Математика 10 класс (1 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 4737

Найдите количество целых значений параметра a , при каждом из которых у $(a^2 + a + 1)x^2 + (7a + 2)x + (a - 1) = 0$ имеет два корня, один из которых больше, а другой – меньше 2.

999976294737

Задача 1 #2 ID 4738

Найдите количество целых значений параметра a , при каждом из которых у $(a^2 - a + 1)x^2 + (8a - 1)x + (2a + 1) = 0$ имеет два корня, один из которых больше, а другой – меньше 2.

999976294738

Задача 1 #3 ID 4739

Найдите количество целых значений параметра a , при каждом из которых у $(a^2 - a + 1)x^2 + (10a - 3)x + (a - 1) = 0$ имеет два корня, один из которых больше, а другой – меньше 3.

999976294739

Задача 1 #4 ID 4740

Найдите количество целых значений параметра a , при каждом из которых уравнение $(a^2 + a + 1)x^2 + (11a + 2)x + (3a + 1) = 0$ имеет два корня, один из которых — а другой — меньше 3.

999976294740

Задача 2

Задача 2 #5 ID 4741

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $300^{2700} - 3^{2700}$ делится на

999976294741

Задача 2 #6 ID 4742

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $300^{27027} - 3^{27027}$ делится на

999976294742

Задача 2 #7 ID 4743

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $300^{5400} - 3^{5400}$ делится на

999976294743

Задача 2 #8 ID 4744

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $300^{54054} - 3^{54054}$ делится

999976294744

Задача 3

Задача 3 #9 ID 4745

Маша пишет в ряд крестики и нолики — всего 1000 символов. Оказалось, количество символов между любыми двумя ноликами отлично от 12. Какое наибольшее количество ноликов могла написать Маша?

999976294745

Задача 3 #10 ID 4746

Маша пишет в ряд крестики и нолики — всего 1000 символов. Оказалось, количество символов между любыми двумя ноликами отлично от 10. Какое наибольшее количество ноликов могла написать Маша?

999976294746

Задача 3 #11 ID 4747

Маша пишет в ряд крестики и нолики — всего 1200 символов. Оказалось, количество символов между любыми двумя ноликами отлично от 12. Какое наибольшее количество ноликов могла написать Маша?

999976294747

Задача 3 #12 ID 4748

Маша пишет в ряд крестики и нолики — всего 1300 символов. Оказалось, количество символов между любыми двумя ноликами отлично от 10. Какое наибольшее количество ноликов могла написать Маша?

999976294748

Задача 4

Задача 4 #13 ID 4749

Числа a , b , c удовлетворяют равенству $10(a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)) = a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$, при этом части равенства ненулевые. Найдите наибольшее возможное значение $S = a + b + c$.

999976294749

Задача 4 #14 ID 4750

Числа a , b , c удовлетворяют равенству $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = 17(a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b))$, при этом части равенства ненулевые. Найдите наибольшее возможное значение $S = a + b + c$.

999976294750

Задача 4 #15 ID 4751

Числа a, b, c удовлетворяют
 $20(a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)) = a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$, при
части равенства ненулевые. Найдите наибольшее возможное значение
 $S = a + b + c$.

999976294751

Задача 4 #16 ID 4752

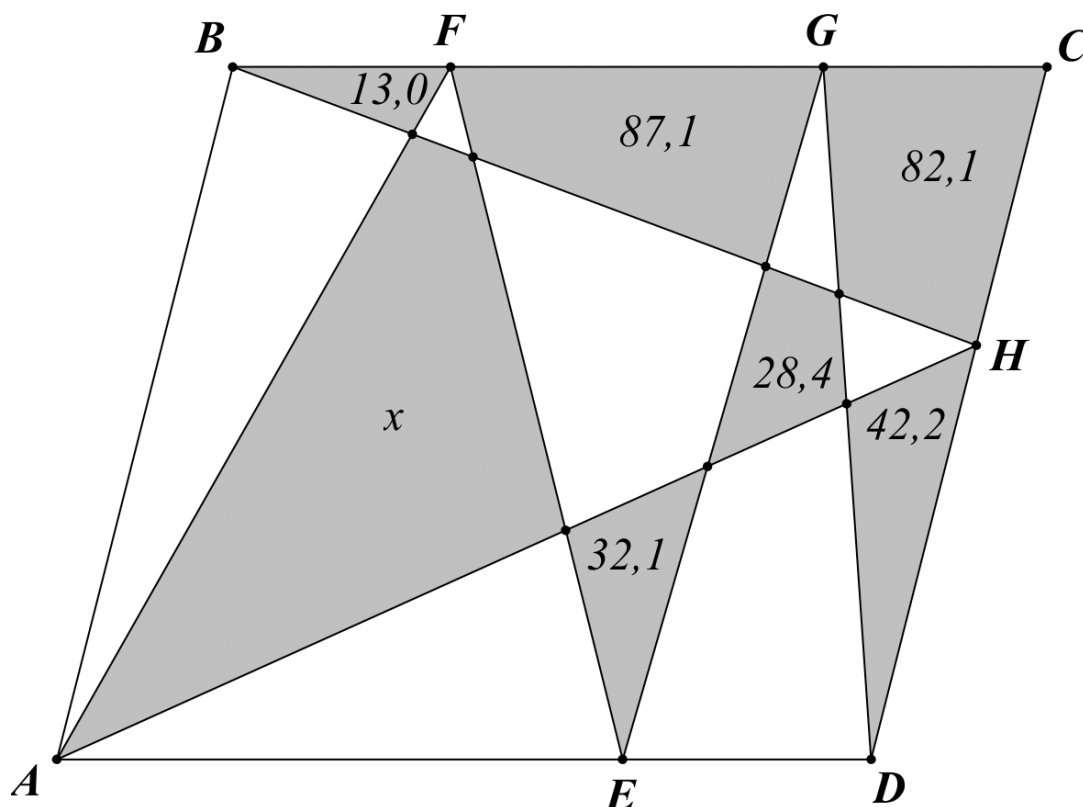
Числа a, b, c удовлетворяют
 $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = 26(a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b))$, при
части равенства ненулевые. Найдите наибольшее возможное значение
 $S = a + b + c$.

999976294752

Задача 5

Задача 5 #17 ID 4753

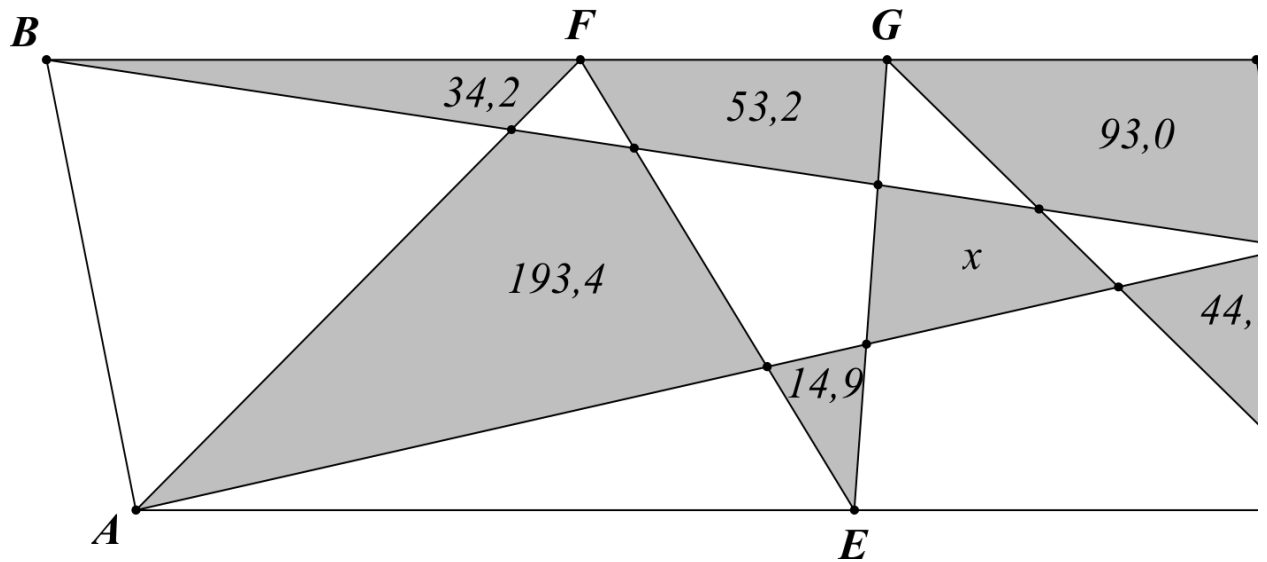
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G и H и соединены отрезками друг с другом и с вершинами параллелограмма, как показано на рисунке. Полученные в результате разбиения параллелограмма многоугольники раскрашены шахматным порядком. Петя отметил на рисунке округлённые до десятых площади частей, закрашенных серым цветом, кроме одной. Найдите площадь x этой серой части, округлённую до целого числа.



999976294753

Задача 5 #18 ID 4754

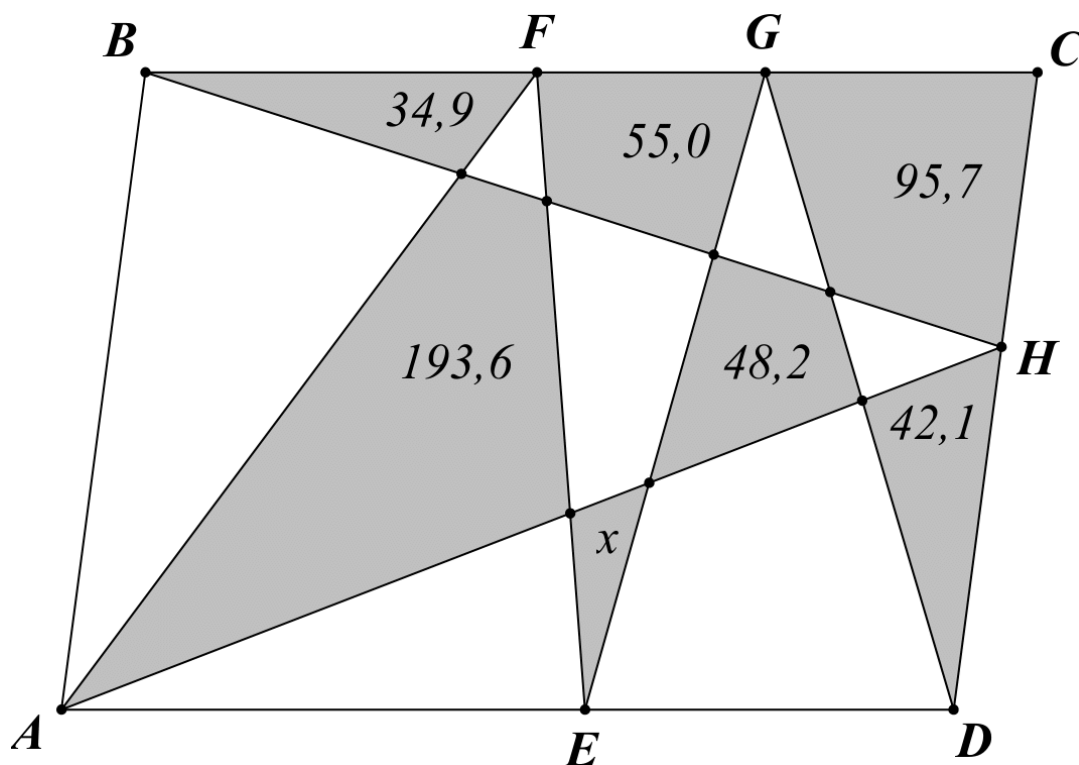
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G и H и соединены отрезками друг с другом и с вершинами параллелограмма, как показано на рисунке. Полученные в результате разбиения параллелограмма многоугольники раскрасили в шахматном порядке. Петя отметил на рисунке округлённые до десятых площади частей, закрашенных серым цветом, кроме одной. Найдите площадь x этой серой части, округлённую до целого числа.



999976294754

Задача 5 #19 ID 4755

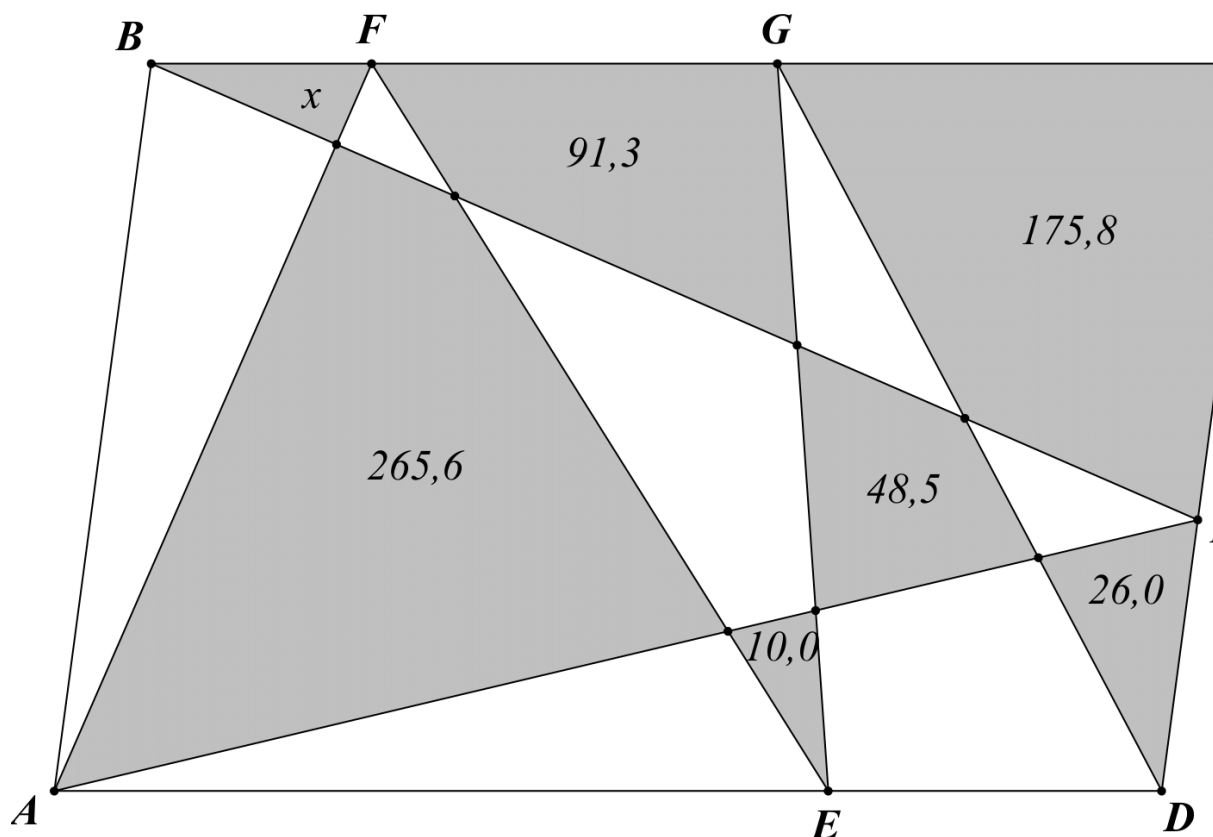
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G и H и соединены отрезками друг с другом и с вершинами параллелограмма, как показано на рисунке. Полученные в результате разбиения параллелограмма многоугольники раскрашены шахматным порядком. Петя отметил на рисунке округлённые до десятых площади частей, закрашенных серым цветом, кроме одной. Найдите площадь x этой серой части, округлённую до целого числа.



99976294755

Задача 5 #20 ID 4756

На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G и H и соединены отрезками друг с другом и с вершинами параллелограмма, как показано на рисунке. Полученные в результате разбиения параллелограмма многоугольники раскрашены шахматным порядком. Петя отметил на рисунке округлённые до десятых площади частей, закрашенных серым цветом, кроме одной. Найдите площадь x серой части, округлённую до целого числа.



999976294756

Задача 6

Задача 6 #21 ID 4757

Рассматривают все непустые подмножества множества $T = \{1, 2, \dots, 100\}$. Для каждого из них вычисляют среднее арифметическое всех чисел этого подмножества. Пусть A – среднее арифметическое всех средних арифметических, вычисленных для подмножеств, содержащих число 40, а B – аналогичная величина для подмножеств, содержащих число 61. Найдите сумму $A + B$.

999976294757

Задача 6 #22 ID 4758

Рассматривают все непустые подмножества множества $T = \{1, 2, \dots, 200\}$. Для каждого из них вычисляют среднее арифметическое всех чисел этого подмножества. Пусть A – среднее арифметическое всех средних арифметических, вычисленных для подмножеств, содержащих число 45, а B – аналогичная величина для подмножеств, содержащих число 156. Найдите сумму $A + B$.

999976294758

Задача 6 #23 ID 4759

Рассматривают все непустые подмножества множества $T = \{1, 2, \dots, 300\}$. Для каждого из них вычисляют среднее арифметическое всех чисел этого подмножества. Пусть A – среднее арифметическое всех средних арифметических, вычисленных для подмножеств, содержащих число 102, а B – аналогичная величина для подмножеств, содержащих число 199. Найдите сумму $A + B$.

999976294759

Задача 6 #24 ID 4760

Рассматривают все непустые подмножества множества $T = \{1, 2, \dots, 5\}$ каждого из них вычисляют среднее арифметическое всех чисел этого подмн Пусть A – среднее арифметическое всех средних арифметических, вычисле подмножеств, содержащих число 161, а B – аналогичная величина подмножеств, содержащих число 340. Найдите сумму $A + B$.

999976294760

Задача 7

Задача 7 #25 ID 4761

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω , а его диагональ AC – бис угла BAD . Найдите радиус окружности ω , если $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AC = \frac{3}{2}$, AL Ответ округлите до третьего знака после запятой.

999976294761

Задача 7 #26 ID 4762

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω , а его диагональ AC – бис угла BAD . Найдите радиус окружности ω , если $AB = \sqrt{2}$, $AC = 2$, $AD = \frac{1}{\sqrt{2}}$ округлите до третьего знака после запятой.

999976294762

Задача 7 #27 ID 4763

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω , а его диагональ AC – биссектриса угла BAD . Найдите радиус окружности ω , если $AB = \sqrt{2}$, $AC = 4$, $AD = \sqrt{3}$. Округлите до третьего знака после запятой.

999976294763

Задача 7 #28 ID 4764

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω , а его диагональ AC – биссектриса угла BAD . Найдите радиус окружности ω , если $AB = 3\sqrt{2}$, $AC = 5$, $AD = \sqrt{3}$. Округлите до третьего знака после запятой.

999976294764

Задача 8

Задача 8 #29 ID 4765

В течение 10 дней Петя планирует готовиться к экзаменам по 5 различным предметам, среди которых есть математика, физика и информатика. К каждому из экзаменов будет готовиться ровно два дня, причём ни к математике, ни к физике, ни к информатике он не хочет готовиться два дня подряд, а каждый день он готовится только одному предмету. Сколькими способами Петя может выбрать порядок, в котором готовиться к экзаменам?

999976294765

Задача 8 #30 ID 4766

В течение 12 дней Петя планирует готовиться к экзаменам по 6 различным предметам, среди которых есть математика, физика и информатика. К каждому из экзаменов будет готовиться ровно два дня, причём ни к математике, ни к физике, ни к информатике он не хочет готовиться два дня подряд, а каждый день он готовится только одному предмету. Сколькими способами Петя может выбрать порядок, в котором готовиться к экзаменам?

999976294766

Задача 8 #31 ID 4767

В течение 14 дней Петя планирует готовиться к экзаменам по 7 различным предметам, среди которых есть математика, физика и информатика. К каждому из экзаменов будет готовиться ровно два дня, причём ни к математике, ни к физике, ни к информатике он не хочет готовиться два дня подряд, а каждый день он готовится только одному предмету. Сколькими способами Петя может выбрать порядок, в котором готовиться к экзаменам?

999976294767

Задача 8 #32 ID 4768

В течение 16 дней Петя планирует готовиться к экзаменам по 8 различным предметам, среди которых есть математика, физика и информатика. К каждому из экзаменов будет готовиться ровно два дня, причём ни к математике, ни к физике, ни к информатике он не хочет готовиться два дня подряд, а каждый день он готовится только одному предмету. Сколькими способами Петя может выбрать порядок, в котором готовиться к экзаменам?

999976294768

Задача 9

Задача 9 #33 ID 4769

Последовательность x_n такова, что $x_0 = 2$, а для всех целых неотрицательных n

$$\frac{x_{n+1}}{4n^2 + 12n + 10} = \frac{x_n}{4n^2 + 4n + 2} - 1.$$

Найдите x_{100} .

999976294769

Задача 9 #34 ID 4770

Последовательность x_n такова, что $x_0 = 2$, а для всех целых неотрицательных n

$$\frac{x_{n+1}}{9n^2 + 24n + 17} = \frac{x_n}{9n^2 + 6n + 2} - 2.$$

Найдите x_{110} .

999976294770

Задача 9 #35 ID 4771

Последовательность x_n такова, что $x_0 = 2$, а для всех целых неотрицательных n

$$\frac{x_{n+1}}{16n^2 + 40n + 26} = \frac{x_n}{16n^2 + 8n + 2} - 1.$$

Найдите x_{120} .

999976294771

Задача 9 #36 ID 4772

Последовательность x_n такова, что $x_0 = 2$, а для всех целых неотрицательных n

$$\frac{x_{n+1}}{25n^2 + 60n + 37} = \frac{x_n}{25n^2 + 10n + 2} - 2.$$

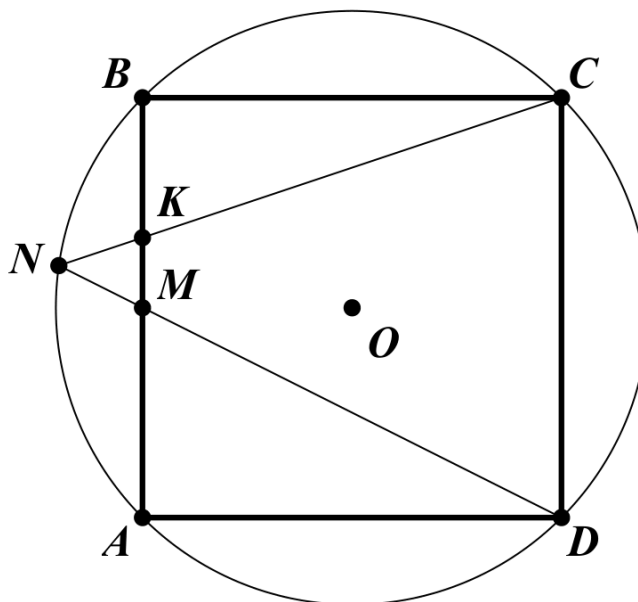
Найдите x_{130} .

999976294772

Задача 10

Задача 10 #37 ID 4773

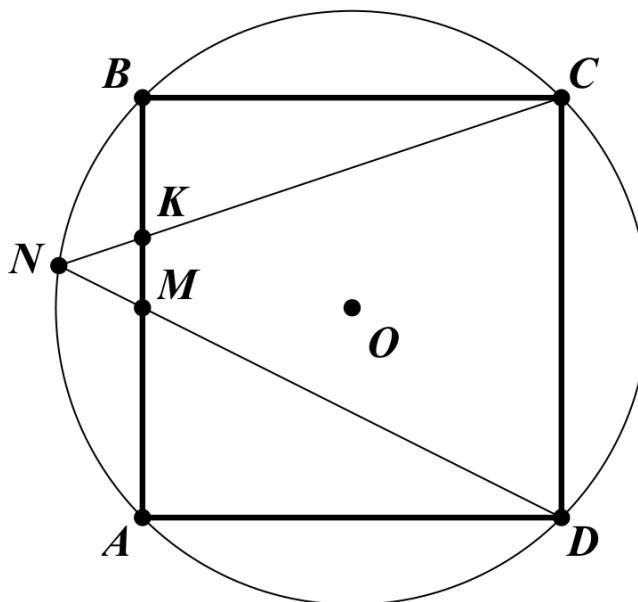
Квадрат $ABCD$ вписан в окружность с центром O , точка M – середина его стороны AB . На чертеже отметили точки N и K . Вычислите площадь квадрата $ABCD$, если длина отрезка OK равна 5.



999976294773

Задача 10 #38 ID 4817

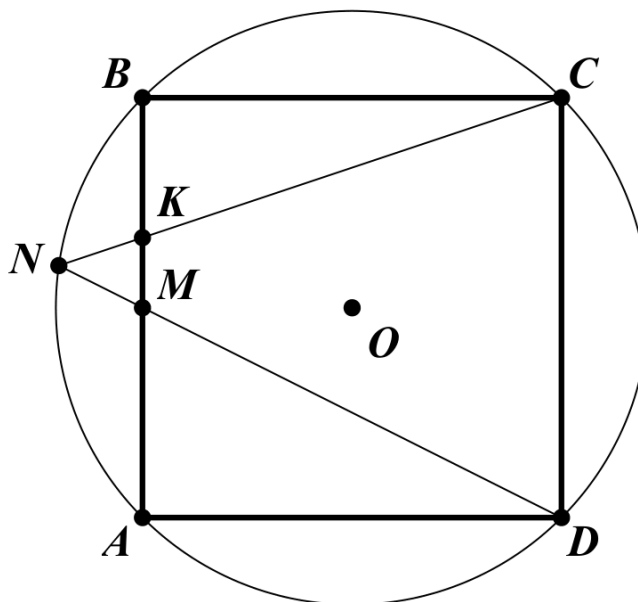
Квадрат $ABCD$ вписан в окружность с центром O , точка M – середина его стороны AB . На чертеже отметили точки N и K . Вычислите площадь квадрата $ABCD$, если длина отрезка OK равна 15.



999976294817

Задача 10 #39 ID 4818

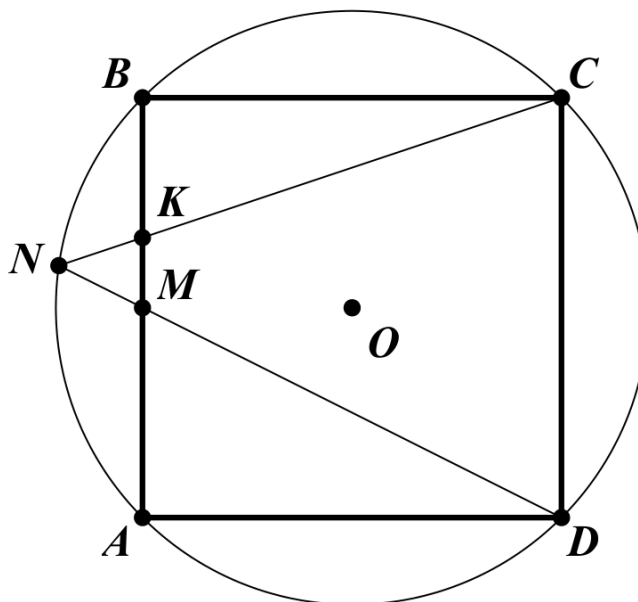
Квадрат $ABCD$ вписан в окружность с центром O , точка M – середина его стороны AB . На чертеже отметили точки N и K . Вычислите площадь квадрата $ABCD$, если длина отрезка OK равна 45.



999976294818

Задача 10 #40 ID 4819

Квадрат $ABCD$ вписан в окружность с центром O , точка M – середина его стороны AB . На чертеже отметили точки N и K . Вычислите площадь квадрата $ABCD$, если длина отрезка OK равна 25.



999976294819