

Отборочный этап 2025/26

Задачи олимпиады: Математика 11 класс (1 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 4777

Пару взаимно простых натуральных чисел a и b назовем *забавной*, если $|a - b|$ делится на 17. Найдите количество забавных пар чисел (x, y) таких, что $60 \leq x < y \leq 160$.

999976294777

Задача 1 #2 ID 4778

Пару взаимно простых натуральных чисел a и b назовем *забавной*, если $|a - b|$ делится на 17. Найдите количество забавных пар чисел (x, y) таких, что $75 \leq x < y \leq 190$.

999976294778

Задача 1 #3 ID 4779

Пару взаимно простых натуральных чисел a и b назовем *забавной*, если $|a - b|$ делится на 17. Найдите количество забавных пар чисел (x, y) таких, что $80 \leq x < y \leq 211$.

999976294779

Задача 1 #4 ID 4780

Пару взаимно простых натуральных чисел a и b назовем {\it забавной}, если $|a - b|$ делится на $a + b$.
Найдите количество забавных пар чисел (x, y) таких, что $92 \leq x < y \leq 170$.

999976294780

Задача 2

Задача 2 #5 ID 4781

Вася написал на доске выражение $31 + 32 + 33 + \dots + 100$, после чего стер несколько слагаемых (при необходимости вместе с идущими перед ними). Значение получившегося после вычеркивания чисел выражения оказалось равно 1000. Сколькими способами Вася мог стереть числа с доски?

999976294781

Задача 2 #6 ID 4782

Вася написал на доске выражение $30 + 31 + 32 + \dots + 100$, после чего стер несколько слагаемых (при необходимости вместе с идущими перед ними). Значение получившегося после вычеркивания чисел выражения оказалось равно 1000. Сколькими способами Вася мог стереть числа с доски?

999976294782

Задача 2 #7 ID 4783

Вася написал на доске выражение $32 + 33 + 34 + \dots + 100$, после чего стер несколько слагаемых (при необходимости вместе с идущими перед ними). Значение получившегося после вычеркивания чисел выражения оказалось равно 100. Сколькими способами Вася мог стереть числа с доски?

999976294783

Задача 2 #8 ID 4784

Вася написал на доске выражение $29 + 30 + 31 + \dots + 100$, после чего стер несколько слагаемых (при необходимости вместе с идущими перед ними). Значение получившегося после вычеркивания чисел выражения оказалось равно 100. Сколькими способами Вася мог стереть числа с доски?

999976294784

Задача 3

Задача 3 #9 ID 4785

В остроугольном треугольнике a, b, c — длины сторон, а α, β, γ — соответствующие им углы. Какое наибольшее значение может принимать выражение $a(b^2 + c^2) \cos \alpha + b(c^2 + a^2) \cos \beta + c(a^2 + b^2) \cos \gamma$, если известно, что $abc = 1$?

999976294785

Задача 3 #10 ID 4786

В остроугольном треугольнике a, b, c — длины сторон, а α, β, γ — соответствующие им углы. Какое наименьшее значение может принимать выражение $a(b^2 + c^2) \cos \alpha + b(c^2 + a^2) \cos \beta + c(a^2 + b^2) \cos \gamma$, если известно, что $abc = 1$?

999976294786

Задача 3 #11 ID 4787

В остроугольном треугольнике a, b, c — длины сторон, а α, β, γ — соответствующие им углы. Какое наибольшее значение может принимать выражение $a(b^2 + c^2) \cos \alpha + b(c^2 + a^2) \cos \beta + c(a^2 + b^2) \cos \gamma$, если известно, что $abc = 1$?

999976294787

Задача 3 #12 ID 4788

В остроугольном треугольнике a, b, c — длины сторон, а α, β, γ — соответствующие им углы. Какое наименьшее значение может принимать выражение $a(b^2 + c^2) \cos \alpha + b(c^2 + a^2) \cos \beta + c(a^2 + b^2) \cos \gamma$, если известно, что $abc = 1$?

999976294788

Задача 4

Задача 4 #13 ID 4789

Вычислите площадь множества точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют неравенству $|x - 1| + |x + 1| + 2|y| \leq 8$.

999976294789

Задача 4 #14 ID 4790

Вычислите площадь множества точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют неравенству $|x - 2| + |x + 2| + 2|y| \leq 8$.

999976294790

Задача 4 #15 ID 4791

Вычислите площадь множества точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют неравенству $|x - 3| + |x + 3| + 2|y| \leq 10$.

999976294791

Задача 4 #16 ID 4792

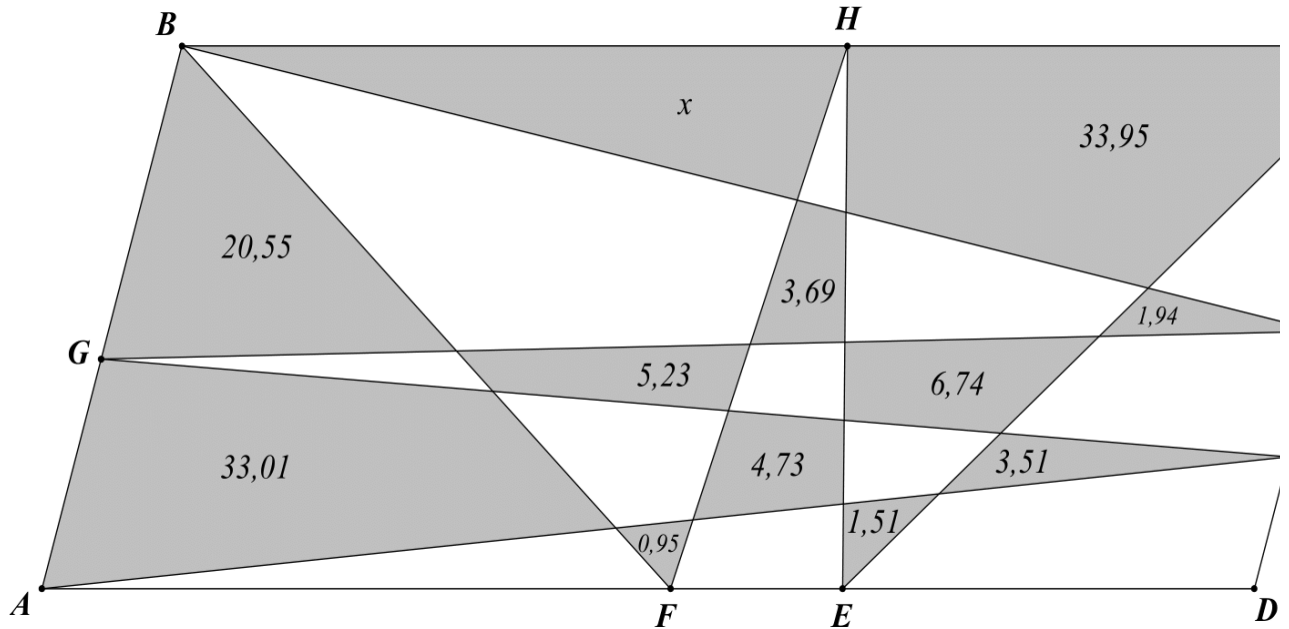
Вычислите площадь множества точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют неравенству $|x - 4| + |x + 4| + 2|y| \leq 10$.

999976294792

Задача 5

Задача 5 #17 ID 4793

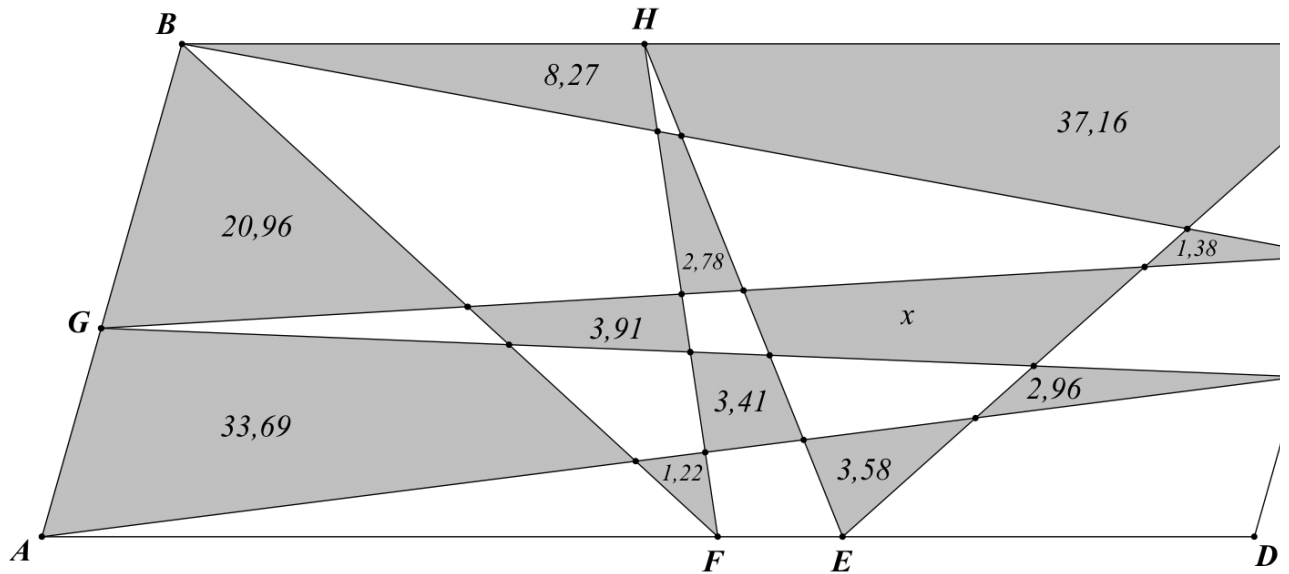
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G, H, K показано на рисунке. Петя соединил некоторые из точек отрезками и получил многоугольники в шахматном порядке. После этого он написал закрашенным многоугольникам, кроме одного, их площади, округлённые. Найдите оставшуюся площадь x , округлённую до целого числа.



999976294793

Задача 5 #18 ID 4794

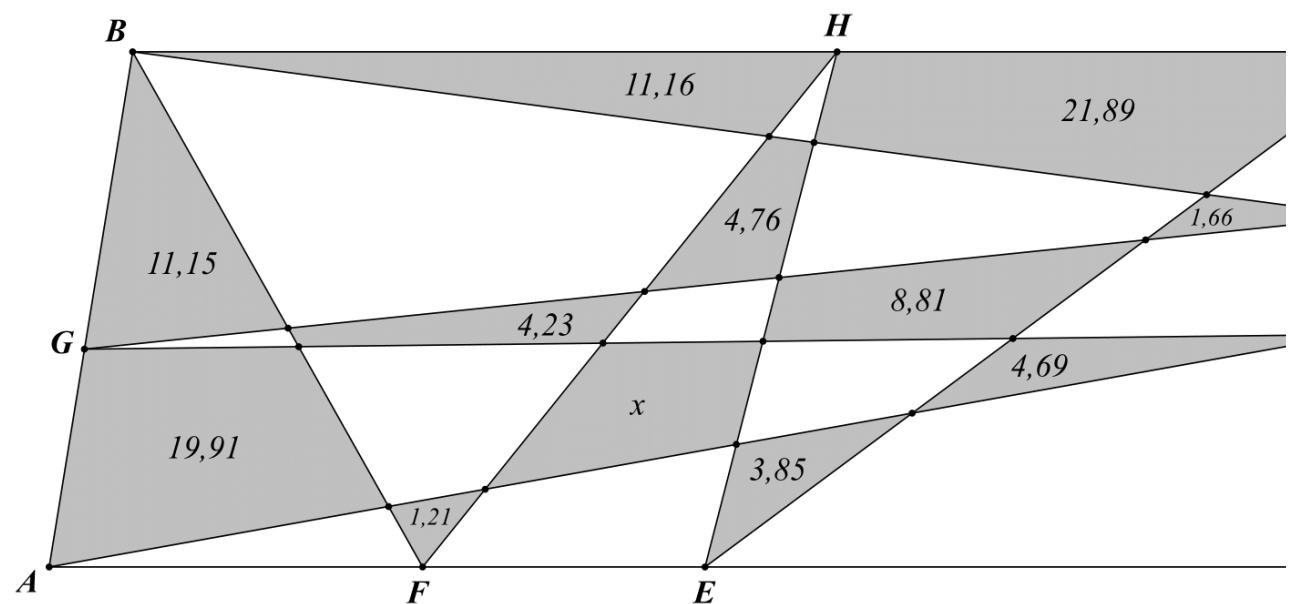
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G, H, K показано на рисунке. Петя соединил некоторые из точек отрезками и получил многоугольники в шахматном порядке. После этого он написал закрашенным многоугольникам, кроме одного, их площади, округлённые. Найдите оставшуюся площадь x , округлённую до целого числа.



999976294794

Задача 5 #19 ID 4795

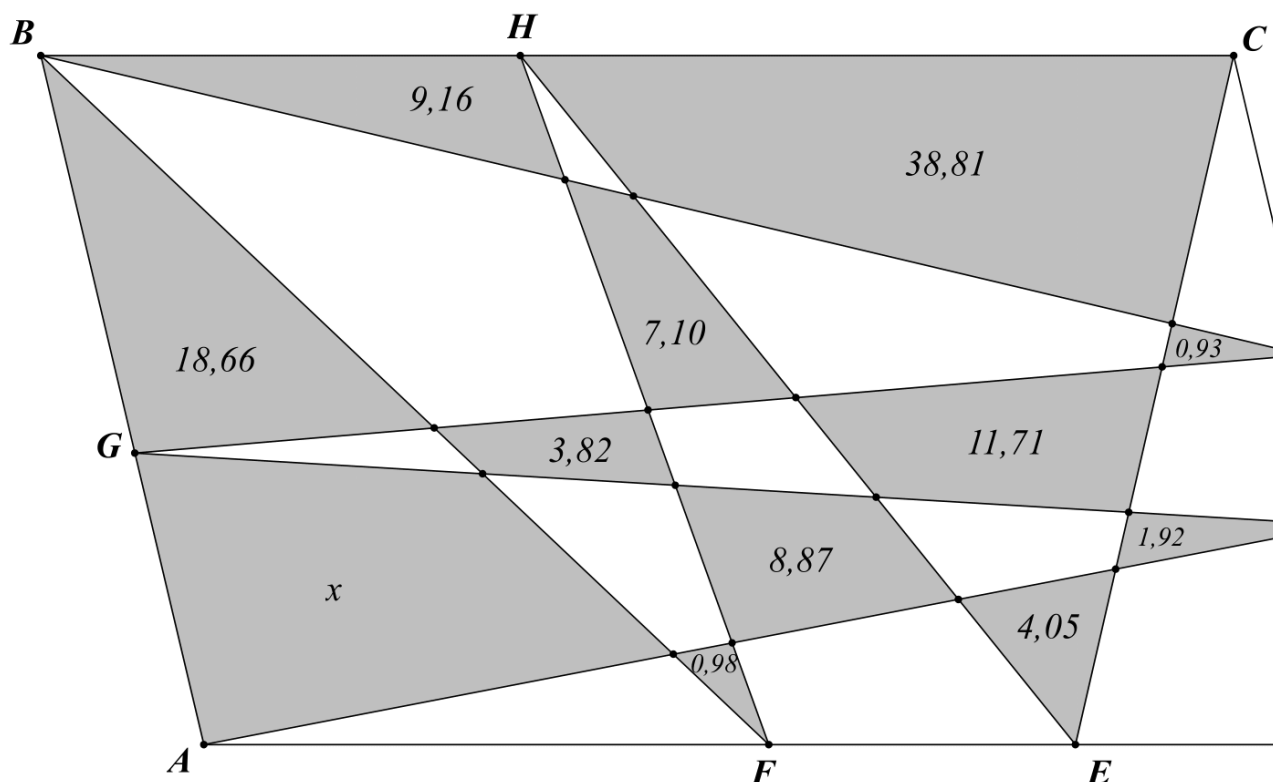
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G, H, K показано на рисунке. Петя соединил некоторые из точек отрезками и получил многоугольники в шахматном порядке. После этого он написал закрашенных многоугольниках, кроме одного, их площади, округлённые. Найдите оставшуюся площадь x , округлённую до целого числа.



999976294795

Задача 5 #20 ID 4796

На сторонах параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E, F, G, H, K показано на рисунке. Петя соединил некоторые из точек отрезками и получил многоугольники в шахматном порядке. После этого он написал закрашенным многоугольникам, кроме одного, их площади, округлённые. Найдите оставшуюся площадь x , округлённую до целого числа.



999976294796

Задача 6

Задача 6 #21 ID 4797

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $6400^{2001} - 16^{4002}$ делится

999976294797

Задача 6 #22 ID 4798

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $30^{2034} - 6^{2034}$ делится на

999976294798

Задача 6 #23 ID 4799

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $140^{10010} - 28^{10010}$ делится

999976294799

Задача 6 #24 ID 4800

Найдите наибольшее натуральное k такое, что число $3200^{2001} - 2^{14007}$ делится

999976294800

Задача 7

Задача 7 #25 ID 4801

В окружности ω проведены три хорды AB , AC и AD так, что углы $\angle BAC$ равны между собой. Найдите хорду BD , если $AB = \sqrt{2}$, $AC = 3$, $AD = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
округлите до третьего знака после запятой.

999976294801

Задача 7 #26 ID 4802

В окружности ω проведены три хорды AB , AC и AD так, что углы $\angle BAC$ равны между собой. Найдите хорду BD , если $AB = \sqrt{2}$, $AC = 2$, $AD = \frac{3}{\sqrt{2}}$. Ответ округлите до третьего знака после запятой.

999976294802

Задача 7 #27 ID 4803

В окружности ω проведены три хорды AB , AC и AD так, что углы $\angle BAC$ равны между собой. Найдите хорду BD , если $AB = \sqrt{2}$, $AC = 4$, $AD = \frac{3}{\sqrt{2}}$. Ответ округлите до третьего знака после запятой.

999976294803

Задача 7 #28 ID 4804

В окружности ω проведены три хорды AB , AC и AD так, что углы $\angle BAC$ равны между собой. Найдите хорду BD , если $AB = \frac{3}{\sqrt{2}}$, $AC = 2$, $AD = 3\sqrt{2}$. Ответ округлите до третьего знака после запятой.

999976294804

Задача 8

Задача 8 #29 ID 4805

Петя записал на доске множество A всех натуральных чисел от 1 до 100. Затем для всех непустых подмножеств множества A нашёл средние арифметические входящих в них чисел, после чего сообщил Пете число x — среднее арифметическое всех найденных им средних арифметических.

Затем Петя заменил в своем множестве A число 10 на число 1000, а Вася переименовал величину x для нового множества. На сколько увеличилось значение x ?

999976294805

Задача 8 #30 ID 4806

Петя записал на доске множество A всех натуральных чисел от 1 до 100. Затем для всех непустых подмножеств множества A нашёл средние арифметические входящих в них чисел, после чего сообщил Пете число x — среднее арифметическое всех найденных им средних арифметических.

Затем Петя заменил в своем множестве A число 20 на число 2000, а Вася переименовал величину x для нового множества. На сколько увеличилось значение x ?

999976294806

Задача 8 #31 ID 4807

Петя записал на доске множество A всех натуральных чисел от 1 до 100. Затем для всех непустых подмножеств множества A нашёл средние арифметические входящих в них чисел, после чего сообщил Пете число x — среднее арифметическое всех найденных им средних арифметических.

Затем Петя заменил в своем множестве A число 30 на число 1500, а Вася переименовал величину x для нового множества. На сколько увеличилось значение x ?

999976294807

Задача 8 #32 ID 4808

Петя записал на доске множество A всех натуральных чисел от 1 до 100. Затем для всех непустых подмножеств множества A нашёл средние арифметические входящих в них чисел, после чего сообщил Пете число x – среднее арифметическое всех найденных им средних арифметических.

Затем Петя заменил в своем множестве A число 50 на число 5000, а Вася передал ту же величину x для нового множества. На сколько увеличилось значение x ?

999976294808

Задача 9

Задача 9 #33 ID 4809

В пирамиду $SABC$ вписан прямой круговой цилиндр так, что одно основание (с центром O) лежит в треугольнике ABC , а другое касается граней SAB , SAC . Высота пирамиды SH вдвое больше высоты цилиндра. Пусть M – геометрическое место точек H , а N – геометрическое место точек O . Найдите площадь N равна 5.

999976294809

Задача 9 #34 ID 4810

В пирамиду $SABC$ вписан прямой круговой цилиндр так, что одно основание (с центром O) лежит в треугольнике ABC , а другое касается граней SAB , SAC . Высота пирамиды SH вдвое больше высоты цилиндра. Пусть M – геометрическое место точек H , а N – геометрическое место точек O . Найдите площадь M равна 10.

999976294810

Задача 9 #35 ID 4811

В пирамиду $SABC$ вписан прямой круговой цилиндр так, что одно основание (с центром O) лежит в треугольнике ABC , а другое касается граней SAB , SAC . Высота пирамиды SH вдвое больше высоты цилиндра. Пусть M – геометрическое место точек H , а N – геометрическое место точек O . Найдите площадь N равна 10.

999976294811

Задача 9 #36 ID 4812

В пирамиду $SABC$ вписан прямой круговой цилиндр так, что одно основание (с центром O) лежит в треугольнике ABC , а другое касается граней SAB , SAC . Высота пирамиды SH вдвое больше высоты цилиндра. Пусть M – геометрическое место точек H , а N – геометрическое место точек O . Найдите площадь M равна 16.

999976294812

Задача 10

Задача 10 #37 ID 4813

Вася задал последовательность x_n следующим образом: $x_0 = 2$, а для натурального n $x_n = (n^4 - 2n^2 + 2) \left(\frac{x_{n-1}}{n^4 - 4n^3 + 4n^2 + 1} + 2 \right)$. Чему равно x_{100} ?

999976294813

Задача 10 #38 ID 4814

Вася задал последовательность x_n следующим образом: $x_0 = 5$, а для натурального n $x_n = (n^4 - 4n^2 + 5) \cdot \left(\frac{x_{n-1}}{n^4 - 4n^3 + 2n^2 + 4n + 2} + 1 \right)$. Чем равно значение x_{50} ?

999976294814

Задача 10 #39 ID 4815

Вася задал последовательность x_n следующим образом: $x_0 = 10$, а для натурального n $x_n = (n^4 - 6n^2 + 10) \cdot \left(\frac{x_{n-1}}{n^4 - 4n^3 + 8n + 5} + 2 \right)$. Чем равно значение x_{120} ?

999976294815

Задача 10 #40 ID 4816

Вася задал последовательность x_n следующим образом: $x_0 = 17$, а для натурального n $x_n = (n^4 - 8n^2 + 17) \cdot \left(\frac{x_{n-1}}{n^4 - 4n^3 - 2n^2 + 12n + 10} + 1 \right)$, равно значение x_{80} ?

999976294816