Отборочный этап 2025/26

Задачи олимпиады: Математика 9 класс (1 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 4697

Произведение двух натуральных чисел A и B – это четырёхзначное число, у первая цифра совпадает с третьей, а вторая совпадает с четвёртс наибольшее произведение могут иметь числа A и B, если известно, что $A +$ 195?

999976294697

Задача 1 #2 ID 4698

Произведение двух натуральных чисел A и B – это четырёхзначное число, у первая цифра совпадает с третьей, а вторая совпадает с четвёртс наибольшее произведение могут иметь числа A и B, если известно, что $A +$ 172?

999976294698

Задача 1 #3 ID 4699

> Произведение двух натуральных чисел A и B – это четырёхзначное число, у первая цифра совпадает с третьей, а вторая совпадает с четвёрто наибольшее произведение могут иметь числа A и B, если известно, что $A +$ 183?
>
> 999976294699

Задача 1 #4 ID 4700

> Произведение двух натуральных чисел A и B – это четырёхзначное число, у первая цифра совпадает с третьей, а вторая совпадает с четвёрто наибольшее произведение могут иметь числа A и B, если известно, что $A +$ 147?
>
> 999976294700

Задача 2

Задача 2 #5 ID 4701

> Миша выписал на доску 7 подряд идущих натуральных чисел и сложил их. О что эта сумма заканчивается на 1230123. Какое наименьшее число могло бы выписанных на доске?
>
> 999976294701

Задача 2 #6 ID 4702

Миша выписал на доску 7 подряд идущих натуральных чисел и сложил их. О
что эта сумма заканчивается на 2025123. Какое наименьшее число могло бı
выписанных на доске?

999976294702

Задача 2 #7 ID 4703

Миша выписал на доску 9 подряд идущих натуральных чисел и сложил их. О
что эта сумма заканчивается на 1230123. Какое наименьшее число могло бı
выписанных на доске?

999976294703

Задача 2 #8 ID 4704

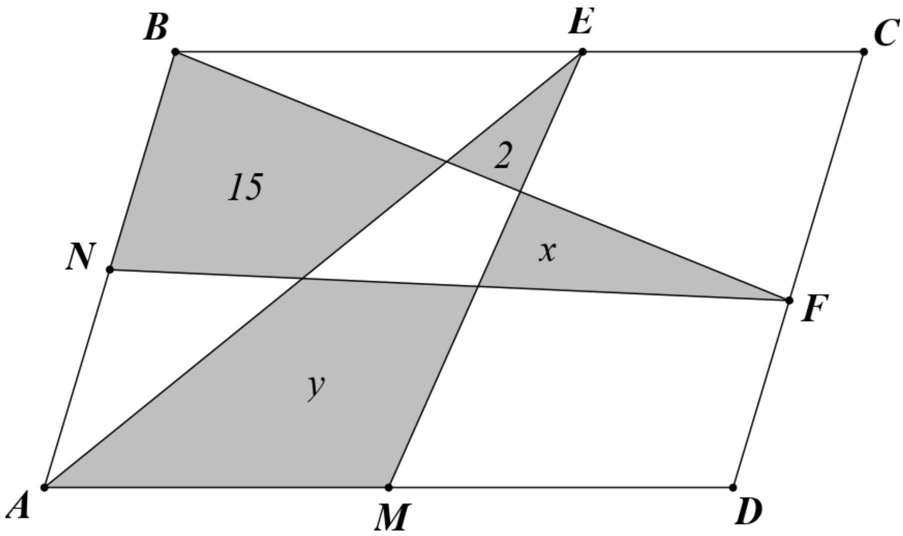
Миша выписал на доску 9 подряд идущих натуральных чисел и сложил их. О
что эта сумма заканчивается на 2025123. Какое наименьшее число могло бı
выписанных на доске?

999976294704

Задача 3

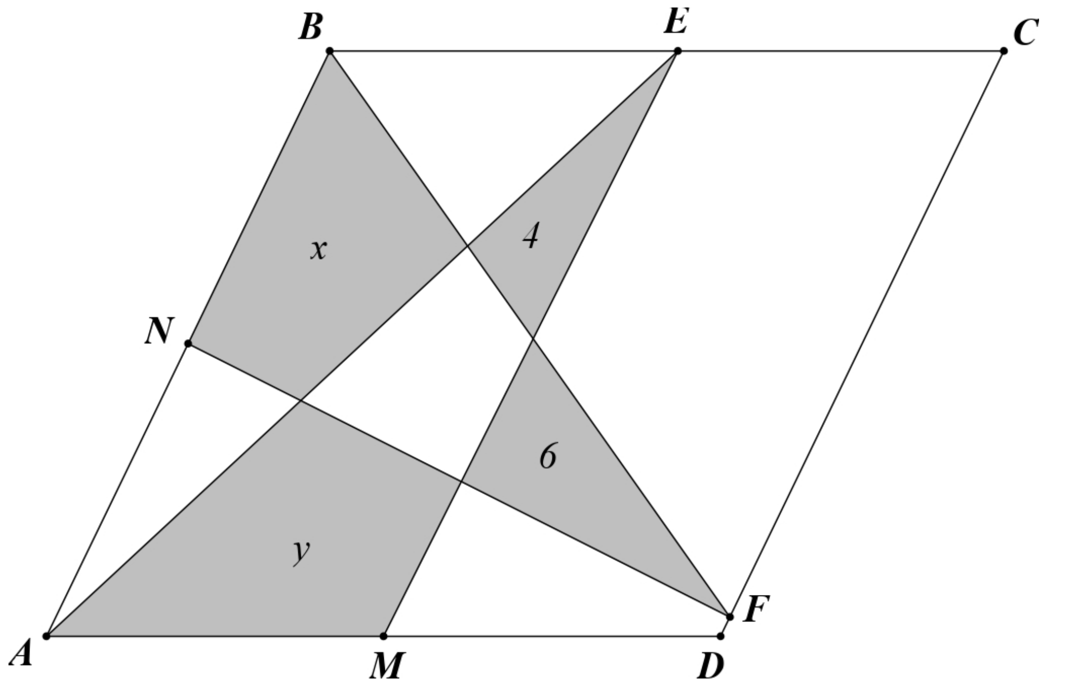
Задача 3 #9 ID 4705

На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E и F, а на
AD и AB – их середины M и N соответственно. Петя соединил некоторые и
закрасил четыре из полученных многоугольников, как показано на рисунке, п
на двух из них написал их площади, а две другие неизвестные обозначил н
через x и y. Найдите наибольшее возможное значение разности площадей x -



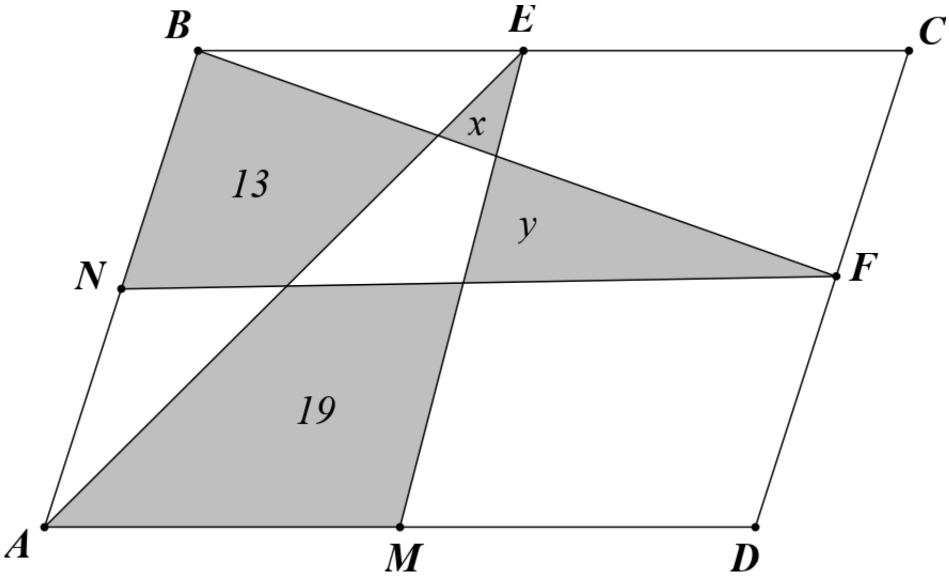
Задача 3 #10 ID 4706

На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E и F, а на
AD и AB – их середины M и N соответственно. Петя соединил некоторые и
закрасил четыре из полученных многоугольников, как показано на рисунке, п
на двух из них написал их площади, а две другие неизвестные обозначил н
через x и y. Найдите наибольшее возможное значение разности площадей x –



Задача 3 #11 ID 4707

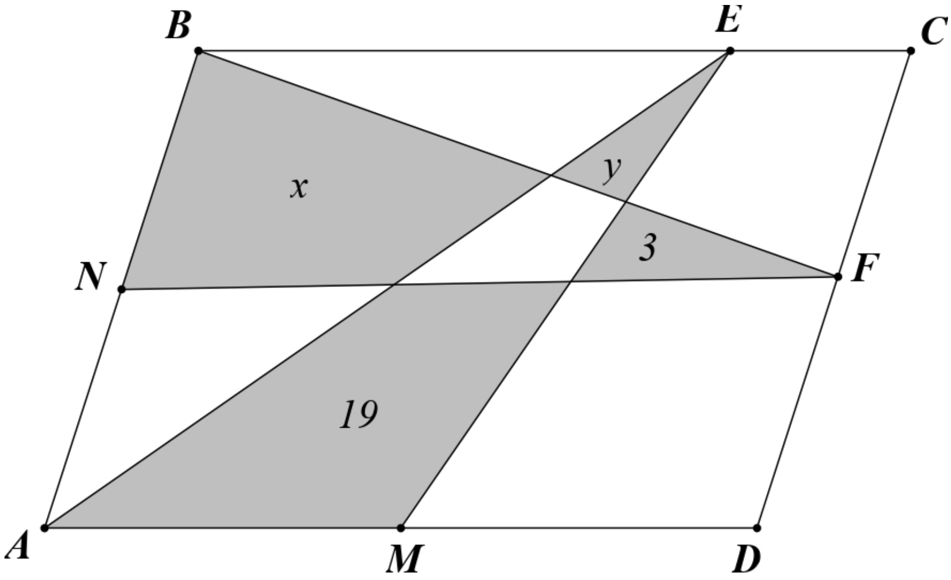
На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E и F, а на
AD и AB – их середины M и N соответственно. Петя соединил некоторые и
закрасил четыре из полученных многоугольников, как показано на рисунке, п
на двух из них написал их площади, а две другие неизвестные обозначил н
через x и y. Найдите наибольшее возможное значение разности площадей x –



999976294707

Задача 3 #12 ID 4708

На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E и F, а на
AD и AB – их середины M и N соответственно. Петя соединил некоторые и
закрасил четыре из полученных многоугольников, как показано на рисунке, п
на двух из них написал их площади, а две другие неизвестные обозначил н
через x и y. Найдите наибольшее возможное значение разности площадей y –



999976294708

Задача 4

Задача 4 #13 ID 4709

Найдите наименьшее положительное значение константы C такое, что при лк
выполняется неравенство $C + a^2 + b^2 \geq ab + a + b$.

999976294709

Задача 4 #14 ID 4710

Найдите наименьшее положительное значение константы C такое, что при лк
выполняется неравенство $C + a^2 + b^2 \geq ab - a - b + 1$.

999976294710

Задача 4 #15 ID 4711

Найдите наименьшее положительное значение константы C такое, что при лк
выполняется неравенство $C + a^2 + b^2 \geq ab + 2a + 2b - 3$.

999976294711

Задача 4 #16 ID 4712

Найдите наименьшее положительное значение константы C такое, что при лк
выполняется неравенство $C + a^2 + b^2 \geq ab - 2a - 2b - 2$.

999976294712

Задача 5

Задача 5 #17 ID 4713

Трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 8$, $BC = 6$, вписана в окружность. Х
окружности, содержащая среднюю линию трапеции, имеет длину $3\sqrt{11}$. Как
имеет хорда PQ, параллельная EF, проходящая через точку S на стороне A
что $AS : BS = 4 : 3$? В ответ напишите квадрат искомой величины.

999976294713

Задача 5 #18 ID 4714

Трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 24$, $BC = 10$, вписана в окружность. Х
окружности, содержащая среднюю линию трапеции, имеет длину $3\sqrt{43}$. Как
имеет хорда PQ, параллельная EF, проходящая через точку S на стороне A
что $AS : BS = 4 : 3$? В ответ напишите квадрат искомой величины.

999976294714

Задача 5 #19 ID 4715

Трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 8$, $BC = 6$, вписана в окружность. Х
окружности, содержащая среднюю линию трапеции, имеет длину $3\sqrt{11}$. Как
имеет хорда PQ, параллельная EF, проходящая через точку S на стороне A
что $AS : BS = 5 : 2$? В ответ напишите квадрат искомой величины.

999976294715

Задача 5 #20 ID 4716

Трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 24$, $BC = 10$, вписана в окружность. Х
окружности, содержащая среднюю линию трапеции, имеет длину $3\sqrt{43}$. Как
имеет хорда PQ, параллельная EF, проходящая через точку S на стороне A
что $AS : BS = 6 : 1$? В ответ напишите квадрат искомой величины.

999976294716

Задача 6

Задача 6 #21 ID 4717

В окружность вписан правильный 24000-угольник $A_1A_2\ldots A_{24000}$. Вася
движение из точки A_1 и обходит окружность в направлении увеличения
вершин несколько раз. В процессе обхода он вычёркивает вершины много
следующим образом: во время первого обхода вычёркиваются все A_k с
номерами, во время второго — все те из оставшихся, номера которых делятся
третий обход вычёркиваются те вершины из оставшихся, номера которых д
четыре и так далее. Найдите номер вершины, которую Вася вычеркнет 16003-

999976294717

Задача 6 #22 ID 4718

В окружность вписан правильный 4800-угольник $A_1A_2\ldots A_{4800}$. Вася
движение из точки A_1 и обходит окружность в направлении увеличения
вершин несколько раз. В процессе обхода он вычёркивает вершины много
следующим образом: во время первого обхода вычёркиваются все A_k с
номерами, во время второго — все те из оставшихся, номера которых делятся
третий обход вычёркиваются те вершины из оставшихся, номера которых д
четыре и так далее. Найдите номер вершины, которую Вася вычеркнет 3206-о

999976294718

Задача 6 #23 ID 4719

В окружность вписан правильный 9600-угольник $A_1A_2\ldots A_{9600}$. Вася
движение из точки A_1 и обходит окружность в направлении увеличения
вершин несколько раз. В процессе обхода он вычёркивает вершины много
следующим образом: во время первого обхода вычёркиваются все A_k с
номерами, во время второго — все те из оставшихся, номера которых делятся
третий обход вычёркиваются те вершины из оставшихся, номера которых д
четыре и так далее. Найдите номер вершины, которую Вася вычеркнет 6405-о

999976294719

Задача 6 #24 ID 4720

В окружность вписан правильный 72000-угольник $A_1A_2\ldots A_{72000}$. Вася
движение из точки A_1 и обходит окружность в направлении увеличения
вершин несколько раз. В процессе обхода он вычёркивает вершины много
следующим образом: во время первого обхода вычёркиваются все A_k с
номерами, во время второго — все те из оставшихся, номера которых делятся
третий обход вычёркиваются те вершины из оставшихся, номера которых д
четыре и так далее. Найдите номер вершины, которую Вася вычеркнет 48004-

999976294720

Задача 7

Задача 7 #25 ID 4721

Треугольник XYZ равнобедренный ($\angle XYZ = \angle XZY = 35^\circ$). Внутри угла XY
треугольника XYZ взята точка P так, что $\angle XPY = 22^\circ$, а $\angle ZPY = 55^\circ$.
$\angle PYX$. Ответ дайте в градусах.

999976294721

Задача 7 #26 ID 4722

Треугольник XYZ равнобедренный ($\angle XYZ = \angle XZY = 41^\circ$). Внутри угла XY
треугольника XYZ взята точка P так, что $\angle XPY = 15^\circ$, а $\angle ZPY = 49^\circ$.
$\angle PYX$. Ответ дайте в градусах.

999976294722

Задача 7 #27 ID 4723

Треугольник XYZ равнобедренный ($\angle XYZ = \angle XZY = 51^\circ$). Внутри угла XY треугольника XYZ взята точка P так, что $\angle XPY = 13^\circ$, а $\angle ZPY = 39^\circ$. $\angle PYX$. Ответ дайте в градусах.

999976294723

Задача 7 #28 ID 4724

Треугольник XYZ равнобедренный ($\angle XYZ = \angle XZY = 62^\circ$). Внутри угла XY треугольника XYZ взята точка P так, что $\angle XPY = 17^\circ$, а $\angle ZPY = 28^\circ$. $\angle PYX$. Ответ дайте в градусах.

999976294724

Задача 8

Задача 8 #29 ID 4725

У фокусника есть два набора по 40 карточек. На карточках каждого набора различные натуральные числа от 1 до 40 (по одному числу на карточке). перемешал карточки в каждом из наборов. После чего карточки первого н положил сверху на карточки второго набора. Затем он посчитал количество расположенных между парами карточек с одинаковыми числами и сложил по 40 чисел. Какую наименьшую сумму он мог получить?

999976294725

Задача 8 #30 ID 4726

У фокусника есть два набора по 50 карточек. На карточках каждого набора
различные натуральные числа от 1 до 50 (по одному числу на карточке).
перемешал карточки в каждом из наборов. После чего карточки первого н
положил сверху на карточки второго набора. Затем он посчитал количество
расположенных между парами карточек с одинаковыми числами и сложил по
50 чисел. Какую наименьшую сумму он мог получить?

999976294726

Задача 8 #31 ID 4727

У фокусника есть два набора по 60 карточек. На карточках каждого набора
различные натуральные числа от 1 до 60 (по одному числу на карточке).
перемешал карточки в каждом из наборов. После чего карточки первого н
положил сверху на карточки второго набора. Затем он посчитал количество
расположенных между парами карточек с одинаковыми числами и сложил по
60 чисел. Какую наименьшую сумму он мог получить?

999976294727

Задача 8 #32 ID 4728

У фокусника есть два набора по 70 карточек. На карточках каждого набора
различные натуральные числа от 1 до 70 (по одному числу на карточке).
перемешал карточки в каждом из наборов. После чего карточки первого н
положил сверху на карточки второго набора. Затем он посчитал количество
расположенных между парами карточек с одинаковыми числами и сложил по
70 чисел. Какую наименьшую сумму он мог получить?

999976294728

Задача 9

Задача 9 #33 ID 4729

Рассматривают все непустые подмножества множества $\{1; 2; \ldots; 150\}$. Для к
них находят среднее арифметическое всех чисел этого подмножества.
среднее арифметическое всех этих средних арифметических.

999976294729

Задача 9 #34 ID 4730

Рассматривают все непустые подмножества множества $\{1; 2; \ldots; 200\}$. Для к
них находят среднее арифметическое всех чисел этого подмножества.
среднее арифметическое всех этих средних арифметических.

999976294730

Задача 9 #35 ID 4731

Рассматривают все непустые подмножества множества $\{1; 2; \ldots; 350\}$. Для к
них находят среднее арифметическое всех чисел этого подмножества.
среднее арифметическое всех этих средних арифметических.

999976294731

Задача 9 #36 ID 4732

Рассматривают все непустые подмножества множества $\{1; 2; \ldots; 500\}$. Для к
них находят среднее арифметическое всех чисел этого подмножества.
среднее арифметическое всех этих средних арифметических.

999976294732

Задача 10

Задача 10 #37 ID 4733

Вова задумал многочлен $Q(x)$ с целыми коэффициентами. Оказал $Q(11) = Q(25) = 450$. Какое наименьшее значение может принимать его с член c, если $|c| < 150$?

Задача 10 #38 ID 4734

Вова задумал многочлен $Q(x)$ с целыми коэффициентами. Оказал $Q(31) = Q(40) = 3300$. Какое наименьшее значение может принимать его с член c, если $|c| < 500$?

Задача 10 #39 ID 4735

Вова задумал многочлен $Q(x)$ с целыми коэффициентами. Оказал $Q(17) = Q(30) = 999$. Какое наименьшее значение может принимать его с член c, если $|c| < 400$?

Задача 10 #40 ID 4736

Вова задумал многочлен $Q(x)$ с целыми коэффициентами. Оказал $Q(20) = Q(29) = 1500$. Какое наименьшее значение может принимать его с член c, если $|c| < 300$?