

Задачи олимпиады: Математика 10 класс (4 попытка)

Раздел

Задача 1. #1 ID 1379

Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон CB и CA в точках M и N соответственно. Прямая, проходящая через точку B параллельно MN , пересекает окружность в двух точках, из которых точка P — ближайшая к точке B . Найдите PM , если известно, что $BP = 17$ и $MN = 153$.

999869671379

Ответ:

51

Задача 1. #2 ID 1380

Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон CB и CA в точках M и N соответственно. Прямая, проходящая через точку B параллельно MN , пересекает окружность в двух точках, из которых точка P — ближайшая к точке B . Найдите PM , если известно, что $BP = 13$ и $MN = 208$.

999869671380

Ответ:

52

Задача 1. #3 ID 1381

Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон CB и CA в точках M и N соответственно. Прямая, проходящая через точку B параллельно MN , пересекает окружность в двух точках, из которых точка P — ближайшая к точке B . Найдите PM , если известно, что $BP = 14$ и $MN = 350$.

999869671381

Ответ:

70

Задача 1. #4 ID 1382

Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон CB и CA в точках M и N соответственно. Прямая, проходящая через точку B параллельно MN , пересекает окружность в двух точках, из которых точка P — ближайшая к точке B . Найдите PM , если известно, что $BP = 27$ и $MN = 147$.

999869671382

Ответ:

63

Задача 2.

Задача 2. #5 ID 1383

Пусть x и y — положительные числа, удовлетворяющие соотношению $x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 33xy = 2662$. Найдите минимально возможное значение суммы $x + y$.

999869671383

Ответ:

11

Задача 2. #6 ID 1384

Пусть x и y — положительные числа, удовлетворяющие соотношению $x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 39xy = 4394$. Найдите минимально возможное значение суммы $x + y$.

999869671384

Ответ:

13

Задача 2. #7 ID 1385

Пусть x и y — положительные числа, удовлетворяющие соотношению $x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 48xy = 8192$. Найдите минимально возможное значение суммы $x + y$.

999869671385

Ответ:

16

Задача 2. #8 ID 1386

Пусть x и y — положительные числа, удовлетворяющие соотношению $x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 51xy = 9826$. Найдите минимально возможное значение суммы $x + y$.

999869671386

Ответ:

17

Задача 3.

Задача 3. #9 ID 1387

Найдите количество различных значений функции $f(x) = [x] + [2x] + [3x] + [4x] + \left[\frac{5x}{3}\right]$ на отрезке $x \in [0; 100]$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

999869671387

Ответ:

734

Задача 3. #10 ID 1388

Найдите количество различных значений функции $f(x) = [x] + [3x] + [4x] + [6x] + \left[\frac{7x}{3}\right]$ на отрезке $x \in [0; 150]$.

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

999869671388

Ответ:

1501

Задача 3. #11 ID 1389

Найдите количество различных значений функции

$$f(x) = [x] + [4x] + [5x] + [10x] + \left[\frac{8x}{5} \right] \text{ на отрезке } x \in [0; 90].$$

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

999869671389

Ответ:

1153

Задача 3. #12 ID 1390

Найдите количество различных значений функции

$$f(x) = [x] + [2x] + [7x] + [8x] + \left[\frac{3x}{5} \right] \text{ на отрезке } x \in [0; 170].$$

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.)

999869671390

Ответ:

2449

Задача 4.

Задача 4. #13 ID 1391

У Ольги есть конфеты 30 сортов. Она хочет выложить конфеты по кругу так, чтобы для любых двух сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ей для этого хватит?

999869671391

Ответ:

450
;
480

Задача 4. #14 ID 1392

У Ольги есть конфеты 24 сортов. Она хочет выложить конфеты по кругу так, чтобы для любых двух сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ей для этого хватит?

999869671392

Ответ:

288
;
312

Задача 4. #15 ID 1393

У Ольги есть конфеты 26 сортов. Она хочет выложить конфеты по кругу так, чтобы для любых двух сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ей для этого хватит?

999869671393

Ответ:

338
;
365

Задача 4. #16 ID 1394

У Ольги есть конфеты 28 сортов. Она хочет выложить конфеты по кругу так, чтобы для любых двух сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ей для этого хватит?

999869671394

Ответ:

392
;
420

Задача 5.

Задача 5. #17 ID 1395

На трёх параллельных прямых l_1, l_2, l_3 взяты точки A_1, A_2, A_3 соответственно, и при этом $A_1A_2 = A_1A_3$. Известно, что расстояние между прямыми l_1 и l_2 равно 5, расстояние между l_1 и l_3 равно 8, а расстояние между l_2 и l_3 равно 13. Найдите минимально возможную площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

999869671395

Ответ:

19,5

Задача 5. #18 ID 1396

На трёх параллельных прямых l_1, l_2, l_3 взяты точки A_1, A_2, A_3 соответственно, и при этом $A_1A_2 = A_1A_3$. Известно, что расстояние между прямыми l_1 и l_2 равно 3, расстояние между l_1 и l_3 равно 10, а расстояние между l_2 и l_3 равно 13. Найдите минимально возможную площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

999869671396

Ответ:

45,5

Задача 5. #19 ID 1397

На трёх параллельных прямых l_1, l_2, l_3 взяты точки A_1, A_2, A_3 соответственно, и при этом $A_1A_2 = A_2A_3$. Известно, что расстояние между прямыми l_1 и l_2 равно 7, расстояние между l_1 и l_3 равно 9, а расстояние между l_2 и l_3 равно 16. Найдите минимально возможную площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

999869671397

Ответ:

103,5

Задача 5. #20 ID 1398

На трёх параллельных прямых l_1, l_2, l_3 взяты точки A_1, A_2, A_3 соответственно, и при этом $A_1A_2 = A_2A_3$. Известно, что расстояние между прямыми l_1 и l_2 равно 1, расстояние между l_1 и l_3 равно 14, а расстояние между l_2 и l_3 равно 15. Найдите минимально возможную площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

999869671398

Ответ:

112

Задача 5. #21 ID 1399

На трёх параллельных прямых l_1, l_2, l_3 взяты точки A_1, A_2, A_3 соответственно, и при этом $A_1A_3 = A_2A_3$. Известно, что расстояние между прямыми l_1 и l_2 равно 5, расстояние между l_1 и l_3 равно 11, а расстояние между l_2 и l_3 равно 16. Найдите минимально возможную площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

999869671399

Ответ:

67,5

Задача 5. #22 ID 1400

На трёх параллельных прямых l_1, l_2, l_3 взяты точки A_1, A_2, A_3 соответственно, и при этом $A_1A_3 = A_2A_3$. Известно, что расстояние между прямыми l_1 и l_2 равно 6, расстояние между l_1 и l_3 равно 12, а расстояние между l_2 и l_3 равно 18. Найдите минимально возможную площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

999869671400

Ответ:

90