

1. Решение По условию $(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)^2 = n^2 (V_2 - V_1)^2$, здесь V_1 – скорость корабля, V_2 – скорость торпеды. Далее $V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \alpha = n^2 (V_1^2 - 2V_1V_2 + V_2^2)$. От-

сюда следует $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 - 2\frac{n^2 - \cos \alpha}{n^2 - 1} \left(\frac{V_2}{V_1}\right) + 1 = 0$, окончательно

$$\frac{V_2}{V_1} = p + \sqrt{p^2 - 1}, \quad p = \frac{n^2 - \cos \alpha}{n^2 - 1}.$$

2. Решение По условию $V_1 T_1 = V_2 T_2$, искомая скорость

$$V = V_1 - 0,5aT_1 = V_2 + 0,5aT_2, \text{ из этих соотношений следует } 0,5aT_1 = \frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} V_2,$$

тогда $V = \frac{V_1^2 + V_2^2}{V_1 + V_2}.$

3. Решение Обратимся к соображениям симметрии. Считаем, что соударение со стенкой происходит через τ после старта. Тогда в высшей точке траектории мяч находится через время $1,5 \cdot \tau$ после старта. За это время вертикальные перемещения мяча за три последовательных равных промежутка времени каждый длительностью $0,5 \cdot \tau$ относятся как 5:3:1. Наибольшая высота полета

мяча $\frac{9}{8}h = \frac{g}{2} \left(\frac{T}{2}\right)^2$, отсюда $T = 3\sqrt{\frac{h}{g}}.$

4. Решение

В первом случае $a_1 = \frac{F}{m}$. Во втором случае $m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{TP}$. Переходя к проекциям сил и ускорения на вертикаль и горизонтальное направление

$$N_2 = mg - F \sin \alpha, \quad ma_2 = F \cos \alpha - F_{TP} = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha),$$

здесь учтено, что при скольжении $F_{TP} = \mu N_2$. Далее

$$a_2 = a_1 (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) - \mu g = a_1 \sqrt{1 + \mu^2} \sin(\alpha + \varphi_0) - \mu g, \quad \operatorname{ctg} \varphi_0 = \mu.$$

Тогда $a_{2\text{MAX}} = a_1 \sqrt{1 + \mu^2} - \mu g, \quad S_{\text{MAX}} = \frac{a_{\text{MAX}}}{2} T^2 = \frac{1}{2} (a_1 \sqrt{1 + \mu^2} - \mu g) T^2.$

5. Решение По закону сложения скоростей находим модуль начальной скорости шайбы относительно ленты $U = \sqrt{(nV)^2 + V^2} = \sqrt{n^2 + 1} \cdot V$. Ускорение шайбы

$a = \mu g$, $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{U}$. Время движения шайбы по ленте $T = \frac{U}{a} = \sqrt{n^2 + 1} \frac{V}{\mu g}$. При равнопеременном движении $\vec{r}(t) = 0,5 \cdot (\vec{V}(0) + \vec{V}(t)) \cdot t$. В момент остановки шайбы на ленте $|\vec{V}(0) + \vec{V}(T)| = U$. Тогда $|\vec{r}(T)| = 0,5 |\vec{V}(0) + \vec{V}(T)| T = \frac{U^2}{2\mu g} = (n^2 + 1) \frac{V^2}{2\mu g}$.

6. Решение

По условию $\mu_1 < \tan \alpha$, $\mu_2 > \tan \alpha$: санки на верхнем участке склона движутся равноускоренно, на нижнем – равнозамедленно. При движении по склону от старта до финиша приращение потенциальной энергии, отсчитанной от нуля у основания склона, равно $\Pi_2 - \Pi_1 = -mgH$, приращение кинетической энергии $K_2 - K_1 = 0$. Сумма работ сил трения скольжения

$$A_{12} = -\mu_1 mg \cos \alpha \cdot \frac{H-h}{\sin \alpha} - \mu_2 mg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} = -\frac{mg}{\tan \alpha} (\mu_1 H + (\mu_2 - \mu_1) h),$$

здесь h – высота, на которой находится граница участков. По теореме об изменении полной механической энергии $-mgH = -\frac{mg}{\tan \alpha} (\mu_1 H + (\mu_2 - \mu_1) h)$.

Отсюда $h = \frac{\tan \alpha - \mu_1}{\mu_2 - \mu_1} H$. Длина участка разгона $S_1 = \frac{H-h}{\sin \alpha} = \frac{\mu_2 - \tan \alpha}{\sin \alpha (\mu_2 - \mu_1)} H$,

ускорение на участке разгона $a = g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha)$. Искомая скорость

$$V_{MAX} = \sqrt{2aS_1} = \sqrt{2g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) \cdot \frac{\mu_2 - \tan \alpha}{\sin \alpha (\mu_2 - \mu_1)} H}.$$

7. Решение Обозначения: m – масса налетающей шайбы, M – масса покоящейся шайбы. По законам сохранения: импульса $mv = mv_{1x} + Mv_2$ и энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{1x}^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}, \text{ отсюда } v_2 = \frac{2m}{m+M} v, \text{ далее } p = \frac{P\%}{100\%} = \frac{M}{m} \left(\frac{v_2}{v} \right)^2 = \frac{4mM}{(m+M)^2}$$

. Это равенство перепишем в виде $x + \frac{1}{x} + 2 = \frac{4}{p}$, здесь $x = \frac{m}{M}$. Окончательно

$$m = M \left(\frac{2}{p} - 1 + \sqrt{\left(\frac{2}{p} - 1 \right)^2 - 1} \right).$$

8. Решение

В исходном состоянии в каждом баллоне $PV = \nu RT$, в конечном состоянии $\tilde{P}V = \nu_1 RnT$, $\tilde{P}V = \nu_2 RT$, отсюда $\nu_2 = n\nu_1$, далее $\nu_1 + \nu_2 = 2\nu$. Число молей в первом сосуде $\nu_1 = \frac{2}{n+1} \nu$. Искомая величина $\delta = \frac{\nu - \nu_1}{\nu} \cdot 100\% = \frac{n-1}{n+1} \cdot 100\%$.

9. Решение

При любом одинаковом объеме отношение давлений на изотермах $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \left(1 + \frac{\alpha\%}{100\%}\right)^2$, следовательно отношение работ (и количеств теплоты!)

на изотермах равно отношению температур, тогда $A = \left(1 + \frac{\alpha\%}{100\%}\right)^2 Q$.

10. Решение По условию векторы начальных скоро-

стей образуют с горизонтом углы: $\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ – на

настильной траектории и $\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ – на навесной

траектории (см. рис.). В системе отсчета, связанной

с первым осколком (летящим по настильной траек-

тории), расстояние между осколками растет со скоростью $\Delta v = 2v_0 \sin \alpha$. Про-

должительность полета первого осколка $T = 2 \frac{v_0}{g} \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$. В момент паде-

$$d = \Delta v \cdot T = 2 \frac{v_0^2}{g} 2 \sin \alpha \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 2 \frac{v_0^2}{g} \left(\cos \left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \cos \left(\frac{\pi}{4}\right) \right).$$

Наибольшее расстояние наблюдается при $\cos \left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 1$, $\alpha = \frac{\pi}{8}$ и равно

$$d_{MAX} = (2 - \sqrt{2}) \frac{v_0^2}{g}. \text{ Отсюда } v_0 = \sqrt{\frac{g d_{MAX}}{2 - \sqrt{2}}} = \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) g d_{MAX}}.$$

