

Отборочный этап 2023/24

Задачи олимпиады: Математика 9 класс (2 попытка)

Задача 01

Задача 1 #1 ID 2641

На урок физкультуры пришли 8 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292641

Ответ:

6720

Задача 1 #2 ID 2642

На урок физкультуры пришли 9 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292642

Ответ:

60480

Задача 1 #3 ID 2643

На урок физкультуры пришли 10 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292643

Ответ:

604800

Задача 1 #4 ID 2644

На урок физкультуры пришли 11 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292644

Ответ:
6652800

Задача 1 #5 ID 2645

На урок физкультуры пришли 12 учеников. Сколькими способами учитель может расставить их в шеренгу так, чтобы Петя стоял левее Васи, а Вася - левее Толи? Между этими троими ребятами могут стоять и другие ученики.

999976292645

Ответ:
79833600

Задача 02

Задача 2 #6 ID 2646

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 12 357.

999976292646

Ответ:
12370

Задача 2 #7 ID 2647

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 13 473.

999976292647

Ответ:
13490

Задача 2 #8 ID 2648

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 12 672.

999976292648

Ответ:

12690

Задача 2 #9 ID 2649

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 25 560.

999976292649

Ответ:

25580

Задача 2 #10 ID 2651

Найдите наименьшее натуральное число такое, что если из него вычесть сумму его цифр, то получится число 23 373.

999976292651

Ответ:

23390

Задача 03

Задача 3 #11 ID 2652

Множество M состоит из всех таких чисел t , для каждого из которых числа $t + \frac{1}{t}$ и $t^2 - 4t$ - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества M .

999976292652

Ответ:

16

Задача 3 #12 ID 2653

Множество M состоит из всех таких чисел t , для каждого из которых числа $t + \frac{1}{t}$ и $t^2 - 7t$ - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества M .

999976292653

Ответ:

49

Задача 3 #13 ID 2654

Множество M состоит из всех таких чисел t , для каждого из которых числа $t + \frac{1}{t}$ и $t^2 - 8t$ - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества M .

999976292654

Ответ:

64

Задача 3 #14 ID 2655

Множество M состоит из всех таких чисел t , для каждого из которых числа $t + \frac{1}{t}$ и $t^2 - 9t$ - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества M .

999976292655

Ответ:

81

Задача 3 #15 ID 2656

Множество M состоит из всех таких чисел t , для каждого из которых числа $t + \frac{1}{t}$ и $t^2 - 10t$ - целые. Найдите сумму квадратов элементов множества M .

999976292656

Ответ:

100

Задача 04

Задача 4 #16 ID 2657

На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка D такая, что площадь треугольника BCD равна 4, а площадь треугольника ACD равна 1. В треугольнике ACD проведена высота DH . Найдите площадь четырёхугольника $BCHD$.

999976292657

Ответ:

4,8

Задача 4 #17 ID 2658

На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка D такая, что площадь треугольника BCD равна 3, а площадь треугольника ACD равна 1. В треугольнике ACD проведена высота DH . Найдите площадь четырёхугольника $BCHD$.

999976292658

Ответ:

3,75

Задача 4 #18 ID 2659

На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка D такая, что площадь треугольника BCD равна 3, а площадь треугольника ACD равна 2. В треугольнике ACD проведена высота DH . Найдите площадь четырёхугольника $BCHD$.

999976292659

Ответ:

4,2

Задача 4 #19 ID 2660

На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка D такая, что площадь треугольника BCD равна 1, а площадь треугольника ACD равна 4. В треугольнике ACD проведена высота DH . Найдите площадь четырёхугольника $BCHD$.

999976292660

Ответ:

1,8

Задача 4 #20 ID 2661

На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка D такая, что площадь треугольника BCD равна 2, а площадь треугольника ACD равна 3. В треугольнике ACD проведена высота DH . Найдите площадь четырёхугольника $BCHD$.

999976292661

Ответ:
3,2

Задача 05

Задача 5 #21 ID 2662

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с действительными корнями, у которых коэффициенты a, b - натуральные числа такие, что $ab = 2^{465}$?

999976292662

Ответ:
310

Задача 5 #22 ID 2663

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с действительными корнями, у которых коэффициенты a, b - натуральные числа такие, что $ab = 2^{609}$?

999976292663

Ответ:
406

Задача 5 #23 ID 2664

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с действительными корнями, у которых коэффициенты a, b - натуральные числа такие, что $ab = 2^{543}$?

999976292664

Ответ:
362

Задача 5 #24 ID 2665

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с действительными корнями, у которых коэффициенты a, b - натуральные числа такие, что $ab = 2^{702}$?

999976292665

Ответ:

468

Задача 5 #25 ID 2666

Сколько существует квадратных трехчленов вида $x^2 + ax + b$ с действительными корнями, у которых коэффициенты a, b - натуральные числа такие, что $ab = 2^{567}$?

999976292666

Ответ:

378

Задача 06

Задача 6 #26 ID 2667

Точки E, F, G, H - середины сторон AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно, а точки J, K - середины его диагоналей BD и AC соответственно. Прямая, проходящая через точку J параллельно AC , и прямая, проходящая через точку K параллельно BD , пересекаются в точке N . Найдите площадь четырёхугольника $AHNE$, если известно, что $3S(DGJH) + 5S(EJFB) = 11$ (через $S(\Phi)$ обозначена площадь фигуры Φ).

999976292667

Ответ:

1,375

Задача 6 #27 ID 2668

Точки E, F, G, H - середины сторон AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно, а точки J, K - середины его диагоналей BD и AC соответственно. Прямая, проходящая через точку J параллельно AC , и прямая, проходящая через точку K параллельно BD , пересекаются в точке N . Найдите площадь четырёхугольника $AHNE$, если известно, что $4S(DGJH) - S(EJFB) = 33$ (через $S(\Phi)$ обозначена площадь фигуры Φ).

999976292668

Ответ:

11

Задача 6 #28 ID 2669

Точки E, F, G, H - середины сторон AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно, а точки J, K - середины его диагоналей BD и AC соответственно. Прямая, проходящая через точку J параллельно AC , и прямая, проходящая через точку K параллельно BD , пересекаются в точке N . Найдите площадь четырёхугольника $AHNE$, если известно, что $9S(DGJH) + 13S(EJFB) = 55$ (через $S(\Phi)$ обозначена площадь фигуры Φ).

999976292669

Ответ:

2,5

Задача 6 #29 ID 2670

Точки E, F, G, H - середины сторон AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно, а точки J, K - середины его диагоналей BD и AC соответственно. Прямая, проходящая через точку J параллельно AC , и прямая, проходящая через точку K параллельно BD , пересекаются в точке N . Найдите площадь четырёхугольника $AHNE$, если известно, что $13S(DGJH) - 7S(EJFB) = 21$ (через $S(\Phi)$ обозначена площадь фигуры Φ).

999976292670

Ответ:

3,5

Задача 6 #30 ID 2671

Точки E, F, G, H - середины сторон AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно, а точки J, K - середины его диагоналей BD и AC соответственно. Прямая, проходящая через точку J параллельно AC , и прямая, проходящая через точку K параллельно BD , пересекаются в точке N . Найдите площадь четырёхугольника $AHNE$, если известно, что $S(DGJH) + 23S(EJFB) = 42$ (через $S(\Phi)$ обозначена площадь фигуры Φ).

999976292671

Ответ:

1,75

Задача 07

Задача 7 #31 ID 2672

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 9, 7, 3, 1, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292672

Ответ:
54166

Задача 7 #32 ID 2673

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 7, 5, 4, 3, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292673

Ответ:
51458

Задача 7 #33 ID 2674

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 8, 6, 5, 3, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292674

Ответ:
59583

Задача 7 #34 ID 2675

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 6, 5, 4, 2, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292675

Ответ:
46041

Задача 7 #35 ID 2676

У Васи есть пять карточек, на которых написаны цифры 8, 7, 2, 1, 0 (на каждой карточке написана ровно одна цифра). Он составил из них всевозможные пятизначные числа, а потом нашел среднее арифметическое этих чисел. Какой результат он получил? Ответ округлите до целого числа.

999976292676

Ответ:
48750

Задача 08

Задача 8 #36 ID 2677

В каждую клетку доски 21×13 клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292677

Ответ:
136

Задача 8 #37 ID 2678

В каждую клетку доски 27×25 клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292678

Ответ:
337

Задача 8 #38 ID 2679

В каждую клетку доски 33×17 клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292679

Ответ:
280

Задача 8 #39 ID 2680

В каждую клетку доски 29×19 клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292680

Ответ:
275

Задача 8 #40 ID 2681

В каждую клетку доски 23×35 клеток поставили либо чёрную, либо белую шашку. Оказалось, что в любых двух соседних по стороне клетках стоит хотя бы одна чёрная шашка. Какое наименьшее количество чёрных шашек может стоять на доске?

999976292681

Ответ:
402

Задача 09

Задача 9 #41 ID 2682

Пусть для некоторых чисел x , y , z выполняется равенство $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 1,5$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$.

999976292682

Ответ:
2,25

Задача 9 #42 ID 2683

Пусть для некоторых чисел x , y , z выполняется равенство $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 2,5$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$.

999976292683

Ответ:
6,25

Задача 9 #43 ID 2684

Пусть для некоторых чисел x, y, z выполняется равенство $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 3,5$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$.

99976292684

Ответ:

12,25

Задача 9 #44 ID 2685

Пусть для некоторых чисел x, y, z выполняется равенство $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 4,5$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$.

99976292685

Ответ:

20,25

Задача 9 #45 ID 2686

Пусть для некоторых чисел x, y, z выполняется равенство $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} = 5,5$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}$.

99976292686

Ответ:

30,25

Задача 10

Задача 10 #46 ID 2687

За круглый стол сели 50 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292687

Ответ:

25

Задача 10 #47 ID 2688

За круглый стол сели 66 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292688

Ответ:

33

Задача 10 #48 ID 2689

За круглый стол сели 38 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292689

Ответ:

19

Задача 10 #49 ID 2690

За круглый стол сели 60 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

99976292690

Ответ:

30

Задача 10 #50 ID 2691

За круглый стол сели 78 мудрецов. Каждый из них взял карточку и записал на ней целое ненулевое число. Оказалось, что у каждого мудреца число на карточке больше произведения чисел на карточках двух ближайших мудрецов, сидящих справа от него. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть выписано на карточках мудрецов?

999976292691

Ответ:

39