Отборочный этап 2025/26

Задачи олимпиады: Математика 9 класс (2 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 4940

> Фишка покрашена в два цвета. Одна сторона — в красный, другая — в синий. На стол положили красной стороной вверх 100 фишек. Вася перевернул 55 фишек, затем Коля перевернул 68 фишек, наконец, Петя перевернул 77 фишек. Оказалось, что теперь все фишки лежат синей стороной вверх. Сколько фишек переворачивали все трое ребят?
>
> 999976294940

Задача 1 #2 ID 4941

> Фишка покрашена в два цвета. Одна сторона — в красный, другая — в синий. На стол положили красной стороной вверх 120 фишек. Вася перевернул 37 фишек, затем Коля перевернул 98 фишек, наконец, Петя перевернул 25 фишек. Оказалось, что теперь все фишки лежат синей стороной вверх. Сколько фишек переворачивали все трое ребят?
>
> 999976294941

Задача 1 #3 ID 4942

> Фишка покрашена в два цвета. Одна сторона — в красный, другая — в синий. На стол положили красной стороной вверх 140 фишек. Вася перевернул 80 фишек, затем Коля перевернул 37 фишек, наконец, Петя перевернул 55 фишек. Оказалось, что теперь все фишки лежат синей стороной вверх. Сколько фишек переворачивали все трое ребят?
>
> 999976294942

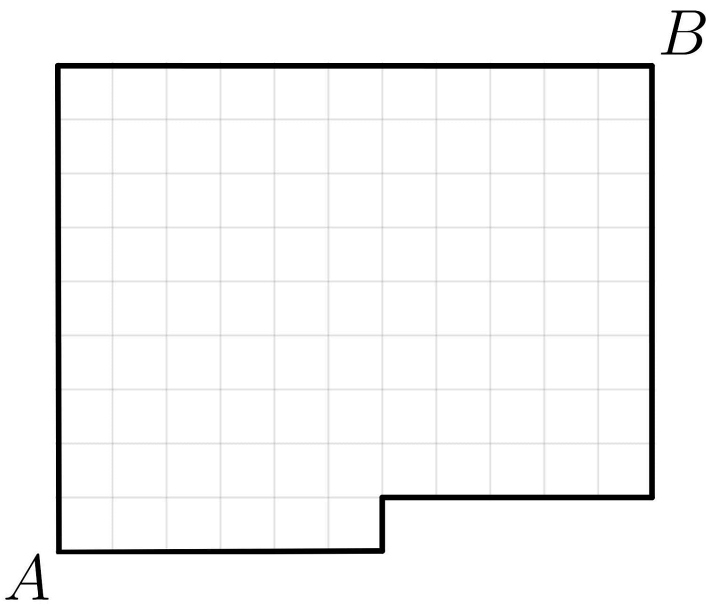
Задача 1 #4 ID 4943

> Фишка покрашена в два цвета. Одна сторона — в красный, другая — в синий. На стол положили красной стороной вверх 160 фишек. Вася перевернул 126 фишек, затем Коля перевернул 77 фишек, наконец, Петя перевернул 45 фишек. Оказалось, что теперь все фишки лежат синей стороной вверх. Сколько фишек переворачивали все трое ребят?
>
> 999976294943

Задача 2

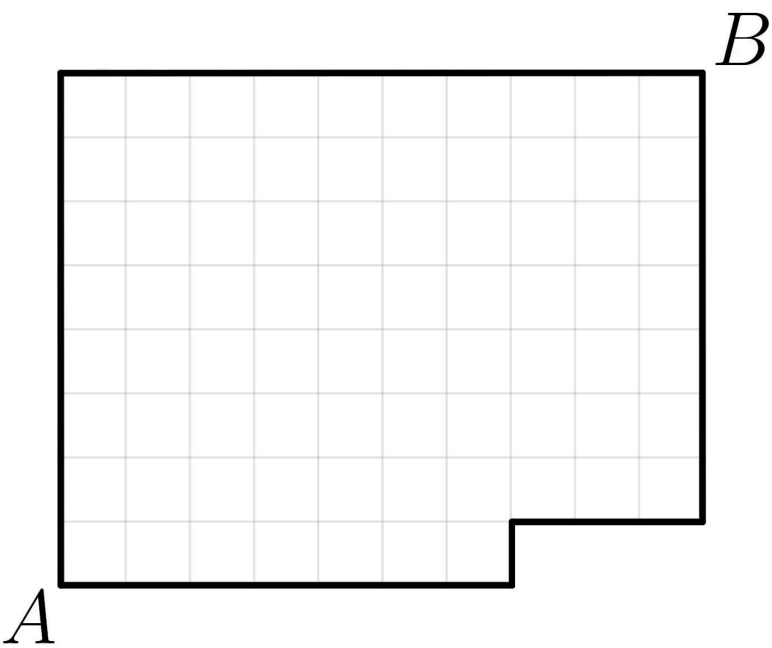
Задача 2 #5 ID 4944

Сколькими способами можно добраться от точки A до точки B по линиям сетки, расположенным внутри или на границе представленной на рисунке фигуры, если разрешено двигаться только вправо или вверх?



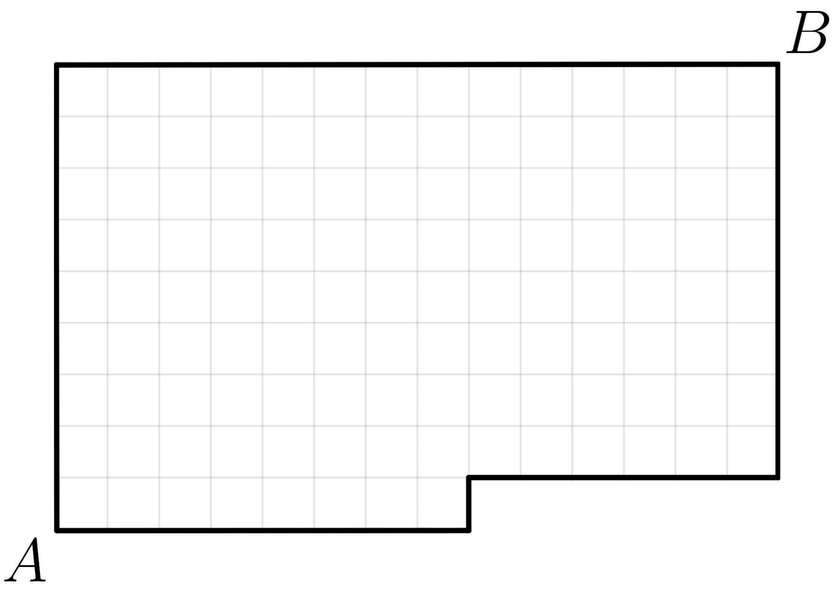
Задача 2 #6 ID 4945

Сколькими способами можно добраться от точки A до точки B по линиям сетки, расположенным внутри или на границе представленной на рисунке фигуры, если разрешено двигаться только вправо или вверх?



Задача 2 #7 ID 4946

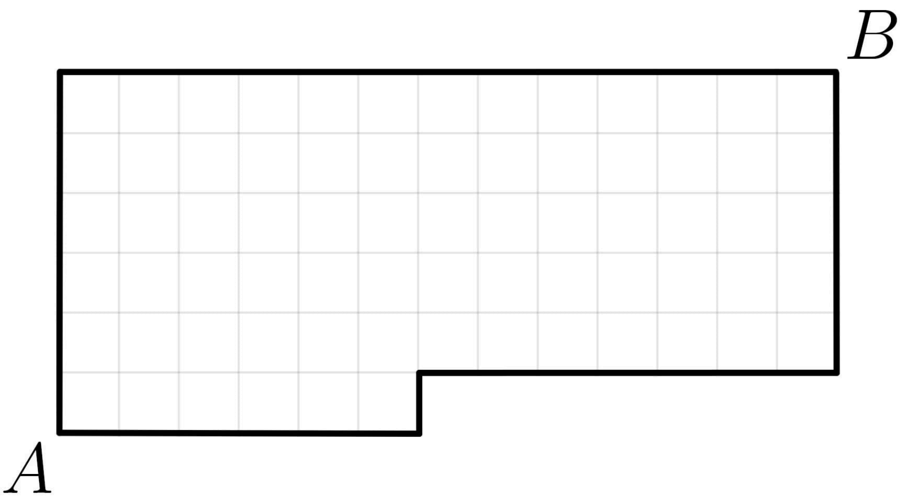
Сколькими способами можно добраться от точки A до точки B по линиям сетки, расположенным внутри или на границе представленной на рисунке фигуры, если разрешено двигаться только вправо или вверх?



999976294946

Задача 2 #8 ID 4947

Сколькими способами можно добраться от точки A до точки B по линиям сетки, расположенным внутри или на границе представленной на рисунке фигуры, если разрешено двигаться только вправо или вверх?



999976294947

Задача 3

Задача 3 #9 ID 4948

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b, что a — трехзначное, b — четырехзначное, в своей записи они не содержат нулевых цифр, а их произведение делится на 15.

999976294948

Задача 3 #10 ID 4949

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b, что a — трехзначное, b — шестизначное, в своей записи они не содержат нулевых цифр, а их произведение делится на 15.

999976294949

Задача 3 #11 ID 4950

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b, что a — четырехзначное, b — пятизначное, в своей записи они не содержат нулевых цифр, а их произведение делится на 15.

999976294950

Задача 3 #12 ID 4951

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b, что a — трехзначное, b — пятизначное, в своей записи они не содержат нулевых цифр, а их произведение делится на 15.

999976294951

Задача 4

Задача 4 #13 ID 4952

Вася записал в тетрадь 40 ненулевых чисел (среди которых могут быть равные), а затем дописал к ним ещё 40 чисел, вычтя из квадрата каждого исходного числа сумму остальных исходных чисел. Какое наибольшее число отрицательных чисел среди всех 80 выписанных чисел могло получиться у Васи?

999976294952

Задача 4 #14 ID 4953

Вася записал в тетрадь 60 ненулевых чисел (среди которых могут быть равные), а затем дописал к ним ещё 60 чисел, вычтя из квадрата каждого исходного числа сумму остальных исходных чисел. Какое наибольшее число отрицательных чисел среди всех 120 выписанных чисел могло получиться у Васи?

Задача 4 #15 ID 4954

Вася записал в тетрадь 80 ненулевых чисел (среди которых могут быть равные), а затем дописал к ним ещё 80 чисел, вычтя из квадрата каждого исходного числа сумму остальных исходных чисел. Какое наибольшее число отрицательных чисел среди всех 160 выписанных чисел могло получиться у Васи?

Задача 4 #16 ID 4955

Вася записал в тетрадь 100 ненулевых чисел (среди которых могут быть равные), а затем дописал к ним ещё 100 чисел, вычтя из квадрата каждого исходного числа сумму остальных исходных чисел. Какое наибольшее число отрицательных чисел среди всех 200 выписанных чисел могло получиться у Васи?

Задача 5

Задача 5 #17 ID 4956

В параллелограмме $ABCD$ выполняется соотношение $BC = 3AB$. Биссектрисы углов BAD и ABC пересекают прямую CD в точках P и Q соответственно. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $PQ = 5$.

Задача 5 #18 ID 4957

В параллелограмме $ABCD$ выполняется соотношение $BC = 4AB$. Биссектрисы углов BAD и ABC пересекают прямую CD в точках P и Q соответственно. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $PQ = 7$.

Задача 5 #19 ID 4958

В параллелограмме $ABCD$ выполняется соотношение $BC = 5AB$. Биссектрисы углов BAD и ABC пересекают прямую CD в точках P и Q соответственно. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $PQ = 3$.

999976294958

Задача 5 #20 ID 4959

В параллелограмме $ABCD$ выполняется соотношение $BC = 6AB$. Биссектрисы углов BAD и ABC пересекают прямую CD в точках P и Q соответственно. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $PQ = 11$.

999976294959

Задача 6

Задача 6 #21 ID 4960

Найдите количество способов расставить 150 монет попарно различных номиналов в ряд так, чтобы нашлось не более двух пар монет (не обязательно соседних), для которых монета, стоящая правее, имеет больший номинал.

999976294960

Задача 6 #22 ID 4961

Найдите количество способов расставить 160 монет попарно различных номиналов в ряд так, чтобы нашлось не более двух пар монет (не обязательно соседних), для которых монета, стоящая правее, имеет больший номинал.

999976294961

Задача 6 #23 ID 4962

Найдите количество способов расставить 170 монет попарно различных номиналов в ряд так, чтобы нашлось не более двух пар монет (не обязательно соседних), для которых монета, стоящая правее, имеет больший номинал.

999976294962

Задача 6 #24 ID 4963

Найдите количество способов расставить 180 монет попарно различных номиналов в ряд так, чтобы нашлось не более двух пар монет (не обязательно соседних), для которых монета, стоящая правее, имеет больший номинал.

999976294963

Задача 7

Задача 7 #25 ID 4964

Для некоторых различных чисел x и y выполняются равенства $x^2 - y^2 = 15(x-y)$ и $x^3 - y^3 = 225(x-y)$. При каком наибольшем k может выполняться равенство $x^7 - y^7 = k(x^4 - y^4)$?

999976294964

Задача 7 #26 ID 4965

Для некоторых различных чисел x и y выполняются равенства $x^2 - y^2 = 16(x-y)$ и $x^3 - y^3 = 256(x-y)$. При каком наибольшем k может выполняться равенство $x^7 - y^7 = k(x^4 - y^4)$?

999976294965

Задача 7 #27 ID 4966

Для некоторых различных чисел x и y выполняются равенства $x^2 - y^2 = 17(x-y)$ и $x^3 - y^3 = 289(x-y)$. При каком наибольшем k может выполняться равенство $x^7 - y^7 = k(x^4 - y^4)$?

999976294966

Задача 7 #28 ID 4967

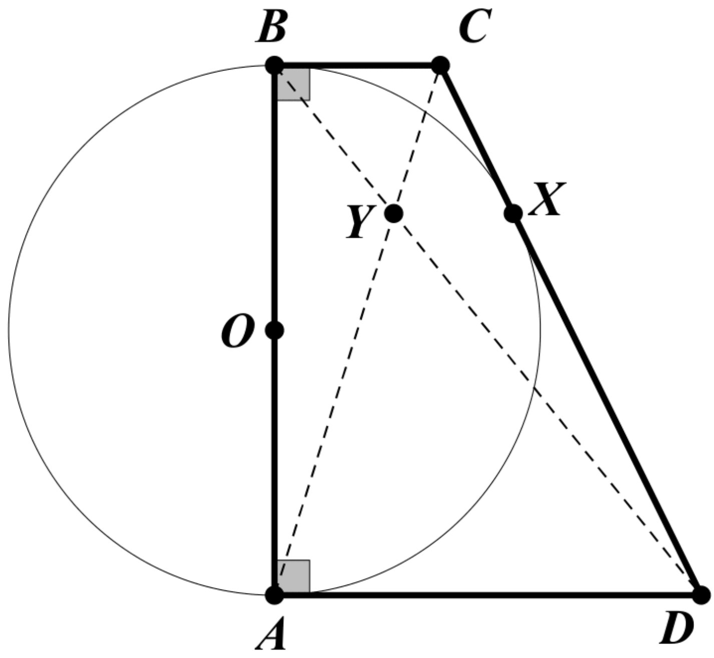
Для некоторых различных чисел x и y выполняются равенства $x^2 - y^2 = 18(x-y)$ и $x^3 - y^3 = 324(x-y)$. При каком наибольшем k может выполняться равенство $x^7 - y^7 = k(x^4 - y^4)$?

999976294967

Задача 8

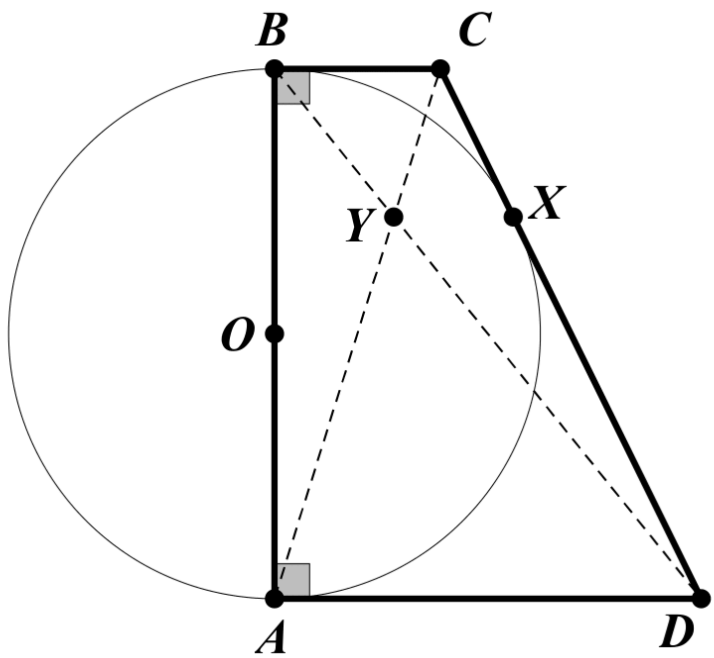
Задача 8 #29 ID 4968

На приведённом чертеже $ABCD$ – прямоугольная трапеция, основания BC и AD которой равны 6 и 10 соответственно, а O – центр окружности, касающейся стороны CD. Найдите расстояние между точками X и Y.



Задача 8 #30 ID 4969

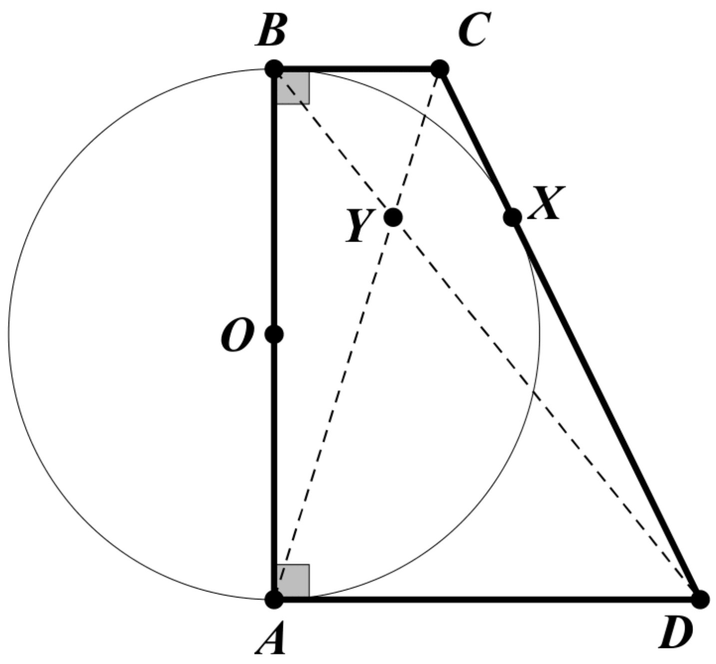
На приведённом чертеже $ABCD$ – прямоугольная трапеция, основания BC и AD которой равны 6 и 14 соответственно, а O – центр окружности, касающейся стороны CD. Найдите расстояние между точками X и Y.



999976294969

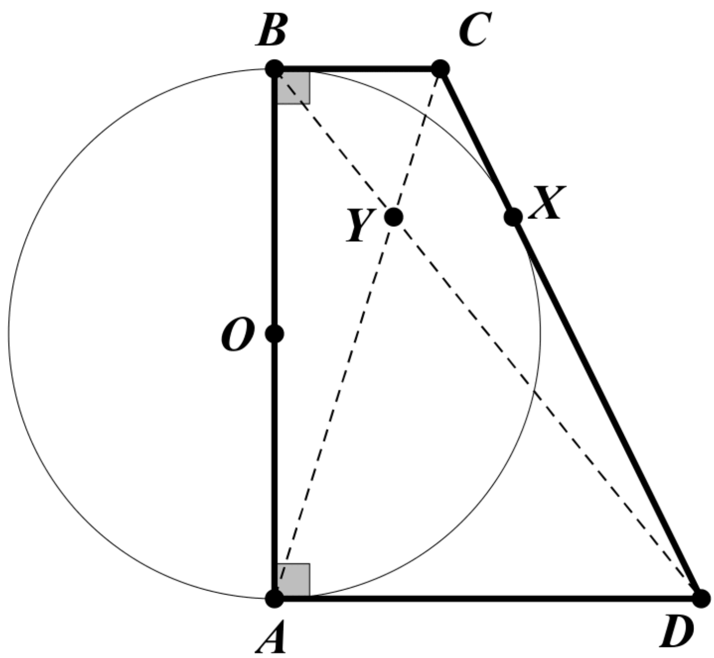
Задача 8 #31 ID 4970

На приведённом чертеже $ABCD$ – прямоугольная трапеция, основания BC и AD которой равны 4 и 6 соответственно, а O – центр окружности, касающейся стороны CD. Найдите расстояние между точками X и Y.



Задача 8 #32 ID 4971

На приведённом чертеже $ABCD$ – прямоугольная трапеция, основания BC и AD которой равны 2 и 6 соответственно, а O – центр окружности, касающейся стороны CD. Найдите расстояние между точками X и Y.



999976294971

Задача 9

Задача 9 #33 ID 4972

Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и y удовлетворяют равенствам:
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - 517 - 256y + 96y^2 = 0$ и
$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} + \frac{1}{x_5} + 763 - 16y^3 + y^4 = 0$. Какое наибольшее значение может принимать y?

999976294972

Задача 9 #34 ID 4973

Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 и y удовлетворяют равенствам: $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+318-108y=0$ и $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}-249+54y^2-12y^3+y^4=0$. Какое наибольшее значение может принимать y?

999976294973

Задача 9 #35 ID 4974

Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и y удовлетворяют равенствам: $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+1019-256y=0$ и $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}-773+96y^2-16y^3+y^4=0$. Какое наибольшее значение может принимать y?

999976294974

Задача 9 #36 ID 4975

Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 и y удовлетворяют равенствам: $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6-492+54y^2=0$ и $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}+561-108y-12y^3+y^4=0$. Какое наибольшее значение может принимать y?

999976294975

Задача 10

Задача 10 #37 ID 4976

Двести школьников собирают наклейки, среди которых есть наклейки редких видов. Оказалось, что у каждого школьника есть наклейки ровно двух редких видов, и для каждого редкого вида наклеек найдется школьник, у которого есть наклейка такого вида. Также известно, что каких бы 10 школьников ни взять, найдется редкий вид наклеек такой, что его нет ни у кого из этих 10 школьников. При каком наименьшем количестве редких видов наклеек такая ситуация возможна?

999976294976

Задача 10 #38 ID 4977

Триста школьников собирают наклейки, среди которых есть наклейки редких видов. Оказалось, что у каждого школьника есть наклейки ровно двух редких видов, и для каждого редкого вида наклеек найдется школьник, у которого есть наклейка такого вида. Также известно, что каких бы 11 школьников ни взять, найдется редкий вид наклеек такой, что его нет ни у кого из этих 11 школьников. При каком наименьшем количестве редких видов наклеек такая ситуация возможна?

999976294977

Задача 10 #39 ID 4978

Четыреста школьников собирают наклейки, среди которых есть наклейки редких видов. Оказалось, что у каждого школьника есть наклейки ровно двух редких видов, и для каждого редкого вида наклеек найдется школьник, у которого есть наклейка такого вида. Также известно, что каких бы 12 школьников ни взять, найдется редкий вид наклеек такой, что его нет ни у кого из этих 12 школьников. При каком наименьшем количестве редких видов наклеек такая ситуация возможна?

999976294978

Задача 10 #40 ID 4979

Пятьсот школьников собирают наклейки, среди которых есть наклейки редких видов. Оказалось, что у каждого школьника есть наклейки ровно двух редких видов, и для каждого редкого вида наклеек найдется школьник, у которого есть наклейка такого вида. Также известно, что каких бы 13 школьников ни взять, найдется редкий вид наклеек такой, что его нет ни у кого из этих 13 школьников. При каком наименьшем количестве редких видов наклеек такая ситуация возможна?

999976294979