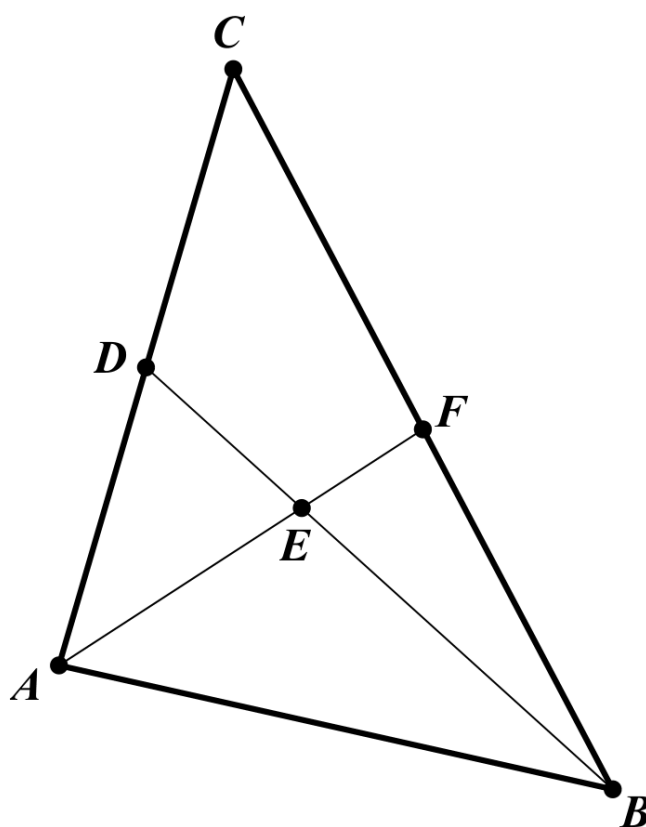


Задачи олимпиады: Математика 10 класс (2 попытка)

Задача 1

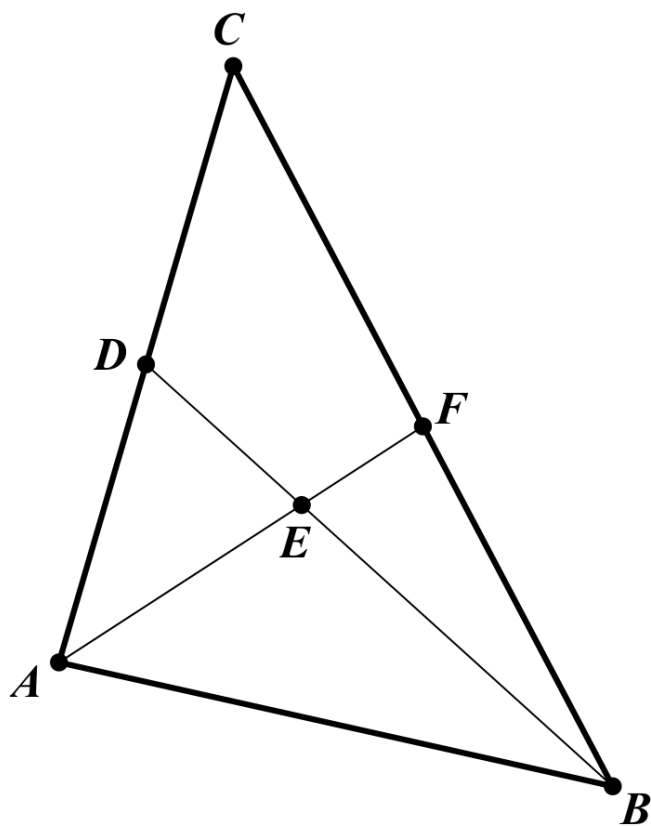
Задача 1 #1 ID 4980

В треугольнике на приведённом чертеже площади $\triangle ADE$ и $\triangle BFE$ равны 4, а площадь $\triangle FDE$ равна 2. Найдите площадь $\triangle CDF$.



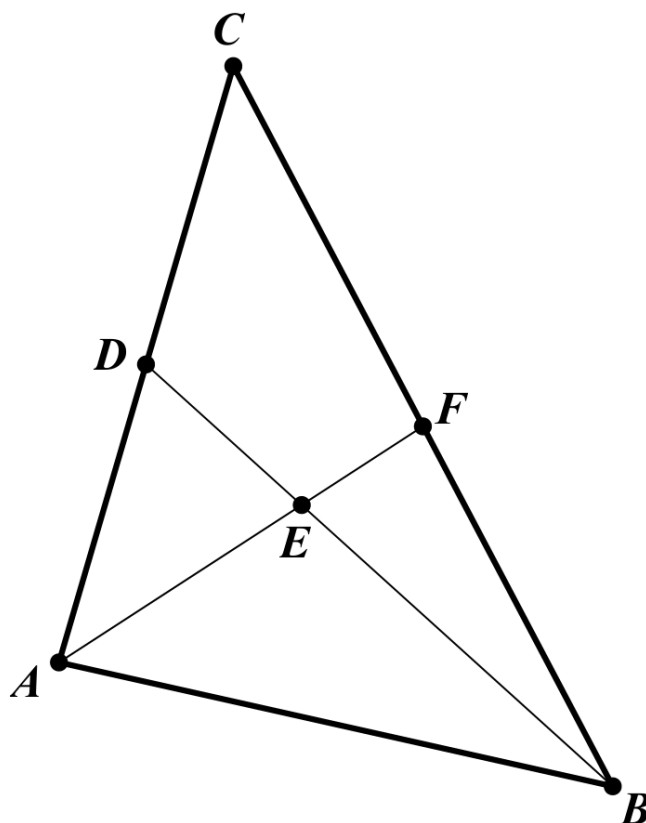
Задача 1 #2 ID 4981

В треугольнике на приведённом чертеже площади $\triangle ADE$ и $\triangle BFE$ равны 2, а площадь $\triangle FDE$ равна 1. Найдите площадь $\triangle CDF$.



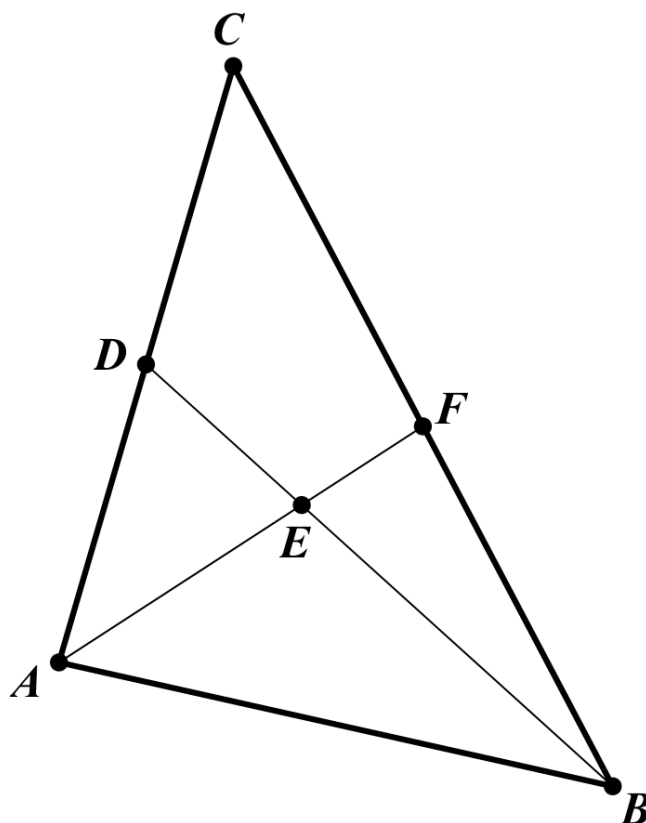
Задача 1 #3 ID 4982

В треугольнике на приведённом чертеже площади $\triangle ADE$ и $\triangle BFE$ равны 6, а площадь $\triangle FDE$ равна 3. Найдите площадь $\triangle CDF$.



Задача 1 #4 ID 4983

В треугольнике на приведённом чертеже площади $\triangle ADE$ и $\triangle BFE$ равны 8, а площадь $\triangle FDE$ равна 4. Найдите площадь $\triangle CDF$.



999976294983

Задача 2

Задача 2 #5 ID 4984

Петя распределяет сумму 63000 рублей по трём инвестиционным проектам: в первом и втором указана доходность 3% и 5% годовых, а в третьем 6% годовых соответственно. Известно, что только один из проектов принесёт указанную доходность, а два других лишь вернут изначально вложенную сумму.

Известно также, что Петя распределил деньги таким образом, чтобы его гарантированный доход (тот, что он получит в наихудшем случае) был как можно большим. Какую сумму он при этом вложил в первый проект?

999976294984

Задача 2 #6 ID 4985

Петя распределяет сумму 57000 рублей по трём инвестиционным проектам: в первом и втором указана доходность 4% и 6% годовых, а в третьем 9% годовых соответственно. Известно, что только один из проектов принесёт указанную доходность, а два других лишь вернут изначально вложенную сумму.

Известно также, что Петя распределил деньги таким образом, чтобы его гарантированный доход (тот, что он получит в наихудшем случае) был как можно большим. Какую сумму он при этом вложил в первый проект?

999976294985

Задача 2 #7 ID 4986

Петя распределяет сумму 87000 рублей по трём инвестиционным проектам: в первом и втором указана доходность 3% и 12% годовых, а в третьем 15% годовых соответственно. Известно, что только один из проектов принесёт указанную доходность, а два других лишь вернут изначально вложенную сумму.

Известно также, что Петя распределил деньги таким образом, чтобы его гарантированный доход (тот, что он получит в наихудшем случае) был как можно большим. Какую сумму он при этом вложил в первый проект?

999976294986

Задача 2 #8 ID 4987

Петя распределяет сумму 75000 рублей по трём инвестиционным проектам: в первом и втором указана доходность 4% и 10% годовых, а в третьем 15% годовых соответственно. Известно, что только один из проектов принесёт указанную доходность, а два других лишь вернут изначально вложенную сумму.

Известно также, что Петя распределил деньги таким образом, чтобы его гарантированный доход (тот, что он получит в наихудшем случае) был как можно большим. Какую сумму он при этом вложил в первый проект?

999976294987

Задача 3

Задача 3 #9 ID 4988

AZ и CX – биссектрисы треугольника ABC , а Y – их точка пересечения. Найдите длину стороны AC этого треугольника, если $\sin \angle ABY = \frac{1}{4}$, площадь треугольника ABC равна $36\sqrt{15}$, а площади треугольников ABZ и ACX равны.

999976294988

Задача 3 #10 ID 4989

AZ и CX – биссектрисы треугольника ABC , а Y – их точка пересечения. Найдите длину стороны AC этого треугольника, если $\sin \angle ABY = \frac{1}{5}$, площадь треугольника ABC равна $32\sqrt{6}$, а площади треугольников ABZ и ACX равны.

999976294989

Задача 3 #11 ID 4990

AZ и CX – биссектрисы треугольника ABC , а Y – их точка пересечения. Найдите длину стороны AC этого треугольника, если $\sin \angle ABY = \frac{1}{6}$, площадь треугольника ABC равна $25\sqrt{35}$, а площади треугольников ABZ и ACX равны.

999976294990

Задача 3 #12 ID 4991

AZ и CX – биссектрисы треугольника ABC , а Y – их точка пересечения. Найдите длину стороны AC этого треугольника, если $\sin \angle ABY = \frac{1}{7}$, площадь треугольника ABC равна $64\sqrt{3}$, а площади треугольников ABZ и ACX равны.

999976294991

Задача 4

Задача 4 #13 ID 4992

Найдите минимальное значение параметра a , при котором множество решений уравнения $(2a - 7)x - y - 6a + 21 = 0$ имеет ровно одну общую точку с множеством решений системы

$$\begin{cases} ax - y - 3a + 4 \leq 0, \\ ax + 2y - 8 \geq 0. \end{cases}$$

999976294992

Задача 4 #14 ID 4993

Найдите минимальное значение параметра a , при котором множество решений уравнения $3ax + y - 9a - 4 = 0$ имеет ровно одну общую точку с множеством решений системы

$$\begin{cases} ax - y - 3a \geq 0, \\ (2a - 1)x - 2y + 8 \leq 0. \end{cases}$$

999976294993

Задача 4 #15 ID 4994

Найдите минимальное значение параметра a , при котором множество решений уравнения $(2a + 1)x - 2y - 6a - 3 = 0$ имеет ровно одну общую точку с множеством решений системы

$$\begin{cases} 2ax + y - 6a - 4 \geq 0, \\ ax - y + 4 \leq 0. \end{cases}$$

999976294994

Задача 4 #16 ID 4995

Найдите максимальное значение параметра a , при котором множество решений уравнения $3ax + 2y - 8 = 0$ имеет ровно одну общую точку с множеством решений система

$$\begin{cases} (a + 2)x - y - 3a - 2 \leq 0, \\ ax + y - 3a \leq 0. \end{cases}$$

999976294995

Задача 5

Задача 5 #17 ID 4996

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b , что a — трехзначное, b — четырехзначное, а их произведение делится на 9.

999976294996

Задача 5 #18 ID 4997

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b , что a — трехзначное, b — пятизначное, а их произведение делится на 9.

999976294997

Задача 5 #19 ID 4998

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b , что a — четырехзначное, b — пятизначное, а их произведение делится на 9.

999976294998

Задача 5 #20 ID 4999

Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b , что a — трехзначное, b — шестизначное, а их произведение делится на 9.

999976294999

Задача 6

Задача 6 #21 ID 5000

Пусть H — точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Окружность, описанная около треугольника ABH , касается прямой AC . Найдите косинус угла BCA , если $AH = 1$, $AB = 3\sqrt{11}$.

999976295000

Задача 6 #22 ID 5001

Пусть H — точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Окружность, описанная около треугольника ABH , касается прямой AC . Найдите косинус угла BCA , если $AH = 1$, $AB = 2\sqrt{6}$.

999976295001

Задача 6 #23 ID 5002

Пусть H — точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Окружность, описанная около треугольника ABH , касается прямой AC . Найдите косинус угла BCA , если $AH = 3$, $AB = \sqrt{91}$.

999976295002

Задача 6 #24 ID 5003

Пусть H — точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Окружность, описанная около треугольника ABH , касается прямой AC . Найдите косинус угла BCA , если $AH = 2$, $AB = \sqrt{21}$.

999976295003

Задача 7

Задача 7 #25 ID 5004

Найдите количество всех пар натуральных чисел x, y , при которых верно равенство $\sqrt[4]{10^x} + x^2 + x + 5y = 10^{2101}$.

999976295004

Задача 7 #26 ID 5005

Найдите количество всех пар натуральных чисел x, y , при которых верно равенство $\sqrt[4]{10^x} + x^2 + 2x + 5y = 10^{3102}$.

999976295005

Задача 7 #27 ID 5006

Найдите количество всех пар натуральных чисел x, y , при которых верно равенство $\sqrt[4]{10^x} + x^2 - 3x + 5y = 10^{2302}$.

999976295006

Задача 7 #28 ID 5007

Найдите количество всех пар натуральных чисел x, y , при которых верно равенство $\sqrt[4]{10^x} + x^2 + 3x + 5y = 10^{3301}$.

999976295007

Задача 8

Задача 8 #29 ID 5008

На занятии по физкультуре учитель расставил 9 школьников в шеренгу в случайном порядке (любой порядок равновероятен), а затем попросил старосту вычислить количество пар школьников, в которых стоящий справа ниже, чем стоящий слева (между школьниками в паре могут стоять и другие школьники). Какова вероятность, что староста получил число 34? Известно, что все школьники в классе разного роста. Ответ округлите до шести знаков после запятой.

999976295008

Задача 8 #30 ID 5009

На занятии по физкультуре учитель расставил 8 школьников в шеренгу в случайном порядке (любой порядок равновероятен), а затем попросил старосту вычислить количество пар школьников, в которых стоящий справа ниже, чем стоящий слева (между школьниками в паре могут стоять и другие школьники). Какова вероятность, что староста получил число 26? Известно, что все школьники в классе разного роста. Ответ округлите до шести знаков после запятой.

999976295009

Задача 8 #31 ID 5010

На занятии по физкультуре учитель расставил 7 школьников в шеренгу в случайном порядке (любой порядок равновероятен), а затем попросил старосту вычислить количество пар школьников, в которых стоящий справа ниже, чем стоящий слева (между школьниками в паре могут стоять и другие школьники). Какова вероятность, что староста получил число 19? Известно, что все школьники в классе разного роста. Ответ округлите до шести знаков после запятой.

999976295010

Задача 8 #32 ID 5011

На занятии по физкультуре учитель расставил 6 школьников в шеренгу в случайном порядке (любой порядок равновероятен), а затем попросил старосту вычислить количество пар школьников, в которых стоящий справа ниже, чем стоящий слева (между школьниками в паре могут стоять и другие школьники). Какова вероятность, что староста получил число 13? Известно, что все школьники в классе разного роста. Ответ округлите до шести знаков после запятой.

999976295011

Задача 9

Задача 9 #33 ID 5012

Имеется палитра из нескольких различных оттенков цветов. Известно, что все оттенки из неё кроме сиреневого сочетаются с разным количеством других оттенков палитры (включая сиреневый), а сиреневый сочетается ровно с 13-ю. Какое наименьшее количество оттенков может быть в такой палитре?

999976295012

Задача 9 #34 ID 5013

Имеется палитра из нескольких различных оттенков цветов. Известно, что все оттенки из неё кроме лимонного сочетаются с разным количеством других оттенков палитры (включая лимонный), а лимонный сочетается ровно с 12-ю. Какое наименьшее количество оттенков может быть в такой палитре?

999976295013

Задача 9 #35 ID 5014

Имеется палитра из нескольких различных оттенков цветов. Известно, что все оттенки из неё кроме бордового сочетаются с разным количеством других оттенков палитры (включая бордовый), а бордовый сочетается ровно с 15-ю. Какое наименьшее количество оттенков может быть в такой палитре?

999976295014

Задача 9 #36 ID 5015

Имеется палитра из нескольких различных оттенков цветов. Известно, что все оттенки из неё кроме бирюзового сочетаются с разным количеством других оттенков палитры (включая бирюзовый), а бирюзовый сочетается ровно с 14-ю. Какое наименьшее количество оттенков может быть в такой палитре?

999976295015

Задача 10

Задача 10 #37 ID 5016

Рассматриваются многочлены вида

$P(x) = x^7 + a_1x^6 + a_2x^5 + a_3x^4 + a_4x^3 + a_5x^2 + a_6x + 128$ с неотрицательными коэффициентами $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, имеющие по семь действительных корней (не обязательно различных). Какое наименьшее значение может иметь $P(8)$?

999976295016

Задача 10 #38 ID 5017

Рассматриваются многочлены вида

$P(x) = x^7 + a_1x^6 + a_2x^5 + a_3x^4 + a_4x^3 + a_5x^2 + a_6x + 128$ с неотрицательными коэффициентами $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, имеющие по семь действительных корней (не обязательно различных). Какое наименьшее значение может иметь $P(16)$?

999976295017

Задача 10 #39 ID 5018

Рассматриваются многочлены вида

$P(x) = x^7 + a_1x^6 + a_2x^5 + a_3x^4 + a_4x^3 + a_5x^2 + a_6x + 3^7$ с неотрицательными коэффициентами $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, имеющие по семь действительных корней (не обязательно различных). Какое наименьшее значение может иметь $P(6)$?

999976295018

Задача 10 #40 ID 5019

Рассматриваются многочлены вида $P(x) = x^7 + a_1x^6 + a_2x^5 + a_3x^4 + a_4x^3 + a_5x^2 + a_6x + 3^7$ с неотрицательными коэффициентами $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, имеющие по семь действительных корней (не обязательно различных). Какое наименьшее значение может иметь $P(12)$?

999976295019