



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ac : 3^{21}$$

$$ab : 3^{11}$$

$$bc : 3^{18}$$

Тогда $a^2 b^2 c^2 : 3^{50}$

Уже тогда из того что числа ≥ 0

то $abc : 3^{25}$

$$abc : ac$$

$$ac : 7^{38}$$

Значит $abc : 7^{38}$

Тогда $abc : 3^{25} 7^{38}$ и $abc \geq 3^{25} 7^{38}$

Пример $a = 3^7 7^{19}$ $b = 3^4$ $c = 3^{14} 7^{19}$

Тогда $abc = 3^{25} 7^{38}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Докажем, что если a и b несократима
то $a+b$ и ab взаимно просты
а и b взаимнопросты и пусть
 $a+b$ и ab нет

тогда пусть k — общий делитель
 k , возьмем из k простой
множитель, который присутствует
только в a или в b (если

$a=1$), если его нет то

$a+b=2$ $ab=1$ взаимнопросты

без уменьшения общности возьмем

из a -мощ \downarrow тогда a делится k

ac — делится на k , а b нет

тогда и $a+b \nmid k$, и вот и наоборот

т.е. $a+b$ и ab взаимнопросты

Решим

$$a^2 - 8ab + b^2 \text{ как } \frac{a+b}{(a+b)^2} - 10ab$$

Пусть ab сократим на S

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Взаимно простое с 10

Тогда $(a+b) : S$

$$(a+b)^2 : S$$

но a, b на S не делится

т.к. взаимно простое с $a+b$

Тогда ~~то~~ если $10ab$ делится
на S то 10 делится на S

$$\text{и } S \leq 10$$

Ответ: 10

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Возьмем $2x^2 - 3x + 4$ на x

$2x^2 + x + 3$ на y

Тогда $\sqrt{x} - \sqrt{y} = x - y$

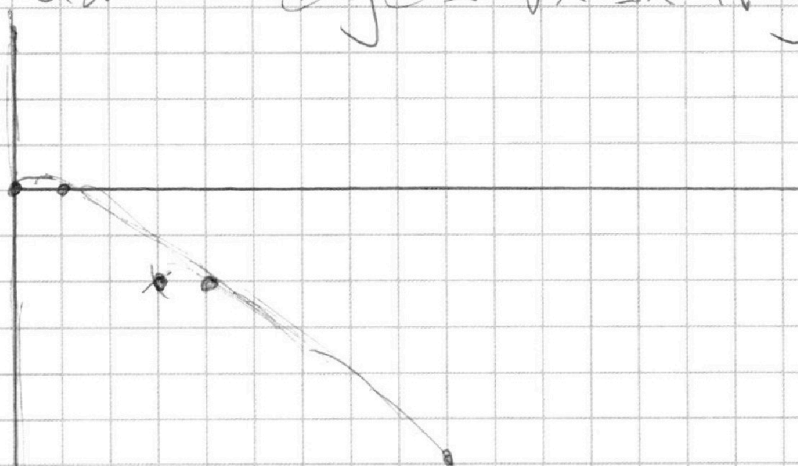
$$y - \sqrt{y} = x - \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - x = \sqrt{y} - y$$

Рисуем график функции $\sqrt{x} - x$

находим, что или $x = y$

или $x + y = 1$ $\sqrt{x} - x + \sqrt{y} - y = 1$



Если $x = y$ то $1 - 4x = 0$

подстановка получается верный корень $x = \frac{1}{4}$ - при

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если

$$\sqrt{x-x} + \sqrt{y-y} = 1, \text{ то}$$

$$\sqrt{x-x} - \sqrt{y-y} = 0$$

$$2(\sqrt{x-x}) = 1$$

$$\sqrt{x-x} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2} + x$$

$$x = \frac{1}{4} + x^2 + x$$

$$0 = \frac{1}{4} + x^2$$

$$-\frac{1}{4} = x^2$$

Неверно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

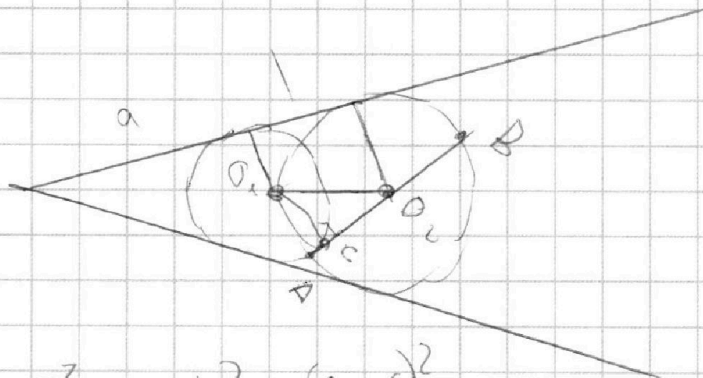
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R = \frac{16+1}{2} = 8,5$$



$$R^2 = r^2 + (O_2C)^2$$

$$R^2 - O_2C^2 = r^2$$

$$(8,5 - 2,5)(8,5 + 2,5) = r^2$$
$$4 = r^2$$

$$\frac{a}{r} = \frac{a+1}{R}$$

$$a = \frac{1}{R\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)} = \frac{1}{\frac{R}{r} - 1}$$

$$1 = \sqrt{R^2 - (R-r)^2}$$

$$1 = \sqrt{(8,5 - 4,5)(8,5 + 4,5)} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

$$a = \frac{2\sqrt{13}}{\frac{8,5}{4} - 1}$$

$$a+1 = 2\sqrt{13} \left(1 + \frac{1}{\frac{8,5}{4}}\right) = 2\sqrt{13} \cdot \frac{8,5}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Подставим вместо z^2 $(3x+2y)^2$ получим

$$1) \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3yz + xz = 2yx$$

$$3y(3x+2y) + x(3x+2y) = 2yx$$

$$9yx + 6y^2 + 3x^2 = 0$$

$$3yx + 2y^2 + x^2 = 0$$

$$D = 9x^2 - 4 \cdot 2 \cdot x^2 = x^2 \quad \sqrt{D} = x$$

$$y_1 = \frac{-3x + x}{4} = -0,5x$$

$$y_2 = \frac{+3x - x}{4} = 0,5x$$

Подставим в f y_2

$$\frac{-6x^2 - 8y^2 + 12x^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-2x^2}{-5x^2} = 0,4$$

Подставим y_1

$$\frac{-6x^2 - 2x^2 + 6x^2}{x^2 - 1,5x^2} = \frac{-2x^2}{-0,5x^2} = 4 \quad \text{Ответ: 4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle A$
 $= \angle CDY$

x

тогда

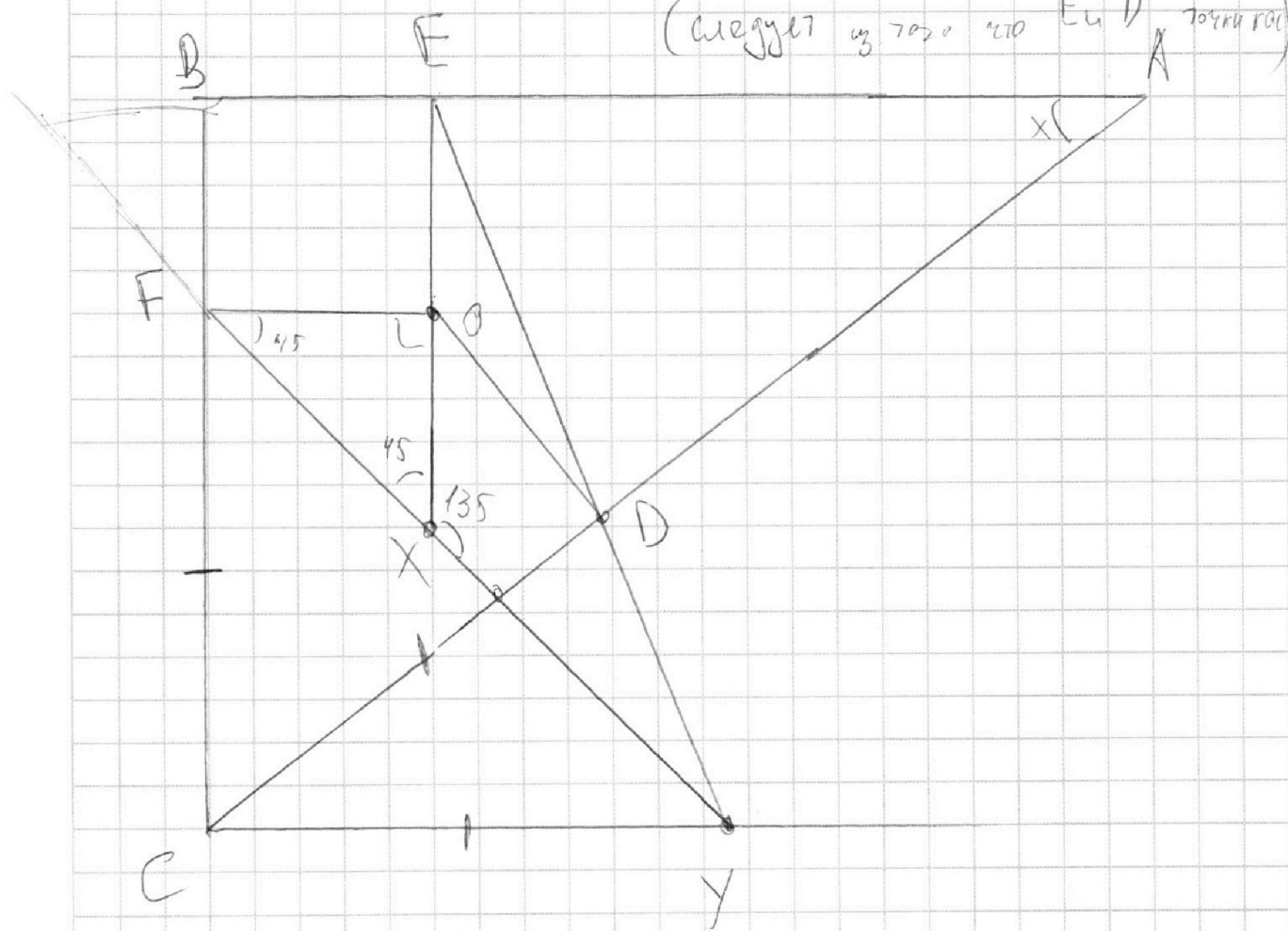
$\angle EDA = 90 - 0,5x$

и

также

$\angle AED = \angle DYC = 90 - 0,5x$

(следует из того что E и D точки касания)



Тогда $CD = CY$

F и D точки касания $CF = CD \Rightarrow CY$

Тогда $\angle CFY = 45$ т.к. равнобедр \triangle

т.к. $\angle FO - \angle FX = 45 = \angle FXO$

и $FO = OX$, то $\angle FOX = 90$ и

$BF \parallel OX$, значит EDX прямая

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EX = 2R$$

$$DO = R$$

Выражая XO^2

используя $\angle DFE = 90^\circ$
двумя способами

получаем

$$XO^2 - DO^2 = XF^2 - DF^2$$

Заметим что $XO = \frac{R}{\sqrt{2}}$

$$DF^2 - DO^2 = 4R^2 - \frac{R^2}{2}$$

$$DF^2 - DO^2 = 3,5R^2$$

По теореме кос

$$\sqrt{EX^2 + XO^2} - 2 \cos(\angle XO) (EX) = DF + DO$$

Подставляем $\cos 135 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
и EX и XO

получим $DF + DO = \sqrt{6,5} R$

Тогда $DF - DO = \frac{3,5}{\sqrt{6,5}} R$

$$2DF = R \left(\frac{3,5}{\sqrt{6,5}} + \sqrt{6,5} \right) = R \left(\frac{10}{\sqrt{6,5}} \right)$$

$$DF = \frac{5}{\sqrt{6,5}}$$

$$DO = \frac{1,5}{\sqrt{6,5}}$$

$$\frac{DF}{DO} = \frac{5}{1,5} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

EAD

поговети

~~CD~~

но это и

$$\frac{DE}{DY} = \frac{AD}{DC} = 3\frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

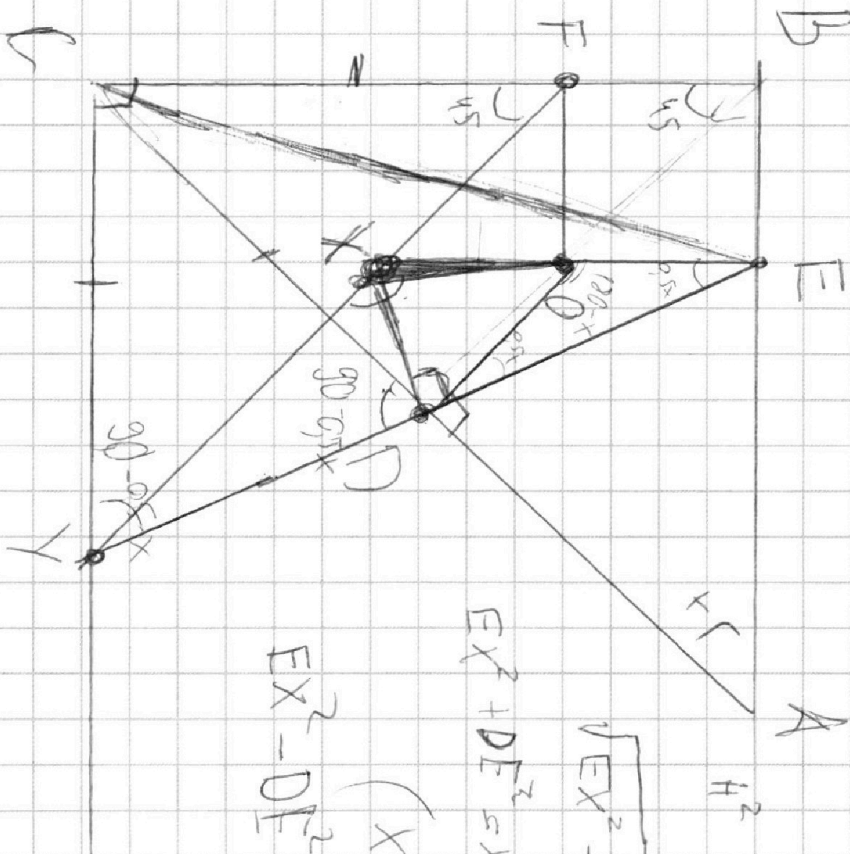
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 \quad | \quad x-3 \\ \underline{4x^4 - 4x^3} \\ 11x^2 - 5x + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11x^2 - 5x + 12 \\ \underline{11x^2 - 11x} \\ 6 - 16x + 12 \end{array}$$

$$2R = \sqrt{EX} = 2\sqrt{XY}$$

$$EOX \text{ прямая } CD = CY$$



$$\begin{aligned} \sqrt{EX^2 + DE^2} &= XY^2 \\ EX^2 + DE^2 &= XY^2 + DY^2 \\ (XY - EX) & \\ EX^2 - DE^2 &= XY^2 - \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(DC + R)^2 + (DA + R)^2 = (DA + DC)^2$$

$$DA^2 + 2DA \cdot DC + DC^2 = DC^2 + R^2 + 2DCR + 2DAR + R^2 + DA^2$$

$$(DA)(DC) = R^2 + DC \cdot R + DA \cdot R$$

$$EX^2 - DE^2 = XY^2 - DY^2 = \sqrt{6,5} R$$

$$EX^2 - XY^2 = DE^2 - DY^2$$

$$R^2 \frac{(ky)^2 - y^2}{4,5} = \frac{R}{\sqrt{2}} \quad R = \frac{4,5}{\sqrt{6,5}} R = \frac{4,5}{\sqrt{6,5}} R$$

$$4R^2 + \frac{R^2}{2} = DE^2 - DY^2$$

$$4,5R^2 = DE^2 - DY^2$$

$$(DC + DA)^2 + 4(DA)(DC)$$

$$\pm (DC - DA)$$

$$kx^2 = \frac{(k^2 - 1)y^2}{4,5}$$

$$2DE = R \left(\sqrt{6,5} + \frac{4,5}{\sqrt{6,5}} \right) \quad \frac{R^2}{2} + 4R^2 - 2 \cos 135^\circ R^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b \equiv a \pmod{x}$$

$$ab \equiv 0 \pmod{x}$$

$$V_A t = V_B (t+2)$$

$$V_A (t+2) = V_B t + 96 \text{ кмч}$$

$$(V_A + 6) t_2 = (V_B + 6) \left(\frac{t}{2} + 1,25 \right)$$

$$V_A + 2 = 96 \text{ кмч} - V_B \cdot 2$$

$$V_A + V_B = 48 \text{ кмч} / \text{ч}$$

$$V_A t_2 + 6 t_2 = V_B \frac{t}{2} + 6 t_2 + 1,25 V_B + 7,5$$

$$V_A t_2 = V_B t_2 + 1,25 V_B + 7,5$$

$$\frac{V_A^2 t}{V_A + 6} = \frac{V_B^2 (t+2)}{V_B + 6} - 1,25 V_B + 1,25 V_B + 7,5$$

$$\frac{V_A^2 t}{V_A + 6} = \frac{V_B^2 (t+2)}{V_B + 6} + 7,5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ca : 3^{21} 7^{28}$$

$$ab : 3^{11} 7^{11}$$

$$bc : 3^{18} 7^{16}$$

$$\text{Тогда } ca \cdot bc \cdot ab : 3^{21} 7^{28} \cdot 3^{11} 7^{11} \cdot 3^{18} 7^{16}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50} 7^{65}$$

Т.к. $a^2 b^2 c^2$ квадрат натурального числа
степень входящая в него простого

множителя четна

Тогда верно

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50} 7^{66}$$

Извлечем Пусть $a^2 b^2 c^2 : 3^{50} 7^{66} = X$

$$a^2 b^2 c^2 = X \cdot 3^{50} 7^{66}$$

Все числа ≥ 0 , поэтому

$$abc = \sqrt{X} \cdot 3^{25} 7^{33}$$

Учитывая, что $X = \text{целое}$, то $ac \geq 1$

и $abc \geq 3^{25} 7^{33}$, причем равенство

достигается при 1 , тогда $abc_{\min} = 3^{25} 7^{33}$

Пример

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x} \neq \sqrt{y} = x - y$$

$$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = \sqrt{y}(\sqrt{y} - 1) \sqrt{x} - x = \sqrt{y} - y$$

$$x = y \quad 2x^2 + 3x + 4$$
$$2x^2 + x + 3 - 2x^2 = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 4$$
$$x = \frac{1}{4} \quad x + y = 1 + \frac{1}{4} + 3$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{t+1-4x}$$

$$(1-4x)^2 = \cancel{t} - \cancel{t} + 1 - 4x + \sqrt{t(t+1-4x)}$$

$$(1-4x)^2 = 1 - 4x + \sqrt{t(t+1-4x)}$$

$$(1-4x)(1-4x-1) = \sqrt{t(t+1-4x)}$$

$$-(1-4x)4x = \sqrt{t(t+1-4x)}$$

$$4x(4x-1) = \sqrt{t(t+1-4x)}$$

$$= \sqrt{x} - \sqrt{y} = x - y$$

$$4x^2 - 2x + 1 = 1$$
$$4x^2 - 2x + 6 \leq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 3 \\
 \times ca : 3^{21} \\
 \times bc : 3^{18} \\
 \times ab : 3^{18} \\
 \hline
 a^2 b^2 c^2 : 3^{50} \\
 abc : 3^{25}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2 \rightarrow 9 \\
 b = 3^{14} \quad a = 3^7 \\
 c = 3^{14}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (a+b) \\
 \hline
 (a^2 + 2ab + b^2) - 10ab
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 a+b \\
 \hline
 (a+b)^2 - 10ab
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{then } a+b = ab \\
 (a+b) \\
 \hline
 \frac{ab}{a+b} \quad \frac{a}{b}
 \end{array}$$

Заметим, что
Сократить на больше
чем $a+b$
уже

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3yz + xz = 2xy$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x + 2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2}{x^2 - 6y^2}$$

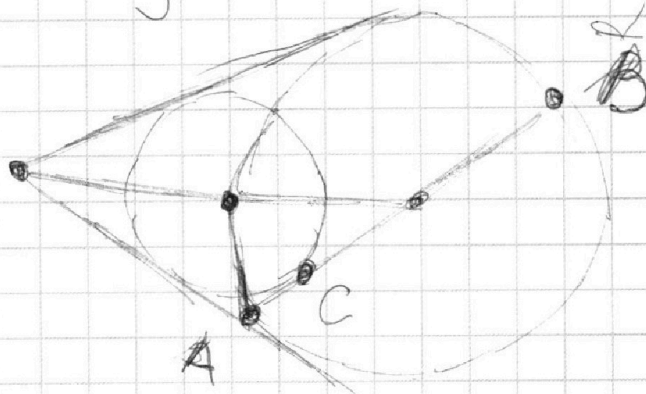
$$= \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

$$3y(3x + 2y) + x(3x + 2y) = 2xy$$

$$9yx + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2xy$$

$$6y^2 + 3x^2 + 9xy = 0$$

$$2y^2 + x^2 + 3xy = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)$$
$$= 4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + 12$$
$$= 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

$$4x^2 - 2x + 7 + \sqrt{m} = 1 - 8x + 16x^2$$
$$\sqrt{m} = 12x^2 - 6x - 6$$

$$\sqrt{m} = 6(2x^2 - x - 1)$$

$$m = 36(4x^4 + x^2 + 1 - 4x^3 - 4x^2 + 2x)$$

$$1 + 8 = 9$$

$$\frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{m} = 6(x + 0,5)(x - 1)$$

(сократи на)

множ

$$\frac{ab}{a+b}$$

возьмем простей



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V_m^2 t (V_B + b) = V_B^2 (t + 2) (V_m + b) + 7,5$$

$$2S = (V_m + V_B) t + V_B^2$$

$$S = 24 \frac{km}{2} t + V_B$$

$$\frac{S}{V_m + b} = \frac{S}{V_B + b} + 12,5$$

$$V_B (t + 2) (V_B + b) = V_m b (V_m + b) + 12,5$$

$$k \frac{ab}{(a+b)^2} = 10ab$$

Пусть $m \mid a+b$

Тогда $10ab \equiv 0 \pmod{m}$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

Пусть $a \equiv k \pmod{m}$

$$b \equiv c \pmod{m}$$

$$ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$kc \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$k+c \equiv 0$$



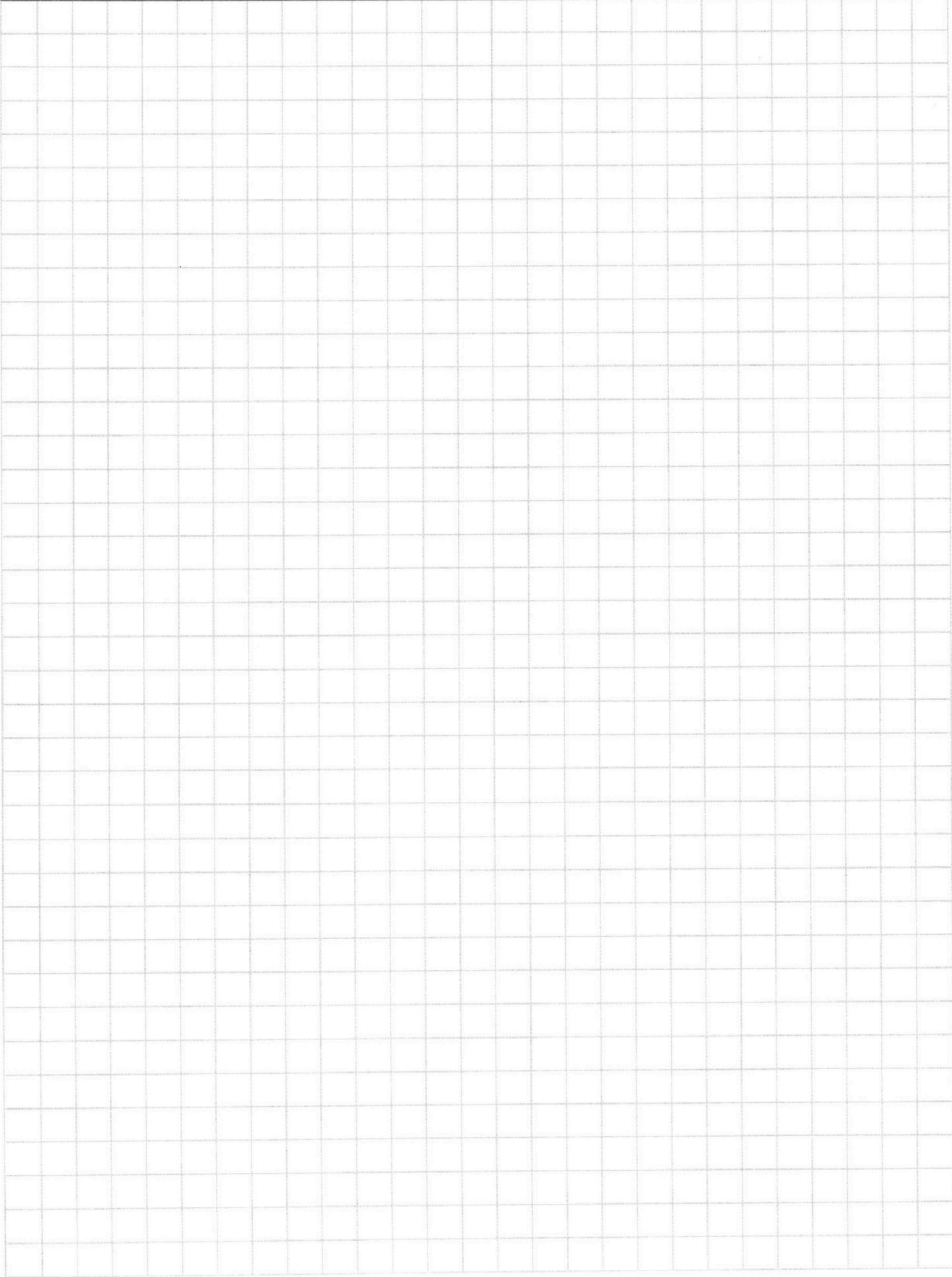
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

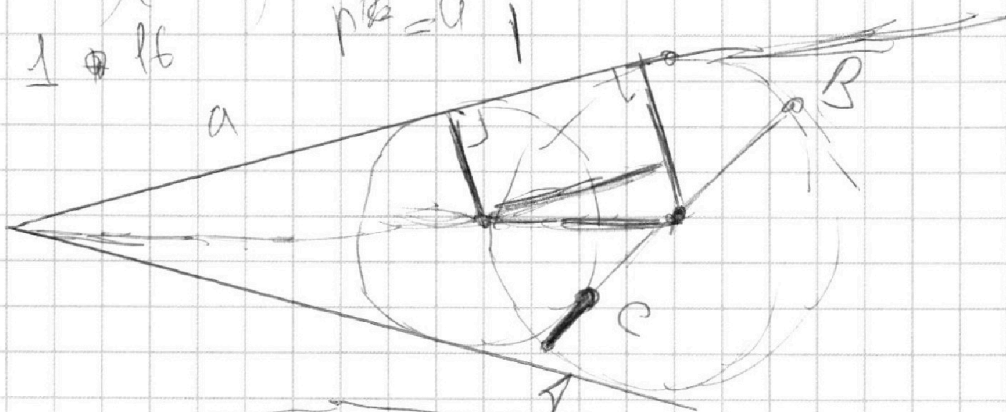


$$R^2 + P^2 = r^2 + 7,5^2$$

$$(R - 7,5)(R + 7,5) = r^2$$

$$1 \cdot 16$$

$$r^2 = 4$$



34

68

52

$$\sqrt{(R-r)^2} \quad R^2 - (R-r)^2 = 1$$

$$\frac{a}{r} = \frac{a+1}{R}$$

$$2Rr - r^2$$

$$12 \cdot 4 - 16 = 48$$

$$a \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = \frac{1}{R}$$

$$\frac{R-r}{r}$$

$$a = \frac{1}{\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}$$

$$a = \left(\frac{R}{r} - 1 \right)$$