



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
  - $C$  — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 3, а  $y$  — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 9xy$ .
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
- $$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$
4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = \frac{16}{5}$ ,  $BP = 2$ ,  $AC = 4$ .
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

A - четырехзначное число из однинковых цифр  $\Rightarrow$  оно либо 1111, 2222, 3333, 4444, 5555, 6666, 7777, 8888, 9999, либо все эти числа - произведение 1111 на цифру:

$$1111 = 1111 \cdot 1; 2222 = 1111 \cdot 2; 3333 = 1111 \cdot 3; 4444 = 1111 \cdot 4; 5555 = 1111 \cdot 5;$$
$$6666 = 1111 \cdot 6; 7777 = 1111 \cdot 7; 8888 = 1111 \cdot 8; 9999 = 1111 \cdot 9 \Rightarrow$$

Число A всегда кратно 101 (101 - простое число и 11 - простое число)

Число B четырехзначное A-B-C - было квадратом, надо чтобы в нем было четное количество простых множителей.

Т.к. C - двузначное, оно не делится на 101, значит B делится на 101, а раз в нем есть хотя бы единица, значит  $B = 101$  (т.к. другие четырехзначные числа кратные 101 не состоят единиц).

Число B A-B-C где множители 101, но только 1 множитель 11  $\Rightarrow$  число C кратно 11 (т.к. В мы уже знали, а в А только одна раз 11 ( $1111 = 101 \cdot 11$ )) Тогда C кратно 5  $\Rightarrow$   $C = 55$  (Четыре цифры кратные 5)

Число B A-B-C есть 2 множителя 101, 1 множитель 11;

1 множитель 5  $\Rightarrow A : 5 \Rightarrow A = 5555$

$$\begin{aligned} A &= 5555 = 101 \cdot 11 \cdot 5 \\ B &= 101 = 101 \\ C &= 55 = 11 \cdot 5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 5^2$  - подходит.

другим трюком из памятного списка (т.к.  $111 = 101 \cdot 11$ , B - трехзначное с 1; C - двузначное с 5, A:1111 бывает) (или бывает)

Ответ:  $A = 5555$     $B = 101$     $C = 55$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$K_1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy} \quad K_2 = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$K_1 = K_2 \text{ (по условию)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} + \frac{1}{xy} = \frac{y+3}{(x-3)(y+3)} + \frac{x-3}{(x-3)(y+3)} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} \quad \text{т.к. } x+y+1 > 0 \quad (\text{т.к. } x \text{ и } y - \text{ полож.})$$

$$(x-3)(y+3) = xy$$

$$xy + 3x - 3y - 9 = xy$$

$$x = y+3$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy = (y+3-y)((y+3)^2 + y(y+3) + y^2) - 9(y+3)y = 3(y^2 + 6y + 9 + y^2 + 3y + y^2) - 9y^2 - 27y = 3(3y^2 + 9y + 9) - 9y^2 - 27y = 9y^2 + 27y + 27 - 9y^2 - 27y = 27$$

$$M = 27 \Rightarrow M = 27 \text{ всегда}$$

~~Ответ: 27~~

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x &= (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \\
 \sin^2 \pi x - \sin \pi y \cdot \sin \pi x &= \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x \\
 \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x &= -(\cos \pi y \cdot \cos \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x) \\
 + \cos 2\pi x &= -\cos(\pi y - \pi x) \\
 \cos 2\pi x &\approx \cos(\pi y - \pi x) \quad \cos(2\pi x) = \cos(\pi y - \pi x) = \cos(\pi y - \pi x + \pi)
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi y - \pi x + \pi \\ 2\pi x = \pi y + \pi x - \pi \\ 2\pi x = \pi y - \pi x + \pi \\ 2\pi x = \pi y + \pi x - \pi \end{cases}
 \begin{cases} 2x = y - x + 1 \\ 2x = y + x - 1 \\ 2x = y - x + 1 \\ 2x = y + x - 1 \end{cases}
 \begin{cases} y = 1 - x \\ y = 3x + 1 \\ y = 3x - 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$

a) Ответ:  $(k; 1-k)$   $(k; 3k+1)$   $(k; 3k-1)$   $(k; -k-1)$

5)  $\arccos \frac{x}{y} + \arccos \frac{y}{x} < 2\pi$

$$\begin{cases} -1 < \frac{x}{y} < 1 \\ -1 < \frac{y}{x} < 1 \end{cases}
 \begin{cases} -1 < x < 1 \\ -1 < y < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \pm \sqrt{1-x^2} \\ y = \pm \sqrt{1-y^2} \end{cases}
 \begin{cases} y = \pm 1-x \\ y = \pm 1+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 < x < 4 \\ -9 < 1-x < 9 \\ -9 < -1-x < 9 \\ -9 < 1+3x < 9 \\ -9 < -1+3x < 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 < x < 4 \\ 10 > x \geq 8 \\ 8 > x \geq 10 \\ -10 < 3x < 8 \\ -8 < 3x < 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 < x < 4 \\ 10 > x > -8 \\ 8 > x > -10 \\ -\frac{10}{3} < x < \frac{8}{3} \\ -\frac{8}{3} < x < \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in \left(-10; 10\right) \\
 \downarrow \text{найти решения}$$

5) Ответ: 19



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

У бимета - в начале ,  $x$  в конце ,  $y$ -кол. во одинаковых лампах

$$3,5 P_1 = P_2 \quad P_1 = \cancel{3,5} \cdot \cancel{3} \quad P_1 = \frac{4}{y} \cdot \frac{y-1}{y-1} = \frac{12}{y(y-1)}$$

$$P_2 = \frac{x}{y} \cdot \frac{y-1}{y-1}$$

$$\cancel{\text{Уравнение}} \quad 3,5 \cdot 12 = x(y-1) \\ 42 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 42 = 0$$

$$D = 1 + 42 \cdot 4 = 169 = 13^2$$

$$x = \frac{1 \pm 13}{2}, \quad x > 0 \Rightarrow x = 7, \quad \text{в конце было 7 биметов}$$

Ответ: 7 биметов в конце между

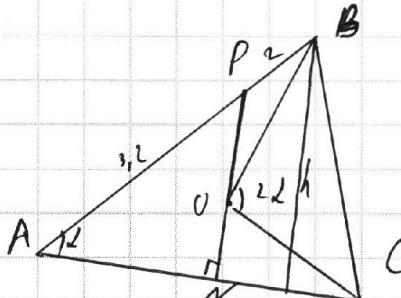
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AP = 3,2$$

$$PB = 2$$

$$AC = 4$$

$$BO = OC = R$$

$$AB = AP + PB = 5,2$$

$\angle BOC = \angle CBO = \angle BCO$ ; если  $\angle BAC = \angle = \angle COB = 2\alpha$  как суперпозиция

$$\angle OBC = \frac{1}{2}(180 - 2\alpha) = 90 - \alpha$$

$$\angle CPO = \angle OBC \quad (\text{т.к. опираются на одну прямую}) = 90 - \alpha$$

$$\angle BPC = \angle BOC \quad (\text{т.к. опираются на одну прямую}) = 2\alpha \Rightarrow \angle OPB = 90 - \alpha + \alpha = 90 + \alpha$$

$$\angle OPA = 180 - \angle OPB = 180 - 90 - \alpha = 90 - \alpha \Rightarrow \angle PNA = 180 - (90 - \alpha) - \alpha = 90^\circ$$

Т. О лежит на прямой, соединяющей вершины  $\angle A$  и  $\angle C \Rightarrow$  она - биссектриса  $\angle AOC \Rightarrow$

$$AN = NC = \frac{AC}{2} = 2$$

$$PN = \sqrt{AP^2 - AN^2} \quad (\text{по Т. Пифагора}) = \sqrt{3,2^2 - 4} = \sqrt{6,24}$$

$$\frac{PN}{h}, \text{ где } h - \text{ высота} \quad \frac{PN}{h} = \frac{AP}{AB} = \frac{3,2}{5,2} \Rightarrow h = \frac{PN}{3,2} \cdot 5,2 = \frac{\sqrt{6,24} \cdot 5,2}{3,2}$$

$$S = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot \sqrt{6,24} \cdot 5,2}{2 \cdot 3,2} = \frac{\sqrt{624} \cdot 52}{10 \cdot 16} = \frac{\sqrt{624} \cdot 13}{4 \cdot 10} = \frac{\sqrt{78} \cdot 13}{10}$$

$$S = 1,3 \sqrt{78}$$

Ответ:  $1,3 \sqrt{78}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

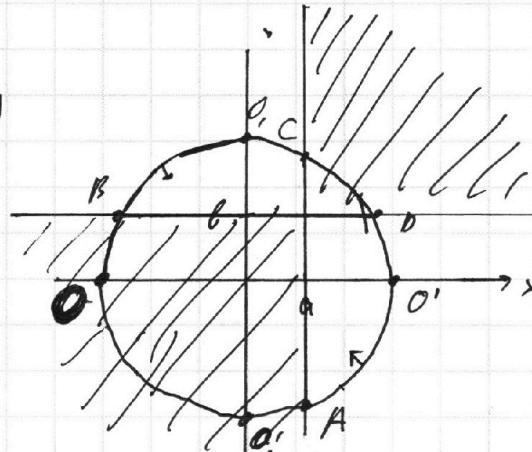
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)^2 + (y - 2 \sin \alpha)^2 \leq 9 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

~~циклическая~~ цилиндрическая  $(0; 0)$

$n$  параллел.

В неравенстве  $(x - 2 \cos L)(y - 2 \sin L) \geq 0$   
 когда  $x > 2 \cos L$ , скобка 1 плюсом, а  
 скобка 2 минусом, аналогично  
 $y > 2 \sin L$



Очевидно на координат. плоскости  $x=a=2 \cos \lambda$  по оси  $x$  и  $y=b=2 \sin \lambda$  по оси  $y$  замыкаются окружности, где координаты  $(x-2 \cos \lambda)(y-2 \sin \lambda) = 0$  будем решать

Парна-рекурентные цепи и замкнутые цепи ненесомы  
 замечанием, что если мы подберем коэффициенты в замкнутой цепи, то наше выражение будет включать в себя все члены, включая маленькие значения, т.к. если в синтезе зададим ~~записанные~~  
~~записанные~~ коэффициенты в замкнутом от  $L$  образом выражении  
 значение от  $L \rightarrow -L$ , а при  $L$ , например  $L_1$ , имеем  $\sin L_1 = \cos L_2$  (из  
 соотношения  $\sin u \cos$ ) ~~записанные~~ ~~записанные~~ ~~записанные~~ ~~записанные~~  
~~записанные~~ ~~записанные~~ ~~записанные~~ ~~записанные~~ ~~записанные~~ ~~записанные~~

Заметим, что длина окружности  $(ABr(O)) = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3$  всегда. Т.к  $O'B = DO'$ ;  $O,C = O,A$ ,  $OO_1 + O_1O' = \frac{1}{2}2\pi \cdot 3 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \text{рас} O_1A + CD + DO' = O,C + CD + DO' = \frac{1}{4}2\pi \cdot 3 \Rightarrow BA + CD = \left(\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 3\right) \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 =$   
 $= \frac{3\pi}{2}$

Осталось навести, когда окажется что  $BD = CA$ . А это означает что  $\cos - \sin = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , т.к.  $\tan BD = CA$  и у нас вспомогательная максимум.  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ ;  $\beta = \sqrt{2} \Rightarrow BD = CA = 2\sqrt{2}$ ,  $BD + CA = 4\sqrt{2}$

$$M = BA_{\text{sym}} + CD_{\text{sym}} + BD \times CA = 4\sqrt{7} + 3\pi, \text{ rym } d = \frac{\pi}{4} \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

Омлем: максимальное значение  $M = 4\sqrt{7} + 35$ , при  $J = \frac{\pi}{4} k, k \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

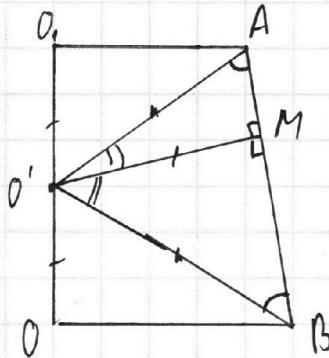
6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $O$ -центр внешней окружности,  $O'$ -центр внутренней окружности,  $AB$ -ребро, параллельное оси центральной окружности  $OO'$ , и  $AB$



$O'$ -центр  $\mathcal{O}$ , значит, что  $O'$  является центром окружности  $\mathcal{O}$ , т.к.  $\mathcal{O}$  является центром окружности  $\mathcal{O}'$ . Т.к.  $\mathcal{O}$  является центром окружности  $\mathcal{O}$ , то  $O'$  является центром окружности  $\mathcal{O}'$ . Т.к.  $O'$  является центром окружности  $\mathcal{O}'$ , то  $O'$  является центром окружности  $\mathcal{O}'$ . Т.к.  $O'$  является центром окружности  $\mathcal{O}'$ , то  $O'$  является центром окружности  $\mathcal{O}'$ .

$$O'O = O'O = O'M, \text{ т.к. } O'M \text{ - радиус, и } AB = O'B = O'A = R.$$

$$O'B = O'A = R.$$

$B, A, O', B \angle A = \angle B$  т.к. треугольник равнобедренный  $\Rightarrow$  треугольник равен ( $\angle A = \angle B, \angle M = \angle M, MO'$ -общий,  $AO' \parallel O'B$ )  $\Rightarrow$   $AM = MB$   $\Rightarrow$   $\angle O'M$  - среднее линии треугольника  $\Rightarrow O'M \parallel OB \parallel OA \Rightarrow MR \perp OB$  по т. фанта  $\Rightarrow \angle ABO = 90^\circ$  - угол между ребрами треугольника и высотой, опущенной на гипotenузу (т.к.  $AB$ -ребро,  $OB$ -радиус в основании, и гипотенуза  $A$  на основании лежит на  $O'B$ )  $\Rightarrow 90^\circ$

Ответ:  $90^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ из \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Given:  
 $AP = \frac{16}{5} = 3,2$   
 $PB = 2$   
 $PC = 9$   
 $\angle A = 2^\circ \Rightarrow \angle BOC = 2\angle A$  (use symmetry)  
 $S_{ABC} = BA \cdot AC \cdot \sin \angle A / 2 = \frac{5,2 \cdot 9}{2} \sin 2^\circ = 10,4 \sin 2^\circ$   
 $\text{In triangle } ABC \quad \frac{BC}{\sin 2^\circ} = 2R \Rightarrow BC = 2R \sin 2^\circ$   
 $\text{In triangle } BOC \quad BC^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 2^\circ$

~~$\angle BOC = \angle OCB = 90^\circ - \angle ABC$~~   
 ~~$\angle OCB = \angle OBC$~~   
 ~~$\angle OBC = \angle OPC$~~   
 ~~$\angle OPC = \angle OBC$  (т.к. симметрия)~~

$\frac{3,2}{2} \cdot \frac{9}{2} = 5,2 \cdot 5,2 = 27,04$

$\frac{96}{10,24}$

$\frac{28}{7,28}$

$\frac{56}{784}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 2 \cos L)(y - 2 \sin L) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 - \rho \cos \varphi \cdot \rho \cdot 3 \end{cases}$$

$$xy - 2 \sin L - 2 \cos L$$

$$\min_{\text{им}} (x - 2 \cos L)(y - 2 \sin L)$$

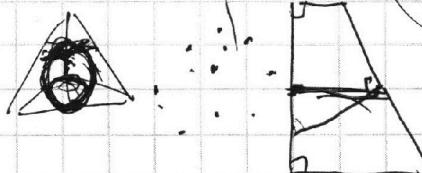
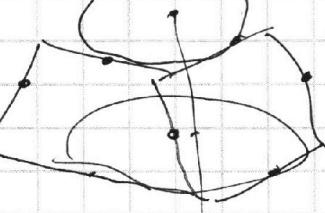
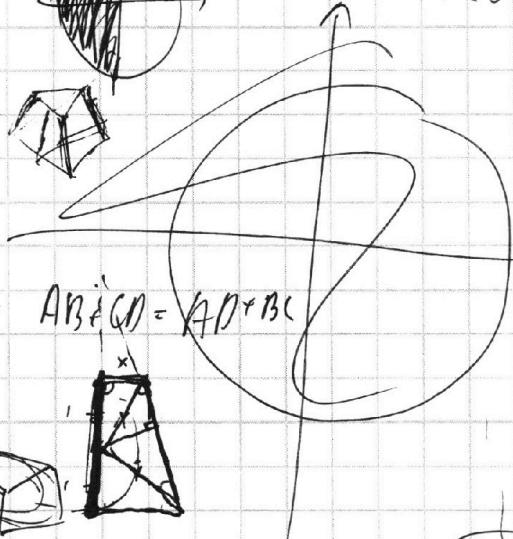
$$(x - 2)(y) \geq 0$$

$$xy - 2y \geq 0$$

$$x(y - 2)$$



$$AB + CD = AD + BC$$



$$(x - L)(y - L) \geq 0$$

$$xy - 2x - 2y \geq 0$$

$$y(x - 2) \geq 2x - 4$$

$$y \geq \frac{2x - 4}{x - 2}$$

$$\sqrt{\pi} R = 6$$

$$L\pi K =$$

$$T\pi K = 9^2$$

$$L\pi K$$

$$2\pi K$$

$$4\pi$$

$$9\pi R$$

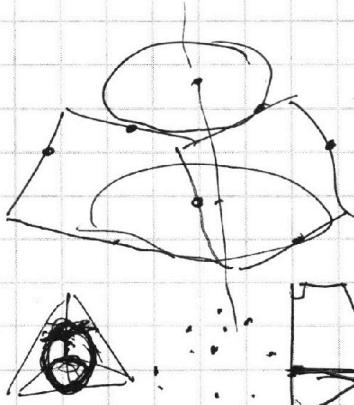
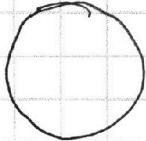
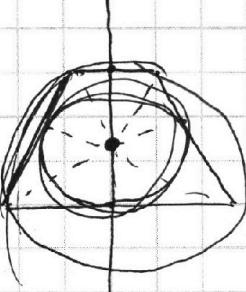
$$(x - 2)(y - 2) \geq 0$$

$$xy - 2 \cos L - 2 \sin L \geq 0$$

$$y \geq \frac{2 \sin L}{(x - 2 \cos L)}$$

$$x - 2 \cos L \neq 0$$

$$y \geq 2 \sin L$$



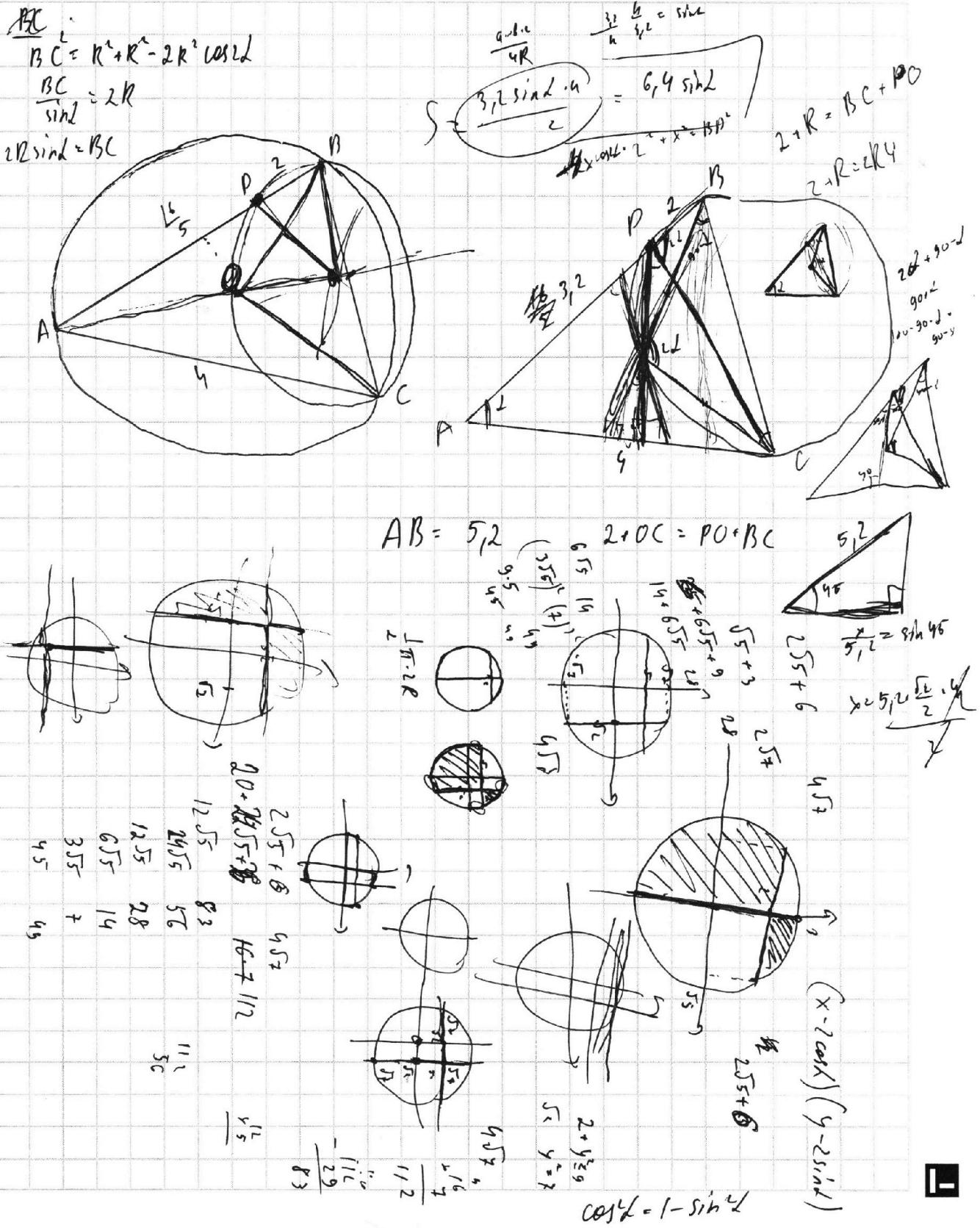
—

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \begin{array}{r} 1111 \\ 2222 - 2 \cdot 1111 \\ 3333 - 3 \cdot 1111 \\ 4444 - 4 \cdot 1111 \\ 5555 - 5 \cdot 1111 \\ 6666 - 6 \cdot 1111 \\ 7777 - 7 \cdot 1111 \\ 8888 - 8 \cdot 1111 \\ 9999 - 9 \cdot 1111 \end{array}$$

$$B = \begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 111 \\ 1111 \end{array}$$

$$C = \begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$

$$C_4 \cdot C_3$$

A · B · C - квадрат.

$$1111 = 101 \cdot 11$$

$$A = \begin{array}{r} 101 \cdot 11 \\ \hline 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\text{раз } ABC - \text{ кв} \Rightarrow \text{раз } A : 11 \Rightarrow B : 101$$

$$B = \begin{array}{r} 101 \\ 202 \\ 303 \\ 404 \\ 505 \\ 606 \end{array}$$

$$C : 11 \Rightarrow C = 55$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 202 \\ 303 \\ 404 \\ 505 \\ 606 \\ 707 \\ 808 \\ 909 \end{array}$$

$$55 = 101 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \end{array}$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y \cdot 3} + \frac{1}{xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \cancel{\frac{1}{x}} + \cancel{\frac{1}{xy}} + \frac{1}{y \cdot 3} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{3y} + \frac{1}{3y} = \frac{2}{3y}$$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{9y+x}{3xy}$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = 27y^3 - y^3 - 27y^2 =$$

$$3x + 3y = 9y + x$$

$$2x = 6y$$

$$x = 3y$$

$$K = \frac{1}{3y} + \frac{1}{y} + \frac{1}{3y^2} = \frac{y}{3y^2} + \frac{3y}{3y^2} + \frac{1}{3y^2} = \frac{4y+1}{3y^2}$$

$$M = 27y^3 - y^3 - 27y^2 = 27y^2(y-1-y^2) = 27y^2(27(y-1)-y) = 27y^2(27y-27-y) = 27y^2(26y-26)$$

$$= 1y^2(26y-26) = 1y^2(26y-26)$$

$$y = 0$$

$$y = \frac{26-2}{26} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

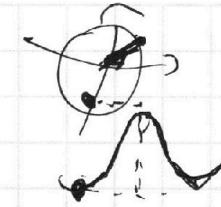
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(y+3)(x-3)}$$

$$2\pi x = -\pi y + \pi x$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+x+1}{(y+3)(x-3)}$$

$$x^3 + x^2y + xy^2 - yx^2 - y^3 - y^2$$



$$(y+3)(x-3) = xy$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \gamma \quad \sin \alpha = \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$xy - 3y + 3x - 9 = xy$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \gamma + \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$\cancel{xy} - 3y + 3x - 9 = 0$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$x = y+3$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \gamma + \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy$$

$$\sin \alpha = \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$= (y+3-y)(y^2 + 3y + y^2) - 9(y^2 + 3y)$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$= 3(y^2 + 6y + 9 + y^2 + 3y + y^2) - 9(y^2 + 3y)$$

$$\cos(\pi - (\pi y - \pi x)) = \cos(\pi - \pi y + \pi x)$$

$$= 3(3y^2 + 9y + 9) - 9y^2 - 27y = 9y^2 + 27y + 27 - 9y^2 - 27y = 27$$

$$\cos(\pi - (\pi y - \pi x)) = \cos(\pi - \pi y + \pi x)$$

$$x \ y \quad ( \sin \pi x - \sin \pi y ) \sin \pi x = ( \cos \pi x + \cos \pi y ) \cos \pi x$$

$$\sin \pi x - \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \sin \pi y = \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$(\pi - 2\pi x)^2 = \pi y - \pi x$$

$$-\cos 2\pi x = \sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$(\pi - 2\pi x)^2 = \pi x - \pi y$$

$$-\cos 2\pi x = +\cos(\pi x - \pi y)$$

$$(\pi - 2\pi x)^2 = 1 - 2x = x - y$$

$$\cos(\pi - 2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\arccos \frac{\pi}{4} + \arccos \frac{\pi}{9} < 2\pi$$

$$1 - 2x = -y$$

$$0 < \arccos \frac{\pi}{4} < \pi$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\arccos \frac{\pi}{9} < \pi$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\arccos \frac{\pi}{4} < \pi$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\arccos \frac{\pi}{9} < \pi$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\left( \arccos \frac{\pi}{4} < \pi \right)$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\arccos \frac{\pi}{9} < \pi$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\left( \arccos \frac{\pi}{4} < \pi \right)$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\left( \arccos \frac{\pi}{9} < \pi \right)$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\left( \arccos \frac{\pi}{4} < \pi \right)$$

$$1 - 2x = -y$$

$$\left( \arccos \frac{\pi}{9} < \pi \right)$$

$$1 - 2x = -y$$