



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - четырехзначное число из одинаковых цифр $\Rightarrow$ оно либо 1111, 2222, 3333, 4444, 5555, 6666, 7777, 8888, 9999, заметим, что все эти числа - произведения 1111 на цифру:

$$1111 = 1111 \cdot 1; 2222 = 1111 \cdot 2; 3333 = 1111 \cdot 3; 4444 = 1111 \cdot 4; 5555 = 1111 \cdot 5; 6666 = 1111 \cdot 6; 7777 = 1111 \cdot 7; 8888 = 1111 \cdot 8; 9999 = 1111 \cdot 9 \Rightarrow \text{раз } 1111 = 101 \cdot 11 =$$

число A всегда кратно 101 и 11 - простое число и 11 - простое число

Это же произведение A·B·C - было в квадратах, надо чтобы в нем было четное количество простых множителей.

Т.к C - двузначное, оно не делится на 101, значит B делится на 101, а раз в нем есть хотя бы единица, значит

B = 101 (т.к. другие трехзначные числа кратные 101 не содержат единиц:

202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909)

Теперь в A·B·C два множителя 101, но только 1 множитель 11 $\Rightarrow$ число C кратно 11 (т.к. B ни у нас не было, а в A только один раз 11 (1111 = 101 · 11)). Раз в C есть 5 $\Rightarrow$ C = 55 (кратное 11)

Теперь в A·B·C есть 2 множителя 101, 2 множителя 11, 1 множитель 5 $\Rightarrow$ A : 5 $\Rightarrow$ A = 5555

$$A = 5555 = 101 \cdot 11 \cdot 5$$

$$B = 101 = 101$$

$$C = 55 = 11 \cdot 5$$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 5^2 - \text{подходит.}$$

другой трюк из нашего вида (т.к. 1111 = 101 · 11, B - трехзначное с 1; C - двузначное с 5, A: 1111 всегда) (см. выше)

Ответ: A = 5555 B = 101 C = 55



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K_1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$$

~~$$K_2 = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$~~

$$K_1 = K_2 \text{ (по условию)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} + \frac{1}{xy} = \frac{y+3}{(x-3)(y+3)} + \frac{x-3}{(x-3)(y+3)} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

~~$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)}$$~~

~~$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$~~

Т.к. $x+y+1 > 0$ (т.к. x и y - полож.)

$$(x-3)(y+3) = xy$$

$$xy + 3x - 3y - 9 = xy$$

$$x = y + 3$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy = (y+3-y)((y+3)^2 + y(y+3) + y^2) - 9(y+3)y = 3(y^2 + 6y + 9 + y^2 + 3y + y^2) - 9y^2 - 27y =$$

$$= 3(3y^2 + 9y + 9) - 9y^2 - 27y = 9y^2 + 27y + 27 - 9y^2 - 27y = 27$$

$$M = 27 \Rightarrow M = 27 \text{ верна}$$

Ответ: ~~27~~

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

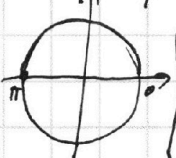
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

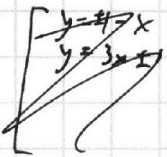
$$\begin{aligned} (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x &= (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \\ \sin^2 \pi x - \sin \pi y \cdot \sin \pi x &= \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x \\ \cos^2 \pi x - \sin \pi x &= -(\cos \pi y \cdot \cos \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x) \\ + \cos 2\pi x &= -\cos(\pi y - \pi x) \\ \cos 2\pi x &= \cos(\pi y - \pi x) \quad \cos(2\pi x) = \cos(\pi y - \pi x + \pi) = \cos(\pi y - \pi x + \pi) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi y + \pi x \\ 2\pi x = \pi + \pi y - \pi x \\ 2\pi x = \pi y - \pi x + \pi \\ 2\pi x = \pi y + \pi x - \pi \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = -1 - y + x \\ 2x = 1 + y - x \\ 2x = y - x + 1 \\ 2x = -y + x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 - x \\ y = 3x + 1 \\ y = 3x - 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$

а) Ответ: $(k; 1-k) (k; 3k+1) (k; 3k-1) (k; -k-1)$

б) $\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi$



$$\begin{cases} -1 < \frac{x}{4} < 1 \\ -1 < \frac{y}{9} < 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 < x < 4 \\ -9 < y < 9 \end{cases}$$


$$\begin{cases} y = 1-x \\ y = 3x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 < x < 4 \\ -9 < 1-x < 9 \\ -9 < -1-x < 9 \\ -9 < 1+3x < 9 \\ -9 < -1+3x < 9 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 < x < 4 \\ 10 > x \geq 8 \\ 8 > x \geq 10 \\ -10 < 3x < 8 \\ -8 < 3x < 10 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 < x < 4 \\ 10 > x > -8 \\ 8 > x > -10 \\ -\frac{10}{3} < x < \frac{8}{3} \\ -\frac{8}{3} < x < \frac{10}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow x \in (-10; 10)$
↓
19 решений

в) Ответ: 19



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 билета - в начале, x в конце, y - кол-во сгорающих лампочек

$3,5 P_1 = P_2$ ~~$P_1 = \frac{4}{y} \cdot \frac{4-1}{y-1} = \frac{12}{y(y-1)}$~~

$P_2 = \frac{x}{y} \cdot \frac{x-1}{y-1}$

~~$3,5 \cdot \frac{12}{y(y-1)} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x-1}{y-1}$~~ $3,5 \cdot 12 = x(x-1)$

$42 = x^2 - x$

$x^2 - x - 42 = 0$

$D = 1 + 42 \cdot 4 = 169 = 13^2$

$x = \frac{1 \pm 13}{2}$, $x > 0 \Rightarrow x = 7$, в конце стало 7 билетов

Ответ: 7 билетов в конце месяца



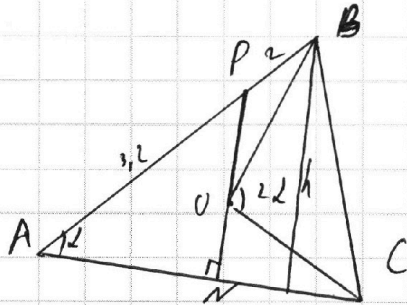
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:
 $AP = 3,2$
 $PB = 2$
 $AC = 4$
 $BO = OC = R$

$$AB = AP + PB = 5,2$$

$$BO = OC \Rightarrow \angle CBO = \angle BCO ; \text{ так как } \angle BAC = 2 \Rightarrow \angle COB = 2 \angle \text{ как центральный } \angle OBC = \frac{1}{2}(180 - 2 \angle) = 90 - \angle$$

$$\angle CPO = \angle OBC \text{ (т.к. отрезки на одну дугу)} = 90 - \angle$$

$$\angle BPC = \angle BOC \text{ (т.к. отрезки на одну дугу)} = 2 \angle \Rightarrow \angle OPB = 90 - \angle + \angle = 90 + \angle$$

$$\angle OPA = 180 - \angle OPB = 180 - 90 - \angle = 90 - \angle \Rightarrow \angle PNA = 180 - (90 - \angle) - \angle = 90^\circ$$

Т.О лежит на пересечении серединных перпендикуляров $\Rightarrow$ прямая PN - перпендикулярна $AC \Rightarrow$ она - серединный перпендикуляр $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AN = NC = \frac{AC}{2} = 2$$

$$PN = \sqrt{AP^2 - AN^2} \text{ (по т. Пиф)} = \sqrt{3,2^2 - 4} = \sqrt{6,24}$$

$$\frac{PN}{h} \text{ , где } h - \text{ высота } \frac{PN}{h} = \frac{AP}{AB} = \frac{3,2}{5,2} \Rightarrow h = \frac{PN}{3,2} \cdot 5,2 = \frac{\sqrt{6,24} \cdot 5,2}{3,2}$$

$$S = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot \sqrt{6,24} \cdot 5,2}{2 \cdot 3,2} = \frac{\sqrt{6,24} \cdot 5,2}{10 \cdot 16,84} = \frac{\sqrt{6,24} \cdot 13}{4 \cdot 10} = \frac{\sqrt{78} \cdot 13}{10}$$

$$S = 1,3 \sqrt{78}$$

Ответ: $1,3 \sqrt{78}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

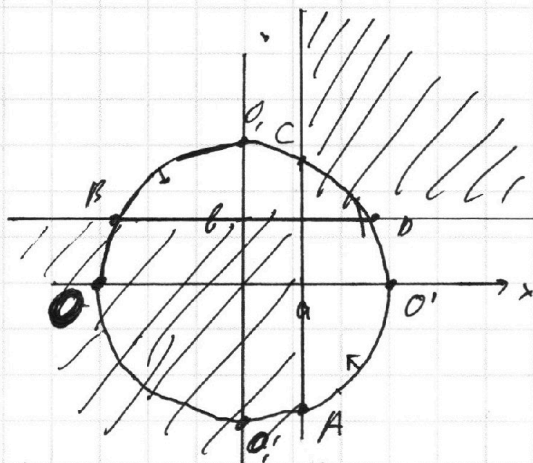
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x-2\cos L)(y-2\sin L) \geq 0 \\ x^2+y^2 \leq 9 \end{cases}$$

$x^2+y^2 \leq 9$ — ~~окружность~~ с центром $(0;0)$ и радиусом 3

в неравенстве $(x-2\cos L)(y-2\sin L) \geq 0$ когда $x > 2\cos L$, скобка 1 положительна, иначе отрицательна, аналогично 2 скобки и $y > 2\sin L$



Отметим на координат.плоск. $x=a=2\cos L$ по оси x и $y=b=2\sin L$ по оси y заштрихован область, где неравенство $(x-2\cos L)(y-2\sin L) \geq 0$ выполняется. Рисуем параллельную окружность и заштриховываем плоскость.

Заметим, что если мы повернем координаты, заменим x на y , то получим те же значения в форме фигур, изменившись только ее расположение, т.к. $\cos L$ и $\sin L$ зависят друг от друга. ~~Каждому значению L соответствует одна пара $(\cos L, \sin L)$ и наоборот. Значит, для каждого значения L мы получим одну и ту же фигуру, только смещенную. Значит, мы можем считать, что $L=0$, т.е. $\cos L=1$ и $\sin L=0$. Тогда фигура — это часть круга $x^2+y^2 \leq 9$ в первом и третьем квадрантах. Длина дуги AB равна $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 = 3\pi$.~~

Заметим, что длина фигур, лежащих на окружности $(AB+CD) = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3$ всегда. Т.к. $OB=DO'$; $O,C=O',A$, $OO'+O'O' = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ раз O',A $CD+DO' = O,C+CD+DO' = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 \Rightarrow BA+CD = (\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3) \cdot 2 = 3\pi$

Остаток понять, когда максимальны $BD+CA$. А оно максимум при $\cos L = \sin L = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Т.к. тогда $BD=CA$ и у них будет макс. длина. Тогда $=5\sqrt{2}$; $b=5\sqrt{2} \Rightarrow BD=CA=2\sqrt{2}$
 $BD+CA = 4\sqrt{2}$

$$M = BA_{(yup)} + CD_{(yup)} + BD+CA = 4\sqrt{2} + 3\pi, \text{ при } L = \frac{\pi}{4}k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: максимальное значение $M = 4\sqrt{2} + 3\pi$, при $L = \frac{\pi}{4}k, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

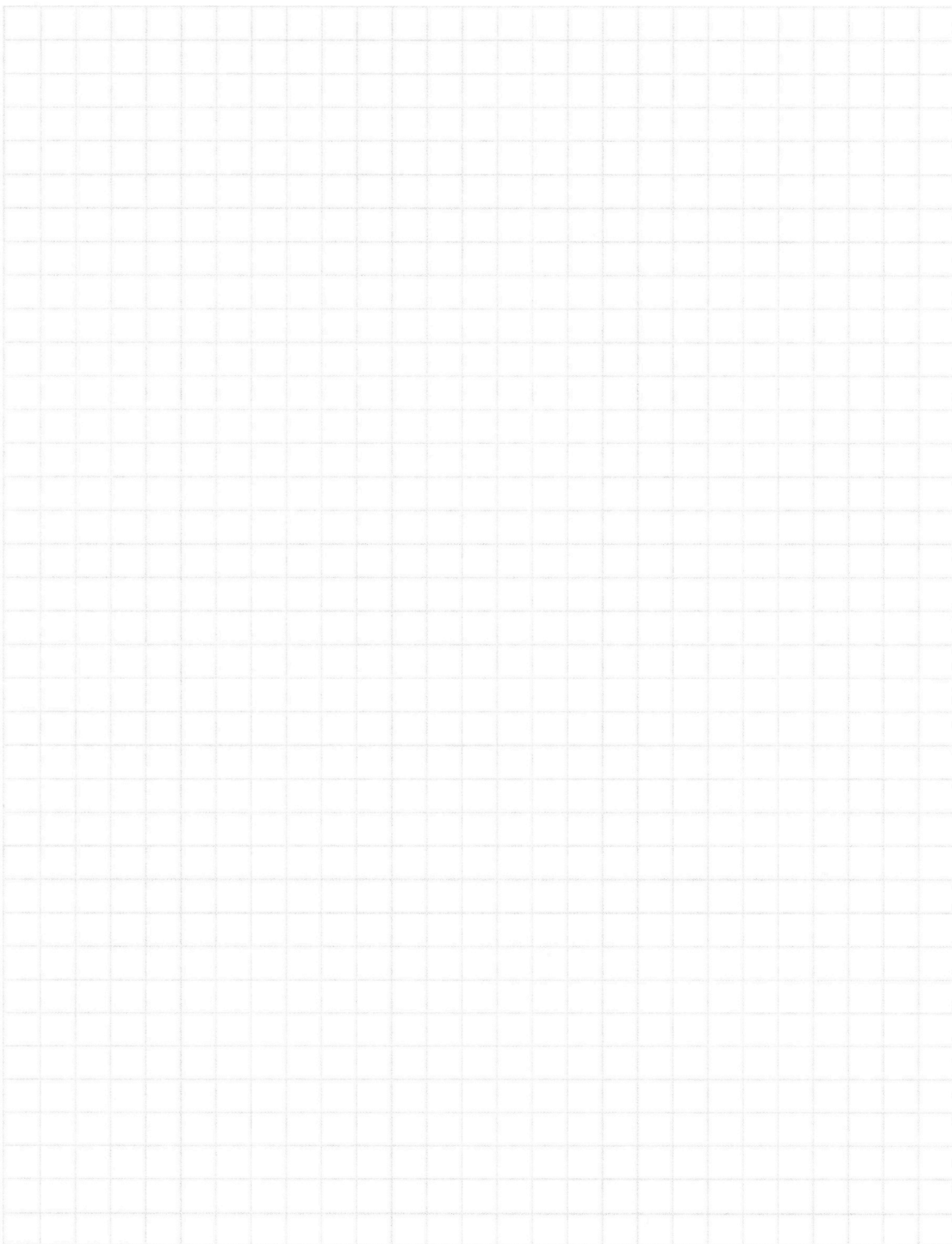
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

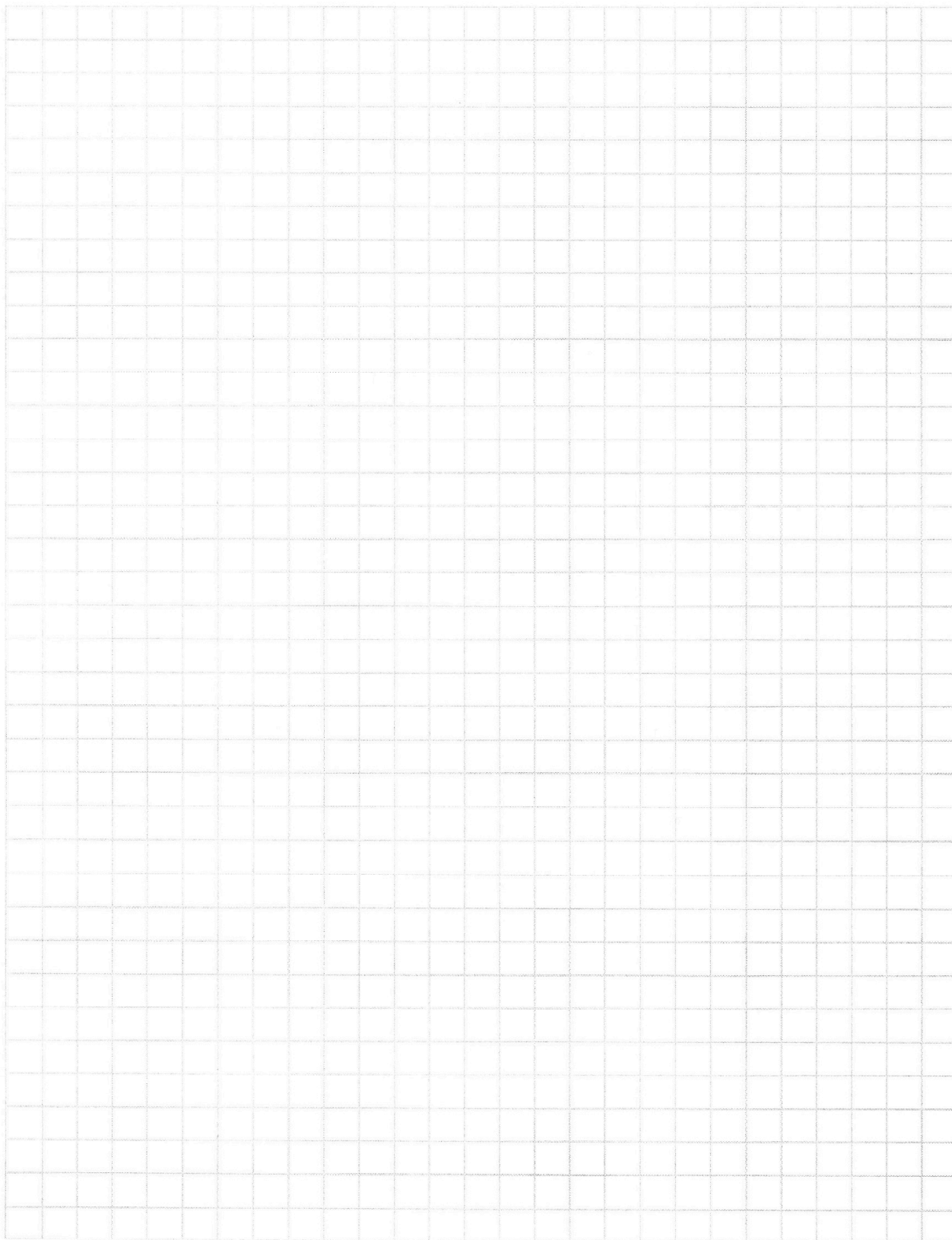
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x-2\cos 2)(y-2\sin 2) \geq 0 \\ x^2+y^2 \leq 9 \end{cases} \text{р. 3}$$

$$xy \geq x-2\sin 2-2\cos 2y$$

$$\min_{x,y} (x-2\cos 2)(y-2\sin 2)$$

$$(x-2)(y) \geq 0$$

$$xy-2y \geq 0$$

$$x(y-2)$$

$$(x-2)(y-2) \geq 0$$

$$xy-2x-2y+4 \geq 0$$

$$y(x-2) \geq 2x+4$$

$$y \geq \frac{2x+4}{x-2}$$

$$\text{Take } \sqrt{R} = a$$

$$R^2 = a^2$$

$$2\pi R$$

$$4a$$

$$9\pi R$$

$$(x-2)(y-$$

$$xy-2\cos 2y-2\sin 2x+4\cos 2\sin 2 \geq 0$$

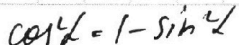
$$y(x-2\cos 2)-2\sin 2(x-2\cos 2) \geq 0$$

$$y \geq \frac{2\sin 2(x-2\cos 2)}{(x-2\cos 2)}$$

$$x-2\cos 2 \neq 0$$

$$y \geq 2\sin 2$$

$$AB+CD = AD+BC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A - \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & -2 \cdot 1111 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & -3 \cdot 1111 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & -4 \cdot 1111 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & -5 \cdot 1111 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & -6 \cdot 1111 \\ 7 & 7 & 7 & 7 & -7 \cdot 1111 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & -8 \cdot 1111 \\ 9 & 9 & 9 & 9 & -9 \cdot 1111 \end{array}$$

$$1111 = 101 \cdot 11$$

$$A = \begin{array}{c} 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \\ 101 \cdot 11 \end{array}$$

$$B - \begin{array}{ccc} 1 & & \\ 1 & & \\ 1 & & \end{array}$$

$$C - \begin{array}{cc} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{array}$$

A · B · C - квадраты

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

$$\text{пусть } ABC - \text{кв} \Rightarrow \text{пусть } A: 101 \Rightarrow B: 101$$

$$B = 101$$

$$\begin{array}{c} 202 \\ 303 \\ 404 \\ 505 \\ 606 \\ 707 \\ 808 \\ 909 \end{array}$$

$$C: 11 \Rightarrow C = 55$$

$$55 = 11 \cdot 5$$

$$101 = 101 \cdot 1$$

$$101 \cdot 11 \cdot 5$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{\frac{x}{3}} + \frac{1}{\frac{y}{3}} + \frac{1}{xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{3}{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{3y}{xy} + \frac{3x}{xy} + \frac{1}{xy} = \frac{3y + 3x + 1}{xy}$$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{3y+x}{3xy}$$

$$3x + 3y = 3y + x$$

$$2x = 6y$$

$$x = 3y$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = 27y^3 - y^3 - 27y^2 =$$

$$= 26y^3 - 27y^2 = y^2(26y - 27)$$

$$K = \frac{1}{3y} + \frac{1}{y} + \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3y^2} + \frac{3y}{3y^2} + \frac{1}{3y^2} = \frac{4y+1}{3y^2}$$

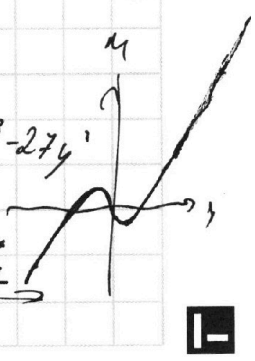
$$M = 27y^3 - y^3 - 27y^2 = 27y^2(y-1) - 27y^2 = y^2(27(y-1) - 27) = 26y^3 - 27y^2$$

$$26 \cdot 3y^2 - 27 \cdot 2y = 0$$

$$y(26 \cdot 3y - 27 \cdot 2) = 0$$

$$y = \frac{27 \cdot 2}{26 \cdot 3} = \left(\frac{9}{13}\right)$$

$$y = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

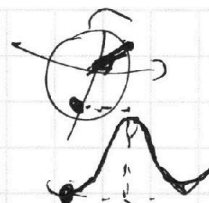
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(y+3)(x-3)}$$

$$2\pi x = -\pi y + \pi x$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+x+1}{(y+3)(x-3)}$$

$$x^2 + y^2 + xy^2 - y^2 - y^2 - y^2$$



$$(y+3)(x-3) = xy$$

$$xy - 3y + 3x - 9 = xy$$

$$x - y - 3 = 0$$

$$2x = y - x + 1$$



$$\cos \cos = \cos \cos$$

$$\sin^2 d = \sin^2 d \cos^2 d$$

$$\cos^2 d - \sin^2 d$$

$$\cos^2 d - \sin^2 d$$

$$x = y + 3$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy = -1$$

$$= (y+3-y)(y+3)^2 + (y+3)y + y^2 - 9(y+3)y$$

$$= 3(y^2 + 6y + 9 + y^2 + 3y + y^2) - 9(y^2 + 3y)$$

$$= 3(3y^2 + 9y + 9) - 9y^2 - 27y = 9y^2 + 27y + 27 - 9y^2 - 27y = 27$$

$$\sin \pi x - \sin \pi y = \sin \pi x \cos \pi y - \cos \pi x \sin \pi y$$

$$\sin^2 \pi x - \sin^2 \pi y = \cos^2 \pi x + \cos^2 \pi y - \cos^2 \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y$$

$$-\cos 2\pi x = \sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(\pi - 2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\pi - 2\pi x = \pi x - \pi y$$

$$\pi - 2\pi x = \pi y - \pi x$$

$$1 - 2x = x - y$$

$$1 - 2x = y - x$$

$$y + x = 1$$

$$y = 3x - 1$$

$$y = 1 - x$$

$$\arccos \frac{x}{9} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi$$

$$0 < \arccos x < \pi$$

$$\arccos \frac{x}{9} < \pi$$

$$\arccos \frac{y}{9} < \pi$$

$$\arccos \frac{x}{9} < \pi$$

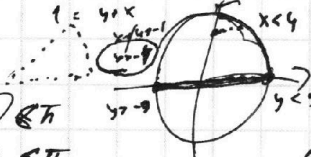
$$\arccos \frac{1-x}{9} < \pi$$

$$\frac{x}{9} > -1$$

$$x > -9$$

$$x > -9$$

$$-4x < 10$$



$$(k; 3k-1)$$

$$(k; 1-k)$$

$$1 - \pi x + \pi y$$

$$2x = -1 + y - x$$