МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
   - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x =$ $= (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

   б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
   $$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$
4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1, описанной около остроугольного треугольника ABC. Окружность ω_2, описанная около треугольника BOC, пересекает отрезок AB в точке P. Найдите площадь треугольника ABC, если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
   $$\begin{cases} (x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 9. \end{cases}$$
   Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α, при которых оно достигается.
7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.

Такое число A: оно составлено из 4-х одинаковых цифр $\Rightarrow$ делится на 1111, $A = a \cdot 1111$, где $a \in [1,9]$, но $1111 = 11 \cdot 101$ – это простые числа, $A \cdot B \cdot C$ явл. квадратом $\Rightarrow$ либо B, либо C делится на 101, но 101 – простое, а C – 2-значное $\Rightarrow B \vdots 101$, B 3-значн. $\Rightarrow B$ имеет вид: $\overline{b0b}$, но по условию в B есть одна цифра 1, откуда следует, что единств. возможный вариант: $B = 101$. Также одно из чисел должно делиться на 11 (либо B, либо C) т.к. $A \not\vdots\, 11^2$ т.к. $A = a \cdot 101 \cdot 11$, $a \in [1,9]$, но $B = 101$ $\Rightarrow C \vdots 11 \Rightarrow C$ имеет вид: $\overline{cc}$, но в C есть цифра 5 по усл. $\Rightarrow C$ определяется однозначно: $C = 55 = 5 \cdot 11$, выполняются первые 3 усл., осталось 4-ое: $A \cdot B \cdot C = a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 5 \cdot 11 = x^2$, откуда следует, что $a = 5 \cdot y^2$, но $a \in [1,9] \Rightarrow y = 1$, $a = 5$, тогда единств. возможная тройка чисел, удовл. условию: $A = 5 \cdot 101 \cdot 11 = 5555$, $B = 101$, $C = 55$, тогда ответ: $(5555, 101, 55)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{x+y+1}{xy}$, также заметим, что если мы x ~~увел~~ уменьш. на 3, а y увелич, то знач. $x+y$ не изменится. Запишем условие, что K не изменилось: $\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$, откуда

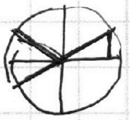
следует, что: 1) $x+y+1=0$, $x+y=-1$, 2) $xy=(x-3)(y+3)=$
$=3x-3y+xy-9 \iff x-y-3=0$, $x=y+3$

Рассмотрим оба этих случая: 1) $x+y=-1$, $\cancel{x=-(y+1)}$,
$\cancel{x^3-y^3-9xy=y^3}$, но этот случай невозможен, поскольку x, y - положит., $x+y=-1$ $\varnothing$ - не имеет реш.
2) $x=y+3$: $x^3-y^3-9xy = y^3+9y^2+27y+27-y^3-9y(y+3)=$
$y^3+9y^2+27y-y^3-9y^2-27y+27=27$ - это единственный вар-т.
Ответ: $x^3-y^3-9xy=27$

а) $(\sin\pi x - \sin\pi y)\sin\pi x = (\cos\pi x + \cos\pi y)\cos\pi x \Leftrightarrow$

$\sin^2\pi x - \sin\pi y\sin\pi x = \cos^2\pi x + \cos\pi y\cos\pi x \Leftrightarrow$

$\sin^2\pi x - \cos^2\pi x = \cos\pi y\cos\pi x + \sin\pi x\sin\pi y \Leftrightarrow$



$-\cos 2\pi x = \cos(\pi(x-y)) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\pi x - \pi(x-y) = 2\pi k + \pi,\ k\in\mathbb{Z}\ (1) \\ 2\pi x + \pi(x-y) = 2\pi l + \pi,\ l\in\mathbb{Z}\ (2) \end{array}\right.$

1) $2\pi x - \pi(x-y) = 2\pi k + \pi \Leftrightarrow 2x - x + y = 2k+1 \Leftrightarrow x + y = 2k+1,\ k\in\mathbb{Z}$

2) $2\pi x + \pi(x-y) = 2\pi l + \pi \Leftrightarrow 2x + x - y = 2l+1,\ l\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow 3x - y = 2l+1,\ l\in\mathbb{Z}$

Тогда, подходят все пары (x,y), удовл. усл.:
$(x,\ 2k+1-x)$, $x\in\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{Z}$, $(x,\ 3x-2l-1)$, $x\in\mathbb{R}$, $l\in\mathbb{Z}$, (т.к. по условию, x,y — действит.

б) Целые x, y, $\left[\begin{array}{l} x+y = 2k+1,\ k\in\mathbb{Z} \\ 3x-y = 2l+1,\ l\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$, заметим, что если выполн. 1-ое, то и 2-ое тоже выполн. и наоборот (если $x+y$ — нечет, то и $3x-y$ — нечет, т.к. $x \equiv_2 3x$, $y \equiv_2 -y$)
$\Rightarrow$ любые целые x, y такие, что $x+y$ — неч. подходят
Заметим, что ф-ия arccos может принимать значения $[0, \pi]$
$\Rightarrow$ нам не подх. только вар-ты, когда $\cos\frac{x}{4} = -1$, $\cos\frac{y}{9} = -1$
$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} = 2\pi k + \pi, & k\in\mathbb{Z} \\ \frac{y}{9} = 2\pi l + \pi, & l\in\mathbb{Z} \end{cases}$, но тогда слева — рац, а справа — упр.
$\Rightarrow \nexists$ такой пары целых (x,y), что $\arccos\frac{x}{4} + \arccos\frac{y}{9} = 2\pi$
$\Rightarrow \forall (x,y)$, $x,y\in\mathbb{Z}$, $x+y$ — нечет. подходит $\Rightarrow$ таких пар бесконечно много

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 1-ый случай - начало месяца, всего вар-в раздать 4 билета по 11-кл-м: C_S^4 где S - кол-во 11-класс-в. Подходящие нам вар-ты - это когда у Пети и Васи есть билет, => осталось раздать 2 ост-ся билета по $S-2$ 11-кл-м => таких вар-в: C_{S-2}^2 => вероятность: $\frac{C_{S-2}^2}{C_S^4} = \frac{(S-2)! \cdot 4! \cdot (S-4)!}{2! \cdot (S-4)! \cdot S!} =$

$= \frac{4 \cdot 3}{S \cdot (S-1)} = P_1$

Посчитаем вер-ть после добавления новых билетов, пусть их стало n, тогда по аналогичной ф-ле мы можем посчитать новую вер-ть:

$$P_2 = \frac{C_{S-2}^{n-2}}{C_S^n} = \frac{(S-2)! \cdot n! \cdot (S-n)!}{(n-2)!(S-n)! \cdot S!} = \frac{n \cdot (n-1)}{S(S-1)}.$$

Но из условия нам дано, что $P_2 = 3{,}5 P_1$ <=>

$$\frac{n(n-1)}{S(S-1)} = 3{,}5 \cdot \frac{4 \cdot 3}{S(S-1)} \Leftrightarrow n(n-1) = 42 \Leftrightarrow n^2 - n - 42 = 0,$$

$D = 1 + 168 = 169 \quad n = \frac{1 \pm 13}{2} = 7$ ($n=-6$ - пост. корень)

Тогда ответ: в конце месяца было выделено 7 билетов

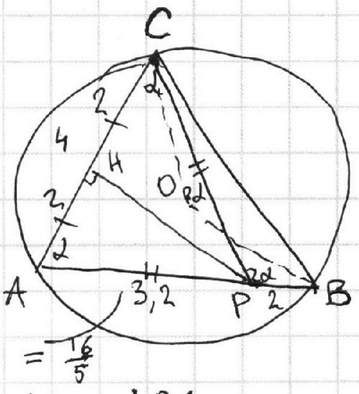
Примечание: нум. C_n^k - количество сочетаний

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что 4-х-угольник

OCBP - впис (по условию)

$\Rightarrow \angle COB = \angle CPB$, но $\angle COB$
$= 2\angle A = 2\alpha$ $(\angle A = \alpha)$
т.к. O - ц. опис окр.-сти $\triangle ABC$

$\Rightarrow \angle CPB = 2\alpha$, но $\angle CPB$ внеш
для $\triangle APC$ и $\angle CPA \Rightarrow$ ~~$\angle ACP$~~ $\angle ACP + \angle A = \angle CPB$,
$\Rightarrow \alpha + \angle ACP = 2\alpha \Rightarrow \angle ACP = \alpha \Rightarrow \triangle ACP$ - равнобедр

$\Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{2}{3{,}2}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{100}{16^2}} = \sqrt{\frac{156}{256}} = \frac{\sqrt{156}}{16}$

Тогда $S_{ABC} = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot AC \cdot AB = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{156}}{16}\cdot 4 \cdot 5{,}2 = \frac{\sqrt{39}}{32}\cdot 1{,}3 \cdot 32 =$
$1{,}3\cdot\sqrt{39}$

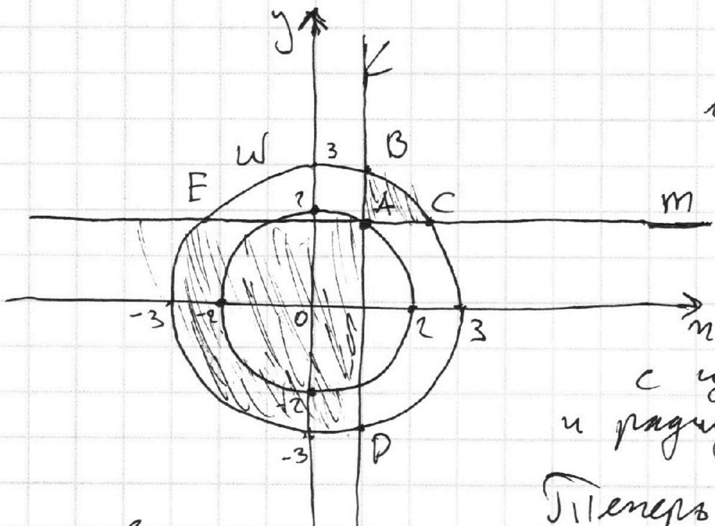
Прим: $\cos\alpha = \frac{AC}{2AP} = \frac{10}{16}$, т.к. $\triangle ACP$ - равнобед, PH - высота/мед/бисс. в нем, $\triangle APH$ - п/у, $AH = \frac{AC}{2}$, т.к. PH - медиана.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Вначале рассмотрим второе нер-во в системе: оно тожд-но тому, что все точки, удовл. этому нер-ву, лежат внутри или на границе окр-ти с центром в начале корд. и радиусом 3. ω

Теперь обсудим 1-ое нер-во: проведем окр-ть с рад. 2 и ц-м в начале коорд, на ней выберем т. A угол, обр-й лучами [OA) и осью x - и будет наш угол α, тогда коорд. т. A будут $(2\cos\alpha, 2\sin\alpha)$ проведем из т. A прямые l и m $\parallel$ осям y и x соотв. $\{B, D\} = l \cap \omega$, $\{C, E\} = m \cap \omega$

Заметим, что нам подх. точки, которые нах-ся „выше" m и „правее" l или те, которые „ниже" m и „левее" l: - область удовл. системе, заштрихована на рисунке, это „кусок" BAC и „кусок" EAD. Заметим, что $\cup BC + \cup DE = 180^\circ$ т.к. $\angle EAD = \angle BAC = 90^\circ$ => длина 2-х дуг, которые входят в периметр, нам необходимый, фиксирована и равна половине длины окр. ω => это: $\pi \cdot r = 3\pi$, => нам нужно максимизировать $CE + BD$. Заметим, что степень точки ~~A~~ A относ. окр-ти ω - фикс. и равна $3^2 - 2^2 = 5 = AC \cdot AE = AD \cdot AB$

Найдем абсциссу т. C: $\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha}$, тогда $CE = 2 \cdot \sqrt{9 - 4\sin^2\alpha}$ т.к. т. C и E симм. относ. y, аналогично $BD = 2\sqrt{9 - 4\cos^2\alpha}$ тогда $CE + BD = 2\left(\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha} + \sqrt{9 - 4\cos^2\alpha}\right)$, заметим, что по нер-ву м/у средним ар. и ср. квадр.:

$$\frac{\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha} + \sqrt{9 - 4\cos^2\alpha}}{2} \leq \sqrt{\frac{18 - 4(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}{2}} = \sqrt{7},$$ равенство выполняется при $\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha} = \sqrt{9 - 4\cos^2\alpha} \Rightarrow \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$, $|\sin\alpha| = |\cos\alpha|$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

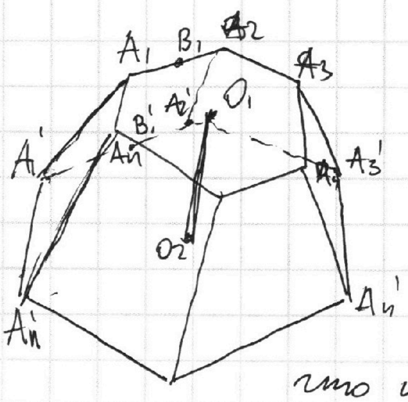
Такое возможно, например, при $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $CE + BD =$
$= 2\left(\sqrt{9-4\sin^2\alpha} + \sqrt{9-4\cos^2\alpha}\right) = 2 \cdot 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$, больше, как мы уже доказали, быть не может $\Rightarrow$ макс. знач. $M = 3\pi + 4\sqrt{7}$, достигается при $|\sin\alpha| = |\cos\alpha|$ $\Leftrightarrow$ $\alpha = \frac{\pi}{4}k$, $k \in \mathbb{Z}$ — ответ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

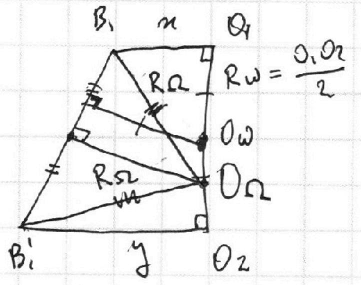
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

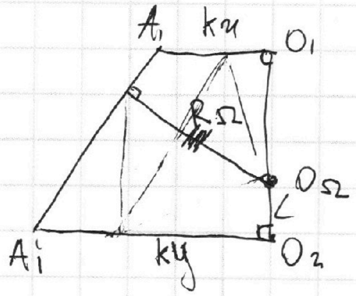


Назовем нашу правильную усеч. пирамиду $A_1A_2...A_nA_1'...A_n'$, где $A_1A_2...A_n$ – прав. многоуг. $A_1'A_2'...A_n'$ – тоже прав. n-уг,

Пусть их центры O_1 и O_2 – соотв.

Тогда из симметрии очевидно, что центры обеих шаров из усл. находятся на (O_1O_2) т.к. наша усеч. пирамида правильная, $(O_1O_2) \perp (A_1...A_n) \perp (A_1'...A_n')$. Отсюда следует, что O_ω – в середине отр. O_1O_2, т.к. кас. $(A_1A_2...A_n)$ и $(A_1'...A_n')$. Также из симм. очевидно, что Ω кас. ребер $A_1A_2 ... A_nA_1$, $A_1'A_2'...A_n'A_1'$ в серединах, пусть B_1 – сер A_1A_2, B_1' – сер $A_1'A_2'$ $O_\Omega B_1 = O_\Omega B_1'$, но ГМТ точек X таких, что $XB_1 = XB_1'$ – это пл-ть $\perp B_1B_1'$ и прох-ая ч/з середину B_1B_1'





Пусть $O_1B_1 = x$, $O_2B_1' = y$, $O_1O_2 = h$, $B_1'O_\omega$ – бисс $\angle B_1B_1'O_2$, B_1O_ω – бисс угла $\angle O_1B_1B_1'$ $\Rightarrow \angle B_1B_1'O_\omega + \angle O_\omega B_1B_1' = 90° \Rightarrow$ $\Delta B_1O_\omega B_1'$ – п/у $\Rightarrow B_1O_\omega^2 + B_1'O_\omega^2 = B_1B_1'^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+\frac{h^2}{2} = h^2 + (x-y)^2 \Rightarrow$ $\Leftrightarrow h^2 = 4xy$ пусть $O_2O_\Omega = l$, $y^2+l^2 = x^2+(h-l)^2 \Rightarrow y^2-x^2 = h^2-2hl$

$l = \frac{h^2+x^2-y^2}{2h} = \frac{4xy+x^2-y^2}{4\sqrt{xy}}$, $R\Omega = \sqrt{l^2+y^2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$aaaa = 11\cdot a\cdot 100 + 11\cdot a = 11\cdot a\cdot 101$ $\quad 11\cdot 101\cdot 11\cdot 101$

— — — 1 есть

$11\cdot 19 \quad 99\cdot 99$

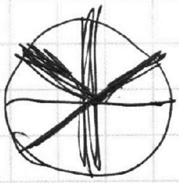
$\sin \pi n \cdot \cos\frac{\pi}{4}$

< 9 знаков

1111 · 1111 = 1234321

5.

$\cos 0 = 1$



$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$

$2\pi x = \pi + 2\pi k$

$x = k + \frac{1}{2}$

$x+y \quad \frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$

$\sin^2\pi x - \sin\pi y \cdot \sin\pi x = \cos^2\pi x + \cos\pi y\cdot\cos\pi x$

$\cos(\pi(x-y)) = -\cos(x$

$x=y$

$x+y=$

$\frac{C_{5-2}^{2}}{C_5^4 - \text{всех вар.}}$

1, 1, 3

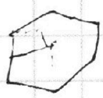
2 - 2, 6

$156 = 2\cdot 2\cdot 3\cdot 13$

$\frac{(5-2)!\cdot 4!\cdot(5-4)!}{2!\cdot(5-4)!\cdot 5!}$

$4\cdot 3{,}5 = 14\cdot 3 = 42$

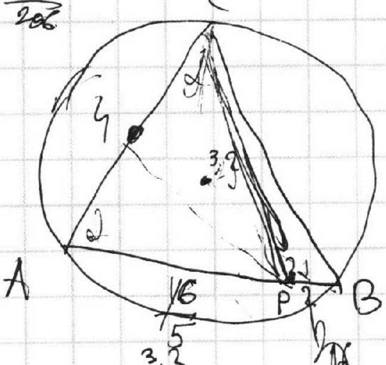
$\frac{156}{256}$

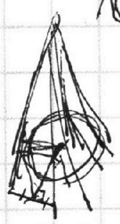


$\frac{13^2}{10^2}$ · 13 · 3

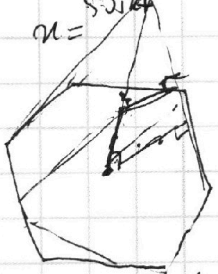
$2 \quad \frac{16}{5} \quad \frac{100}{256}$

$\frac{10}{16}$

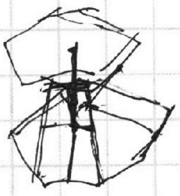




$x = 5\pi k$

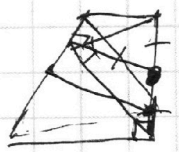


$\frac{2\cdot 6}{16} = \frac{10}{16} \quad \frac{\sqrt{156}}{16}$



$\frac{\sqrt{156}}{32}\cdot\frac{26}{5}\cdot 4 =$

$\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 4\cdot 13}{32\cdot 10}\sqrt{39}$



$1{,}3\sqrt{39}$

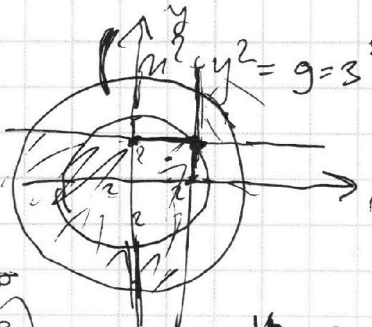
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

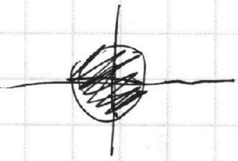
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^2+y^2=9=3^2$





$AC = 3-2\cos\alpha$

$AB = 3-2\sin\alpha$

$x^2+c^2=y^2+(h-c)^2$

$x^2=y^2+h^2-2hc$

$3-\sqrt{2}$

$5=$

$9-2\sqrt{2}$

$6-2\sin\alpha-2\cos\alpha$

$+\frac{5}{3-\cos\alpha}+\frac{5}{3-\sin\alpha}$

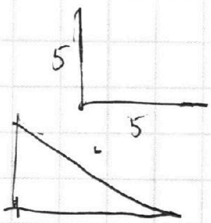
$\frac{9-6\cos\alpha+\cos^2\alpha}{3-\cos\alpha}$

$\frac{(9-3\sin\alpha-3\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha)(8-\sin\alpha-\cos\alpha)}{(3-\cos\alpha)(3-\sin\alpha)}$

$3-\sqrt{2}+3-\sqrt{2}+\frac{10}{3-\sqrt{2}}=\frac{10}{3-\sqrt{2}}+6-2\sqrt{2}=$

$\frac{a+b}{2}\le\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ $\quad 6+2\sqrt{5}$ $\quad 2(\sqrt{5}+\sqrt{2})\ \frac{10}{3-\sqrt{2}}$

$\frac{a^2+b^2+2ab}{4}\le\frac{a^2+b^2}{2}$ $\quad \frac{a^2+b^2-2ab}{4}\ge 0$ $\quad (\sqrt{5}+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$ $\quad 5$



$\frac{5}{3-\sin\alpha}+\frac{5}{3-\cos\alpha}\le 2\sqrt{5}+2\sin\alpha+2\cos\alpha$ $\quad 3{,}6\cdot 1{,}6$

$\sin\alpha+\cos\alpha+\frac{5}{\sin\alpha}+\frac{5}{\cos\alpha}$

$\le 2\sqrt{2}$

$\frac{\sin^2\alpha\cos\alpha+\sin\alpha\cos^2\alpha+5\sin\alpha+5\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$

$\ge 4\sqrt[4]{25}=4\sqrt{5}$

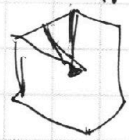
$\le \quad \sin\alpha,\cos\alpha$ $\quad 2\sqrt{9-4\sin^2\alpha}-2\cos\alpha$

$2\sqrt{9-4\cos^2\alpha}-2\sin\alpha$

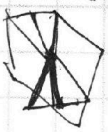
$\frac{y-x}{h}$

$h^2+(y-x)^2=x^2+y^2+\frac{h^2}{2}$

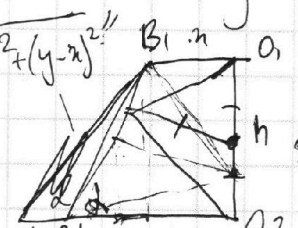
$\frac{18-4}{2}=2\sqrt{7}$



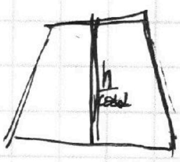
$2\sqrt{5}+6$

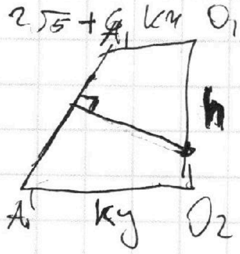


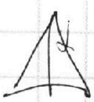
$\sqrt{h^2+(y-x)^2}$



$\frac{h}{2\cos\alpha}$







$h^2=4xy$

$\frac{h^2}{2}=2xy$