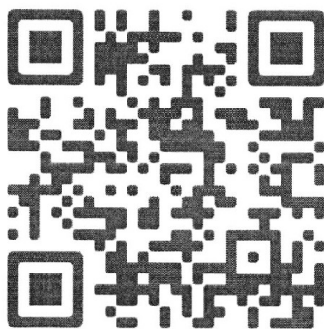
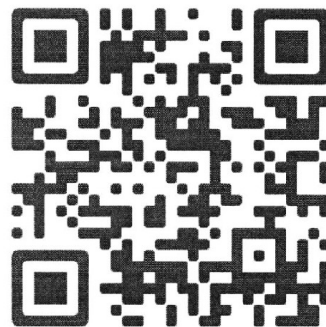




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Пегя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = a \cdot 1111$$

$$B = \overline{def}$$

$$C = \overline{xy}$$

$$\text{т.е. } A \cdot B \cdot C = D^2$$

разложим 1111 на простые множители

$$1111 = 101 \cdot 11$$

(101 и 11 простые)

Заметим, что 101 и C взаимно просты т.к. 101 простое, а $C < 100$, также 101 и a взаимно просты, $a < 10$

$\Rightarrow B : 101$ (чтобы произведение было квадратом)
степеней выходящих 101 - четные)

Тогда, чтобы в B была цифра 6 (по усл.) $B = 606$
($B = 1 \cdot 101 = 101$)

B и 11 взаимно просты $B = 6 \cdot 101$, ~~то~~ также a и 11

взаимно просты $\Rightarrow C : 11$ (чтобы 11 входило в четной степени)

$\Rightarrow C = k \cdot 11 = \overline{kk} \Rightarrow k = 3$ (т.к. в C есть 3)

$$C = \overline{33} \quad B = \overline{606} \quad A = a \cdot 1111$$

$$6 \cdot 3 \cdot a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 1111 = D^2 \Rightarrow 6 \cdot 3 \cdot a = \left(\frac{D}{1111} \right)^2$$

тогда $6 \cdot 3 \cdot a$ - квадрат откуда $a = 2$ (т.к. в 18, 2

входит в четной степени) $a = 2 \cdot b^2$ (т.к. $18 \cdot 2 = 6^2$)

$\Rightarrow b \in \mathbb{N}$ (т.к. при $b \geq 3$ $a \geq 10$) $\Rightarrow \begin{cases} a = 2 & (b=1) \\ a = 8 & (b=2) \end{cases}$

Ответ: $(A=2222, B=606, C=33)$, $(A=8888, B=606, C=33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{y+x+5}{xy}$$

если $x \rightarrow x-2, y \rightarrow y+2$

$$K = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)} \quad \text{т.е. } K \text{ не изменилось, то}$$

$$(x-2)(y+2) = xy$$

$$2x - 2y - 4 = 0$$

$$x = (y+2)$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } M &= x^3 y^3 - 6xy = (y+2)^3 y^3 - 6(y+2)y = \\ &= y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \end{aligned}$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \pi x \cdot \sin \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos \pi x \cdot \cos \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\sin(\pi x + \pi y) = \cos 2\pi x$$

$$\sin \pi(x+y) = \cos 2\pi x$$

$$\text{Тогда } \pi(x+y) = \frac{\pi}{2} - 2\pi x + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = \frac{1}{2} - 2x + 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 2k + \frac{1}{2} - 3x \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Аналог } \pi(x+y) = 2\pi x - \frac{3\pi}{2} + 2\pi l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = 2x - \frac{3}{2} + 2l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$y = x - \frac{3}{2} + 2l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$\text{а) Ответ: } \begin{cases} y = 2k + \frac{1}{2} - 3x & k \in \mathbb{Z} \\ y = x - \frac{3}{2} + 2l & l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

б) Так нас интересуют только целозначенные решения уравнения, то $x \in \mathbb{Z}$ и $y \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} y = 2k + \frac{1}{2} - 3x & k \in \mathbb{Z} \\ y = x - \frac{3}{2} + 2l & l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Заметим, что $2k - 3x \in \mathbb{Z}$, но прибавив $\frac{1}{2}$ мы получим не целое $\Rightarrow$ такие решения не подходят

Аналогично $x + 2l \in \mathbb{Z}$, но $-\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y$ не целое $\Rightarrow$ не годит.

Ответ: 0



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность, что Толя и Лёня, и Вася пойдут на концерт с углем ^(хор. набор) x одинадцатиклассников всего $x = \frac{C_{x-2}^2}{C_{x-1}^4} = \frac{4 \cdot 3}{(x-1)x} = p_1$

Тогда если билетов будет $a \geq 4$ (билетов после увеличения) ^(хор. набор)

$$\text{вероятность} = \frac{C_{x-2}^{a-2}}{C_x^a} = \frac{a!}{(a-2)!} = \frac{a(a-1)}{(x-1)x} = p_2$$

По условию $p_2 = 6p_1 \Rightarrow a(a-1) = 6 \cdot 12 = 72 = 9 \cdot 8$

$$\Rightarrow a = 9 \quad \left(\begin{array}{l} \text{если } a \geq 10, \text{ то } a(a-1) \geq 10 \cdot 9 = 90 \\ \text{если } a \leq 8, \text{ то } a(a-1) \leq 8 \cdot 7 = 56 \end{array} \right)$$

Ответ: 9



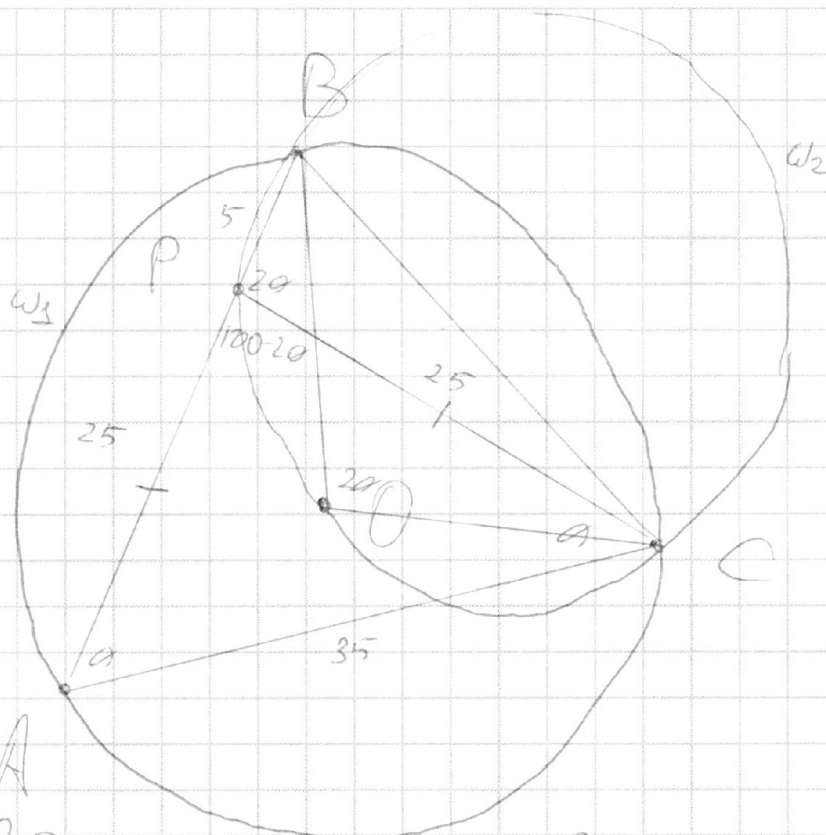
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BOC = 2\angle BAC \quad (\text{т.е. } O - \text{центр опис. - централий})$$

$$\angle BPC = \angle BOC \quad (\text{BPOC - впис.})$$

$$\angle APC = 180 - \angle BPC = 180 - 20$$

$$\angle ACP = 180 - \angle BAC - \angle APC = 20 \Rightarrow \triangle APC - \text{равн.} \Rightarrow AP = PC$$

Запишем теорему синусов для $\triangle APC$

$$\frac{25}{\sin 20} = \frac{35}{\sin 100 - 20} \Rightarrow \frac{\sin 20}{\sin 20} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

$$\sin 20 = 2 \sin 10 \cos 10$$

$$\frac{1}{2 \cos 10} = \frac{5}{7} \Rightarrow \cos 10 = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin 10 = \frac{\sqrt{51}}{10} = 2 \sin 20 = \frac{2\sqrt{51}}{50}$$

$$S_{ABC} = S_{APC} + S_{BPC} = \frac{AP \cdot PC \cdot \sin 20}{2} + \frac{BP \cdot PC \cdot \sin 20}{2} =$$

$$= \frac{25^2 \cdot 2\sqrt{51}}{100} + \frac{5 \cdot 35 \cdot 2\sqrt{51}}{100} = \frac{750 \cdot 2\sqrt{51}}{100} = \frac{525\sqrt{51}}{10}$$

Ответ: $\frac{750 \cdot 2\sqrt{51}}{100}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Координаты A, C:

$$x^2 + (-5\sqrt{2}\sin\theta)^2 = 169$$

$$x^2 + 50\sin^2\theta = 169$$

$$x^2 = 119\sin^2\theta + 169\cos^2\theta$$

$$x_A = -\sqrt{119\sin^2\theta + 169\cos^2\theta}$$

$$x_C = \sqrt{119\sin^2\theta + 169\cos^2\theta}$$

$$AC = AX + XC, BD = BX + XD$$

$$AC = x_C - x_A = 2\sqrt{119\sin^2\theta + 169\cos^2\theta}$$

$$BD = y_B - y_D = 2\sqrt{169\sin^2\theta + 119\cos^2\theta}$$

$$\max P, \text{ при } \max AC + BD \text{ при } \max \frac{AC + BD}{2}$$

$$= \max \sqrt{119\sin^2\theta + 169\cos^2\theta} + \sqrt{169\sin^2\theta + 119\cos^2\theta}$$

$$a^2 + b^2 = 169 + 119 = 288$$

$\max a + b$ при фикс. сумме квадратов

$$\text{когда } a = b \Rightarrow \sin^2\theta = \cos^2\theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{в двух случаях } \sin^2\theta = \cos^2\theta = \frac{1}{2}$$

$$\max AC + BD = 2\sqrt{\frac{288}{2}} + 2\sqrt{\frac{288}{2}} =$$

$$= 2\sqrt{144} = 4 \cdot 12 = 48$$

$$\max M = 48 + \pi \cdot 13$$

$$\text{Ответ: } 48 + \pi \cdot 13$$

Координаты B, D:

$$y^2 + (-5\sqrt{2}\cos\theta)^2 = 169$$

$$y^2 + 50\cos^2\theta = 169$$

$$y^2 = 119\cos^2\theta + 169\sin^2\theta$$

$$y_B = \sqrt{119\cos^2\theta + 169\sin^2\theta}$$

$$y_D = -\sqrt{119\cos^2\theta + 169\sin^2\theta}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \theta &= \frac{3\pi}{4} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \\ \theta &= \frac{5\pi}{4} + \pi p, p \in \mathbb{Z} \\ \theta &= \frac{7\pi}{4} + \pi b, b \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 169 \end{cases}$$

$x^2+y^2 \leq 169$ - круг с центром в $(0,0)$ и радиусом 13

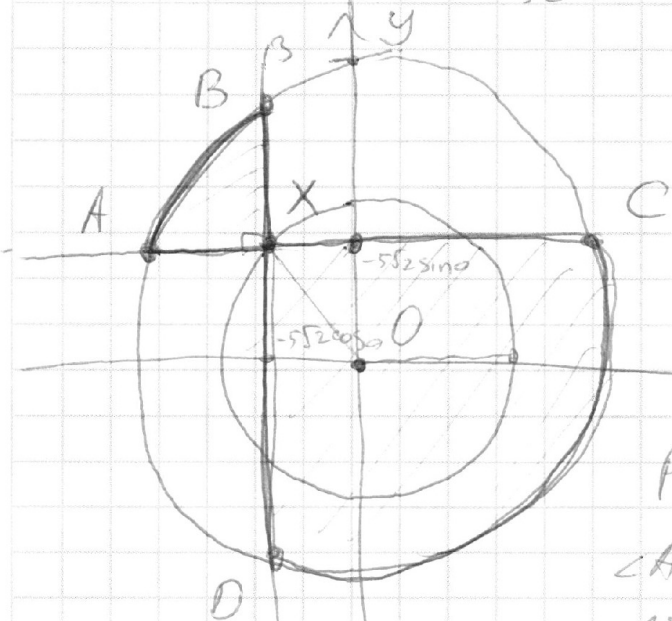
$$(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$$

Рассмотрим когда это выражение ≤ 0

$$x = -5\sqrt{2}\cos\alpha \quad y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$$

$$x^2+y^2 = 50\cos^2\alpha + 50\sin^2\alpha = 50$$

если $x \leq -5\sqrt{2}\cos\alpha$ а $y \geq -5\sqrt{2}\sin\alpha$ то выраж ≤ 0
либо $x \geq -5\sqrt{2}\cos\alpha$ $y \leq -5\sqrt{2}\sin\alpha$



X - ездит по окружности с радиусом $\sqrt{50}$
тогда граница фигуры
это дуги AB и CD
и отр. AX, BX, CX, DX

$$P = |\widehat{AB}| + BX + AX + CX + DX + |\widehat{CD}|$$

$$\angle AXB = 90^\circ$$

$$\angle AXB = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 180^\circ$$

$$\text{Тогда } |\widehat{AB}| + |\widehat{CD}| = \text{const} = \frac{2\pi \cdot 13}{2} = \pi \cdot 13 \quad (\text{т.к. угол } 180^\circ \text{ - половина окр.})$$

Найдем координаты точек A, B, C, D.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{ок}} = 30\Omega O \cdot S_{\text{SAB}} \left(1 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2\right)$$

$$S_{\text{SAB}} = \frac{AB \cdot SH}{2} = \frac{AB \cdot \sqrt{SO^2 - OH^2}}{2}$$

$$(k-1)O\Omega O = OH^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2\right)$$

Но и так $O\omega$ касается всех границ
то $O\omega N$ N -это проекция $O\omega$ на грань
(SAB) $O\omega N = O\omega O = O\omega O'$

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{\text{ок}}} = \frac{OH \cdot AB' \cdot \frac{1}{2}}{30\Omega O \cdot S_{\text{SAB}} \cdot \left(1 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2\right)}$$

$$= \frac{OH \cdot AB' \cdot \frac{1}{2}}{30\Omega O \cdot \frac{AB \cdot \sqrt{SO^2 - OH^2}}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2\right)}$$

$$= OH \cdot AB \cdot \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{OH \cdot AB \cdot \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}}{30\Omega O \cdot \frac{AB \cdot \sqrt{SO^2 - OH^2}}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2\right)}$$

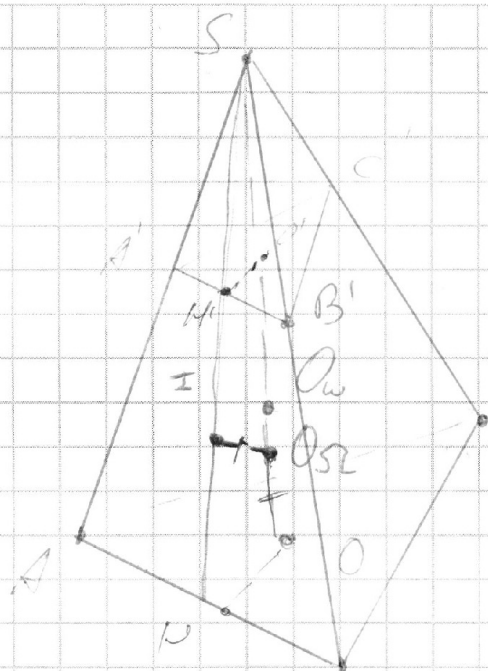


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



O_Ω лежит на средней
линии $O_\Omega O'$

отношение площади верхнего
к нижнему = $\left(\frac{SO'}{SO}\right)^2$

Чтобы ортумость попала
в все ребра AB, BC, AC
 $O_\Omega \in (SO)$

I - центр $\triangle ASB$

$$OB' = OB \cdot \frac{SO'}{SO} \quad OH' = OH \cdot \frac{SO'}{SO} \quad (\text{подобие } \triangle)$$

$$O_\Omega H' \perp A'B' \quad (\text{т.к. по т.т.н.})$$

$$O_\Omega H \perp AB$$

$$O_\Omega O^2 + OH^2 = O_\Omega O'^2 + O'H^2$$

$$OH^2 - O'H^2 = O_\Omega O'^2 - O_\Omega O^2$$

$$OH^2 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2 \cdot OH^2 = O_\Omega O'^2 - O_\Omega O^2$$

$$OH^2 \left(1 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2\right) = O_\Omega O'^2 - O_\Omega O^2 = k^2 \cdot O_\Omega O^2 - O_\Omega O^2$$

$$S_{\text{сеч}} = O_\Omega O \cdot (S_{AA'B'B} + S_{BB'C'C}) = S_{AA'B'C'C} = 3 \cdot O_\Omega O \cdot S_{AA'B'B} = 3 \cdot O_\Omega O \cdot (S_{SAB} - S_{SAB} \cdot \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

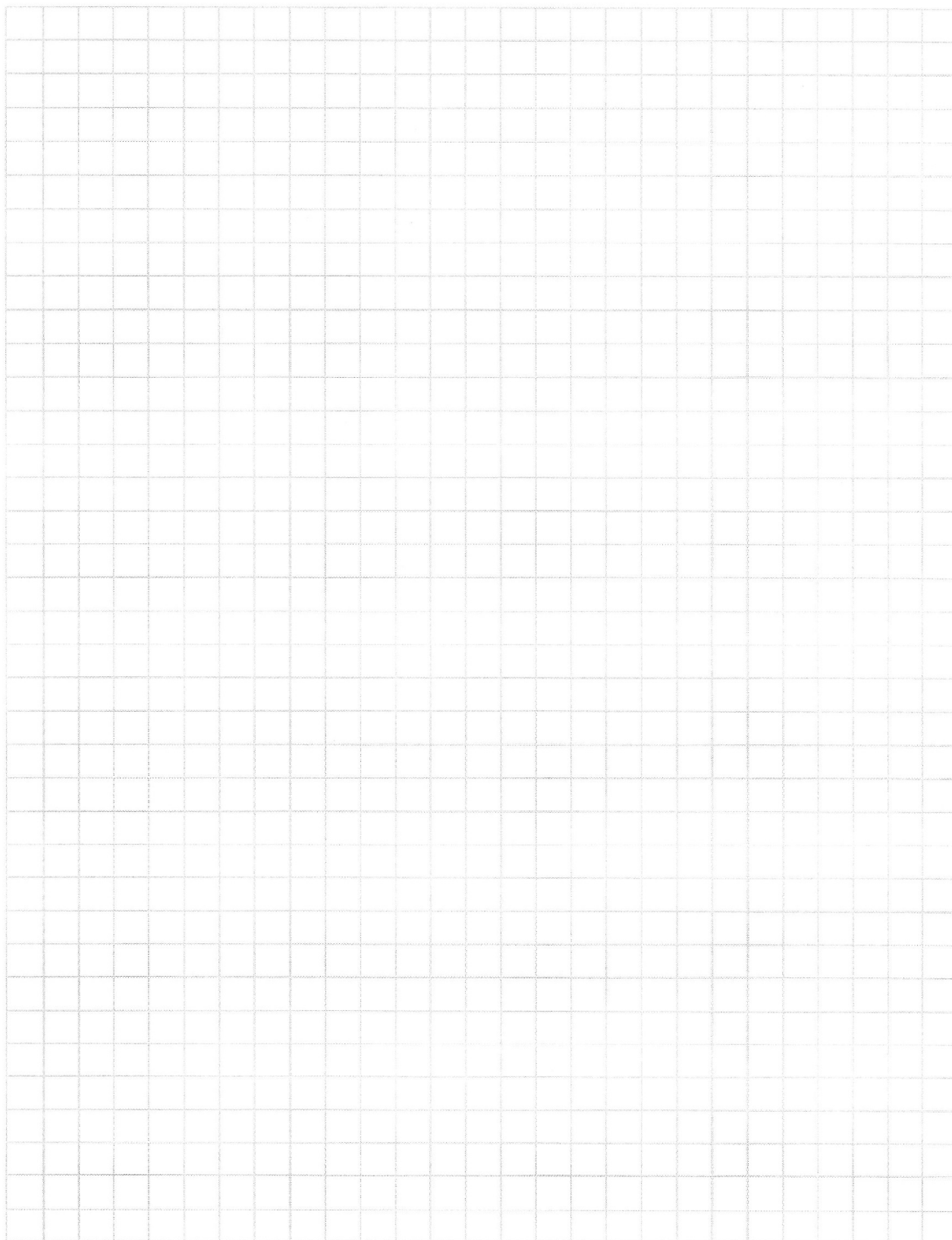
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



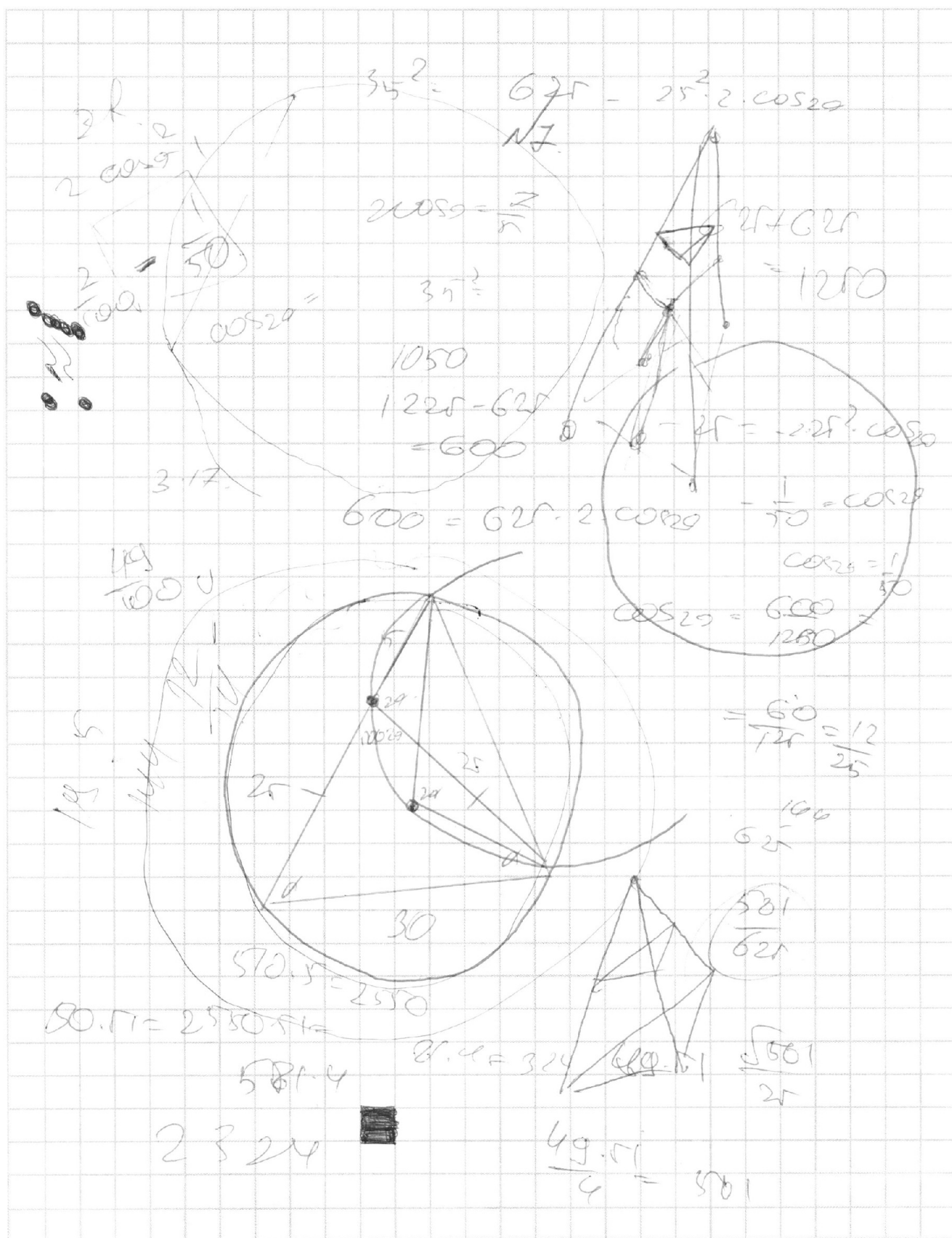


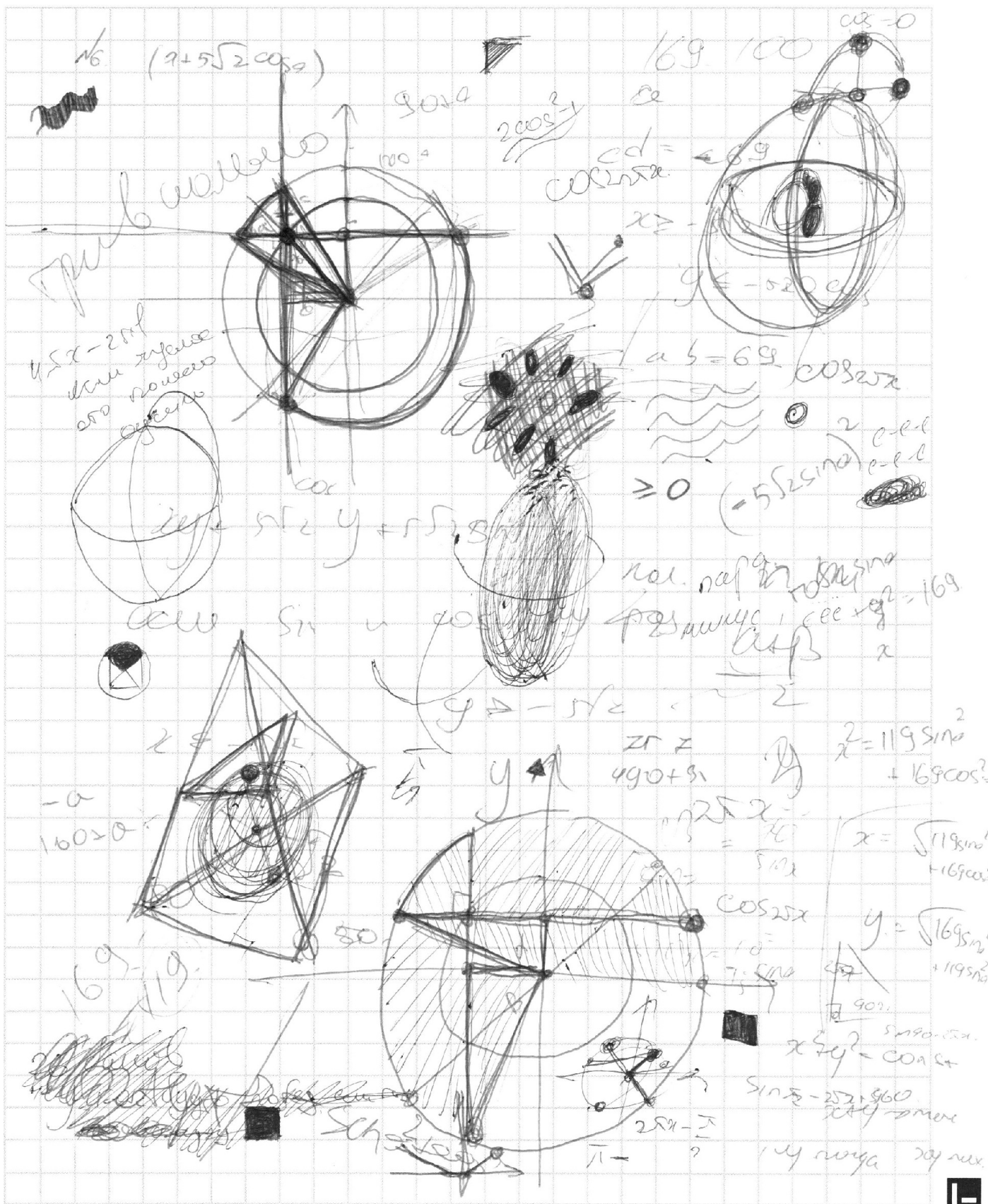
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

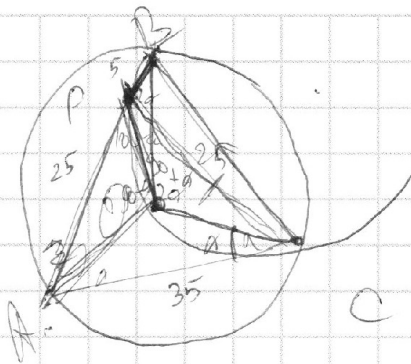
5
☐

6
☐

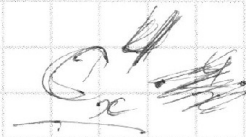
7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\alpha + \alpha + \beta + \beta + \delta + \delta = 180$$
$$\beta + \delta = 90^\circ$$



$$\frac{C^2}{C^2}$$

$$x^2 + y^2 \leq 160$$

$$\frac{4!}{2!} \cdot (x-2)(x-4)$$
$$x(x-1)(x-2)(x-3)$$

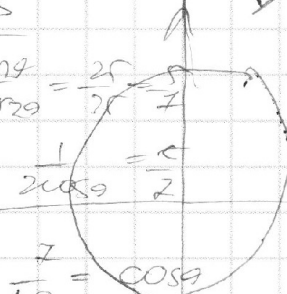
$$\frac{1}{2} - 2\pi x + 2\pi y$$

$$= \pi(x+y)$$

$$\sin \pi x$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

606.
32.



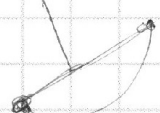
$$\frac{1}{10} = \cos \alpha$$
$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{61}}{10}$$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

xy

$$x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha$$



$$\pi x + \pi y = \alpha$$

мнб.

$$\pi(x+y) = 2\pi x - \frac{3}{2}\pi + \dots$$

8

$$\cos 250^\circ$$

$$\cos \pi x = \sin$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x =$$

$$\sin^2$$

$$= \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\sin \pi(x+y) \neq \sqrt{1 - 2\sin^2 \pi x}$$

$$\sin \pi(x+y) = 2\cos^2 \pi x - 1 = 1 - 2\sin^2 \pi x$$

$$\cos \pi x + 2\pi i$$

$$\arcsin(1 - 2\sin^2 \pi x)$$

$$\pi - \arccos(1 - 2\sin^2 \pi x) + 2\pi n$$

$$2\sin^2 \pi x + \sin \pi(x+y) = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = a \cdot 1111$$

$$B = \overline{def}$$

$$C = \overline{xy}$$

$$\frac{1111}{11}$$

$$101 \cdot 11$$

$\overline{xy}$ и 101 взаимнопросты

т.е. 101 - простое $\overline{xy}$ - простое

$$1 - \cos \pi xy = 0 \quad B: 101 \text{ и } C: 11$$

$$\sin \pi x = 0$$

$$x = 2k$$

$$\pi y = \frac{\pi}{2} + 2\pi l \quad 2 \cdot x = 0$$

решения

$$y =$$

$$B = b \cdot 101$$

$$A = a \cdot 1111$$

$$C = c \cdot 11$$

$$1 \leq a \leq 9$$

$$a \cdot b \cdot c = x^2$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$$

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy}$$

$$\frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$(x-2)(y+2) = xy$$

$$xy - 2y + 2x - 4 = xy$$

$$2x - 2y - 4 = 0$$

$$x = y + 2$$

$$(y+2)^2 - y^2 - 6(y+2)y$$

$$y^2 + 6y^2 + 12y + 8 - y^2 - 6y^2 - 12y = 8$$

$$3. (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$4 \text{ дано. } \text{пусть } \text{всего } 11 - a$$

$$\text{тогда}$$

$$\frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1}$$

$$\frac{x}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1}$$

$$x = 5.$$

$$x(x-1) = 6(4 \cdot 3) = 72 = 9 \cdot 8$$