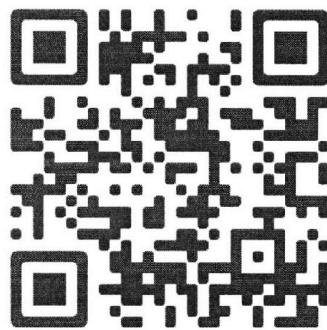


МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 3

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 2, а  $y$  — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 6xy$ .
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 25$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 35$ .
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$
Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = a \cdot 1111$$

$$\text{т.е. } A \cdot B \cdot C = D^2$$

$$B = \overline{def}$$

разложение 1111 на простые множители

$$C = \overline{xy}$$

$$1111 = 101 \cdot 11 \\ (101 \text{ и } 11 \text{ простые})$$

Значит, это 101 и C взаимно просты т.к. 101 простое, а  $C < 100$ , также 101 и a взаимно простые,  $a < 10$

$\Rightarrow B: 101$  (разложение было квадратом)  
степень вхождения 101 - четная)

Тогда, чтобы B было членом 6, ( $\text{но } a=1$ )  $B = 606$   
 $(B = 1 \cdot 101 = 101)$

B и 11 взаимно простые  $B = 6 \cdot 101$  ~~и~~ также a и 11

Взаимно просты  $\Rightarrow C: 11$  (разбивая на 11 входило в четной степени)

$\Rightarrow C = k \cdot 11 = \overline{kk} \Rightarrow k=3$  т.к. B и C есть 3)

$$C = \overline{33} \quad B = \overline{606} \quad A = a \cdot 1111$$

$$6 \cdot 3 \cdot a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 1111 = D^2 \Rightarrow 6 \cdot 3 \cdot a = \left(\frac{D}{1111}\right)^2$$

тогда  $6 \cdot 3 \cdot a$  - квадрат отсюда  $a \in \mathbb{N}$  при  $a \in \{18, 2\}$

входит в исходной степени)  $a = 2 \cdot b^2$  т.к.  $18 \cdot 2 = 6^2$ )

$$\Rightarrow b \in \{1, 2\} \text{ при } b \geq 3 \text{ } a \geq 10x \Rightarrow \begin{cases} a=2(b-1) \\ a=8(b-2) \end{cases}$$

Ответ:  $(A=2222, B=606, C=33)$ ,  $(A=8888, B=606, C=33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{y+x+5}{xy}$$

если  $x \rightarrow x-2, y \rightarrow y+2$

$$K = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)} \quad \text{т.к. } K \text{- не изменяется, т.о.}$$

$$(x-2)(y+2) = xy$$

$$2x - 2y - 4 = 0$$

$$x = y + 2$$

$$\text{Тогда } N = x^2 y^2 - 6xy = (y+2)^2 y^2 - 6(y+2)y =$$

$$= y^2 + 6y^2 + 12y + 8 - y^2 - 6y^2 - 12y = 8$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \pi x \cdot \sin \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos \pi x \cdot \cos \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin(\pi x + \pi y) = \cos 2\pi x$$

$$\sin(\pi(x+y)) = \cos 2\pi x$$

$$\text{Тогда } \pi(x+y) = \frac{\pi}{2} - 2\pi x + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = \frac{1}{2} - 2x + 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 2k + \frac{1}{2} - 3x \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ну же } \pi(x+y) = 2\pi x - \frac{3}{2}\pi + 2\pi l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = 2x - \frac{3}{2} + 2l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$y = x - \frac{3}{2} + 2l \quad l \in \mathbb{Z}$$

$$\text{а) } 0+6\text{ес}: \begin{cases} y = 2k + \frac{1}{2} - 3x \quad k \in \mathbb{Z} \\ y = x - \frac{3}{2} + 2l \quad l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

б) Так нас интересуют только целочисленные решения уравнения, то  $x \in \mathbb{Z}$  и  $y \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} y = 2k + \frac{1}{2} - 3x \quad k \in \mathbb{Z} \\ y = x - \frac{3}{2} + 2l \quad l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Заменим, что  $2k - 3x \in \mathbb{Z}$ , то прибавив  $\frac{1}{2}$  мы получим

что  $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow$  такие решения не могут быть

Аналогично  $x + 2l \in \mathbb{Z}, l \in \mathbb{Z} \Rightarrow y - \frac{3}{2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z}$

Ответ: 0



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность, что 200 из 1000 и Вася подбьют

на рулетку с увеличенной вероятностью однажды в классе 6 человек. Всего  $x = \frac{C_{x-2}^4}{C_x^4} = \frac{4 \cdot 3}{(x-1)x} = p_1$

Тогда если бывшего будет  $a \geq 4$  (бывшего после уважения)  $\frac{C_{x-a}^{a-2}}{C_x^a} = \frac{(a-2)!}{(x-1)x} = p_2$

вероятность  $= \frac{C_{x-a}^{a-2}}{C_x^a} = \frac{a!}{(a-2)!} = \frac{a(a-1)}{(x-1)x} = p_2$

По условию  $p_2 = 6p_1 \Rightarrow a(a-1) = 6 \cdot 12 = 72 = 9 \cdot 8$

$\Rightarrow a = 9$  / если  $a \geq 10$ , то  $a(a-1) \geq 10 \cdot 9 = 90$ )  
если  $a \leq 8$ , то  $a(a-1) \leq 8 \cdot 7 = 56$ )

Ответ: 9

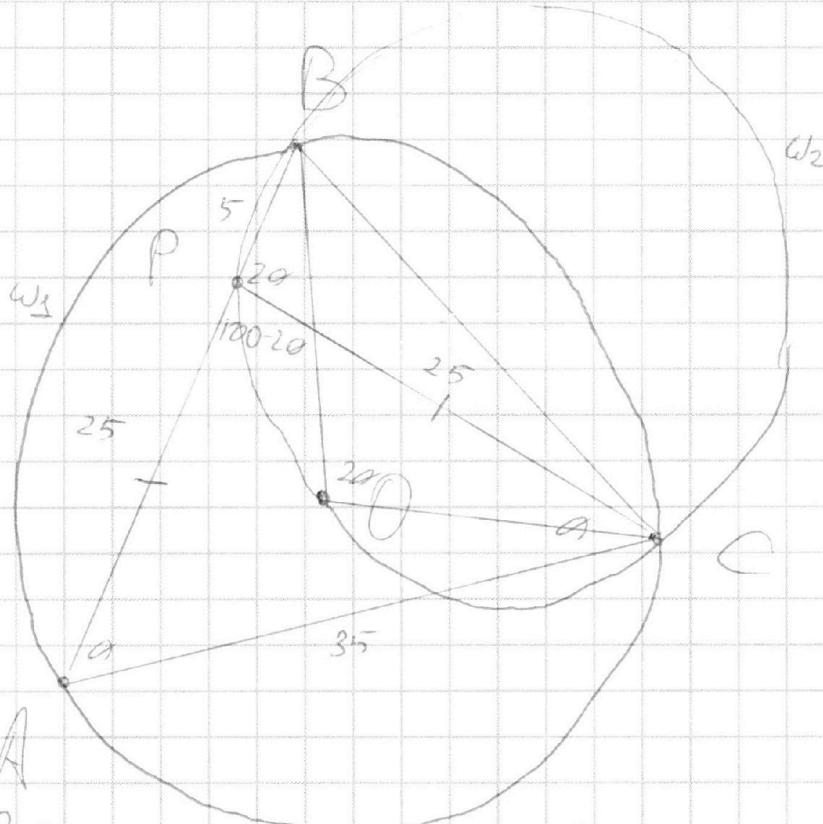
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BOC = 2 \angle BAC \quad (\text{т.к. } O\text{-центр окружности-декартин})$$

$$\angle BPC = \angle BOC \quad (\text{BPOC - биссектриса})$$

$$\angle APC = 180 - \angle BPC = 180 - 20^\circ$$

$$\angle ACP = 100 - \angle BAC - \angle APC = \alpha \Rightarrow \triangle APC - \text{равнобедренный} \Rightarrow AP = PC$$

Запишем теорему синусов для  $\triangle APC$

$$\frac{25}{\sin \alpha} = \frac{35}{\sin (100-20)} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin 80} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} = \frac{5}{7} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{7\sqrt{51}}{50}$$

$$S_{ABC} = S_{APC} + S_{PBC} = \frac{1}{2} AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha + \frac{1}{2} BP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha =$$

$$= \frac{25^2 \cdot 2\sqrt{51}}{100} + \frac{5 \cdot 35 \cdot 2\sqrt{51}}{100} = \frac{750 \cdot 2\sqrt{51}}{100} = \frac{150\sqrt{51}}{10}$$

$$\text{Ответ: } \frac{750 \cdot 2\sqrt{51}}{100}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Координаты A, C:

$$x^2 + (-5\sqrt{2} \sin \alpha)^2 = 169.$$

$$x^2 + 50 \sin^2 \alpha = 169$$

$$x^2 = 119 \sin^2 \alpha + 169 \cos^2 \alpha$$

$$x_A = -\sqrt{119 \sin^2 \alpha + 169 \cos^2 \alpha}$$

$$x_C = \sqrt{119 \sin^2 \alpha + 169 \cos^2 \alpha}$$

$$AC = AX + XC, \quad BD = BX + XD$$

$$AC = x_C - x_A = 2\sqrt{119 \sin^2 \alpha + 169 \cos^2 \alpha}$$

$$BD = y_B - y_D = 2\sqrt{169 \sin^2 \alpha + 119 \cos^2 \alpha}$$

$$\max P, \text{ при } \max AC + BD \text{ при } \max \frac{AC + BD}{2}$$

$$= \max \sqrt{\frac{119 \sin^2 \alpha + 169 \cos^2 \alpha}{2}} + \sqrt{\frac{169 \sin^2 \alpha + 119 \cos^2 \alpha}{2}}$$

$$a^2 + b^2 = 169 + 119 = 288$$

max a+b при данной сумме квадратов

$$\text{коэф. } a=b \Rightarrow \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ и } k \in \mathbb{Z}$$

$$6 \text{ двух решений } \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\max AC + BD = 2\sqrt{\frac{288}{2}} + 2\sqrt{\frac{288}{2}} =$$

$$= 2\sqrt{144} = 412 = 48$$

$$\max M = 48 + \pi \cdot 13$$

$$\text{Ответ: } 48 + \pi \cdot 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№.

$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 169 \end{cases}$$

$x^2+y^2 \leq 169$  - круг с центром в  $(0,0)$  и радиусом 13

$$(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$$

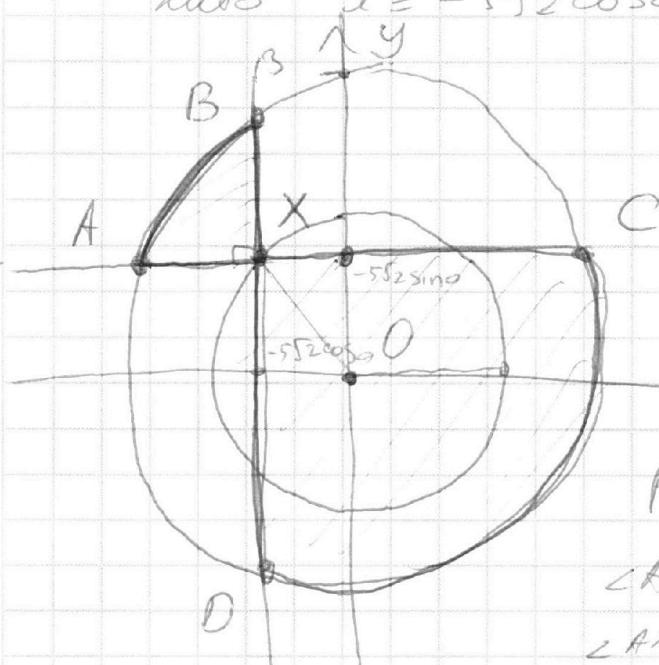
Рассмотрим случаи для выравнивания  $\leq 0$

$$x = -5\sqrt{2}\cos\alpha \quad y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$$

$$x^2+y^2 = 50\cos^2\alpha + 50\sin^2\alpha = 50$$

если  $x \leq -5\sqrt{2}\cos\alpha$  и  $y \geq -5\sqrt{2}\sin\alpha$  то круг  $\leq 0$

либо  $x \geq -5\sqrt{2}\cos\alpha$  и  $y \leq -5\sqrt{2}\sin\alpha$



X - это угол между осями  
с радиусами  $\sqrt{50}$   
тогда границы фигуры

точка дуги AB и CD  
и оп. AX, BX, CX, DX

$$P = |\widehat{AB}| + \widehat{BX} + \widehat{AX} + \widehat{CX} + \widehat{DX} + |\widehat{CD}|$$

$$\angle AXB = 90^\circ$$

$$\angle AXC = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 180^\circ$$

Тогда  $|\widehat{AB}| + |\widehat{CD}| = \text{const} = \frac{2\pi \cdot 13}{2} = \pi \cdot 13$  (и  $\angle AXC = 180^\circ$ )  
(радиус одинаков)

Найдены расположенные точки A, B, C, D

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{окн}} = 3O_{\text{вн}} \cdot S_{\text{AB}} \left(1 - \frac{(SO')^2}{SO}\right)$$

$$S_{\text{окн}} = \frac{AB \cdot SH}{2} = \frac{AB \cdot \sqrt{SO^2 - O^2}}{2}$$

$$(k-1)O_{\text{вн}} = OH \cdot \left(1 - \frac{(SO')^2}{SO}\right)$$

Но и тут  $O_{\text{вн}}$  касается всех граний

то  $O_{\text{вн}} N$   $N$ -ую просуш  $O_{\text{вн}}$  все грани

$$(SHB) O_{\text{вн}} = O_{\text{вн}} O = O_{\text{вн}} O'$$

$$\underline{S_{A'B'C'}} = \frac{OH \cdot AB' \cdot \frac{1}{2}}{=}$$

$$\underline{S_{\text{окн}}} = \frac{3O_{\text{вн}} \cdot S_{\text{AB}} \cdot \left(1 - \frac{(SO')^2}{SO}\right)}{=}$$

$$= \frac{OH \cdot AB' \cdot \frac{1}{2}}{=}$$

$$= \frac{3O_{\text{вн}} \cdot \frac{AB \cdot \sqrt{SO^2 - O^2}}{2} \cdot \left(1 - \frac{(SO')^2}{SO}\right) / \left(1 + \frac{SO'}{SO}\right)}{=}$$

$$= \frac{OH \cdot AB \cdot \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}}{=}$$

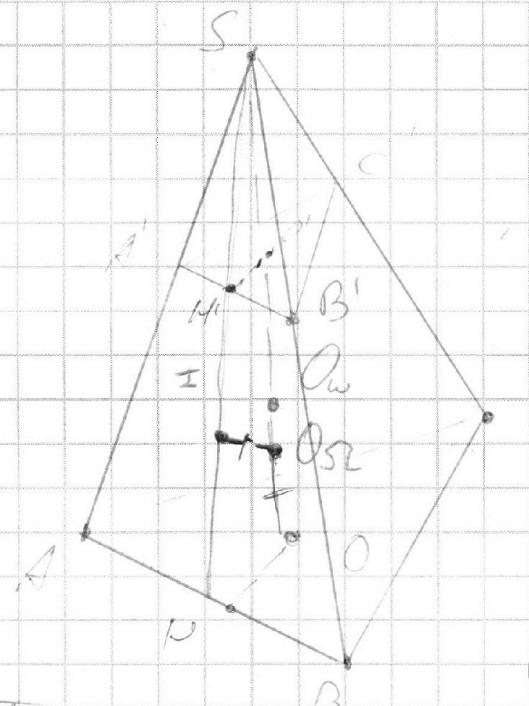
$$= \frac{3O_{\text{вн}} \cdot AB \cdot \frac{\sqrt{SO^2 - O^2}}{2} \cdot \left(1 - \frac{(SO')^2}{SO}\right) / \left(1 + \frac{SO'}{SO}\right)}{=}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Он лежит на середине  
иу  $O_2O'$

отличие между верхним  
и нижним -  $(SO)^2 - (SO')^2$

Чтобы определить расстояние  
всех ребер  $AB, BC, AC$   
 $O_2O \in (SO)$

I - симметрия  $\triangle ASB$

$$OB' = OB \cdot \frac{SO'}{SO} \quad OH' = OH \cdot \frac{SO'}{SO} \quad (\text{найдем } OH)$$

$O_2H \perp AB$

$$O_2O^2 + OH^2 = O_2O'^2 + O'H^2$$

$$OH^2 - O'H^2 = O_2O'^2 - O_2O^2$$

$$OH^2 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2 \cdot OH^2 = O_2O'^2 - O_2O^2$$

$$OH^2 \left(1 - \left(\frac{SO'}{SO}\right)^2\right) = O_2O'^2 - O_2O^2 = k^2 \cdot O_2O^2$$

$$\begin{aligned} S_{\text{бок}} &= O_2O \cdot (S_{AAB'B} + S_{BBC'C}) \cdot \left(S_{AA'C'C}\right) = \\ &= 3 \cdot O_2O \cdot S_{AAB'B} = 3 \cdot O_2O \cdot \left(S_{SAB} - S_{SOB} \cdot \left(\frac{SO}{SO'}\right)^2\right) \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

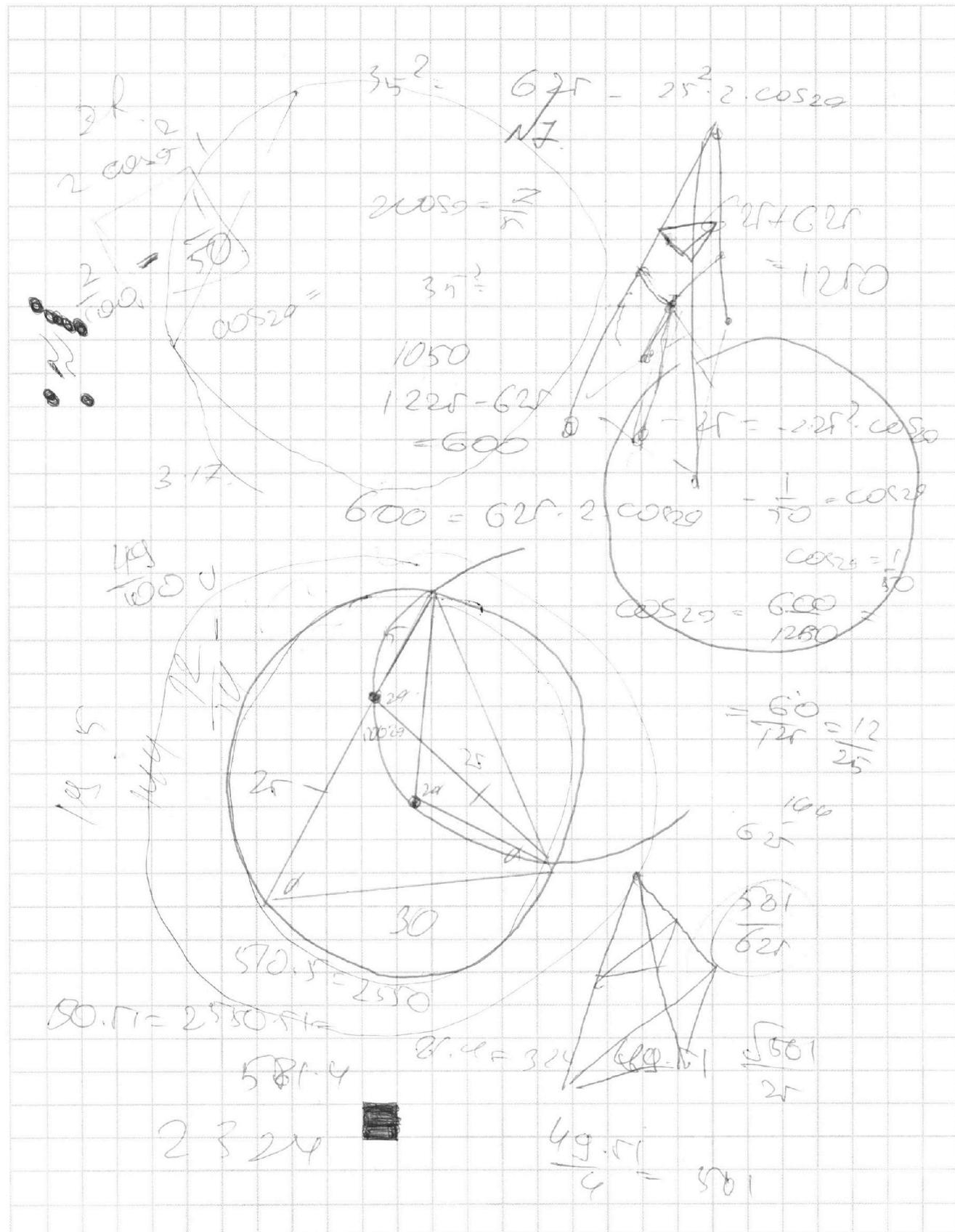


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

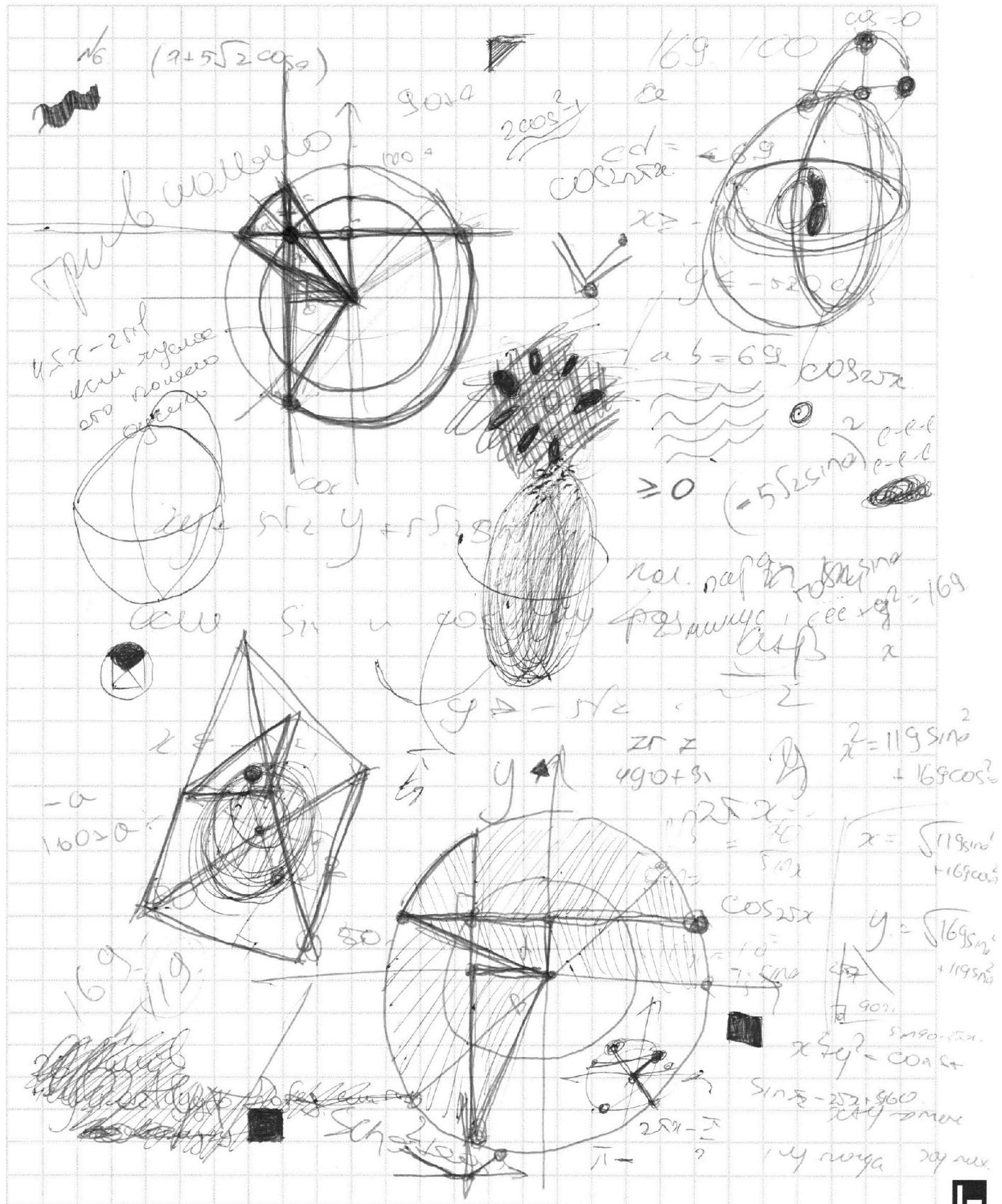


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

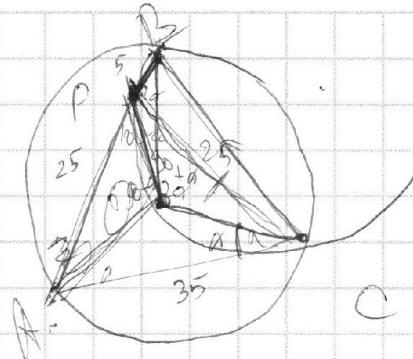


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\alpha + \alpha + \beta + \beta = 8 + 8 = 160^\circ$$

$$\beta + \delta = 90^\circ$$



$$x^2 + y^2 = 160$$

$$C_2^2$$

$$C_2^4$$

4.3

$$\frac{25}{\sin 2\alpha} = \frac{25}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{25}{25}$$

$$\frac{1}{2 \cos \alpha} = \frac{c}{2}$$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0.$$

$\pi - 90^\circ$

$$\cos 25^\circ - \frac{1}{2}$$

$5 - 25^\circ$

$$= \pi(x+y)$$

606.

32.

$$\frac{z}{r} = \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{61}}{10}$$

xy

$$x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$\pi x + \pi y = \sigma$$

надо.

$$\pi(x+y) = 2\pi x - \frac{3}{2}\pi + 2$$

8

$$\cos 25^\circ$$

$$\cos 2x = \sin$$

$$\sin^2 \pi x + \sin^2 \pi y - \sin^2 \pi x = \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y - \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi y - \sin^2 \pi x + \cos^2 \pi y - \cos^2 \pi x =$$

$$= \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\sin \pi(x+y) < \sqrt{1 - 2 \sin^2 \pi x}$$

$$\sin \pi(x+y) = 2 \cos^2 \pi x - 1 = 1 - 2 \sin^2 \pi x = \cos 2\pi x + 2\pi$$

$$\arcsin(1 - 2 \sin^2 \pi x)$$

$$2 \sin^2 \pi x + \sin \pi(x+y) = 1$$

$$\pi - \arcsin(1 - 2 \sin^2 \pi x) + 2\pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = a \cdot 1111$$

~~1111~~

101 · 11

$$\begin{aligned} B &= \overline{def} \\ C &= \frac{\overline{xy}}{\overline{xy}} \end{aligned}$$

$\overline{xy}$  и 101 взаимопростые  
101 - простое  $\overline{xy}$  - простое.

$$1 - \cos \pi x = 0 \quad B: 101 \text{ и } C: 11$$

$$\sin \pi x = 0$$

$$x = 2k$$

$$\pi y = \frac{\pi}{2} + 2\pi l \quad 2 \cdot x = 0 \quad \text{решения}$$

$$\cos \pi x$$

$$y = \quad B = b \cdot 101 \quad A = a \cdot 11$$

$$C = c \cdot 11 \quad 1 \leq a \leq 9$$

$$K = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{5}{xy}$$

$$a \cdot b \cdot c = x^2$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+2+5}{xy} \quad \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$(x-2)(y+2) = xy$$

$$xy - 2y + 2x - 4 = 2xy$$

$$2x - 2y - 4 = 0$$

$$x = y + 2$$

$$(y+2)^2 - y^2 - 6(y+2)y$$

$$y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$

$$3. (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

9 задачи. всего \$1 - a

$$\text{точка } \frac{4}{a} \cdot \frac{3}{a-1} \quad \frac{2}{a} \cdot \frac{x-1}{a-1} \quad x = 5.$$

$$x(x-1) - 6(4 \cdot 3) = x_2 = 9 \cdot 2$$