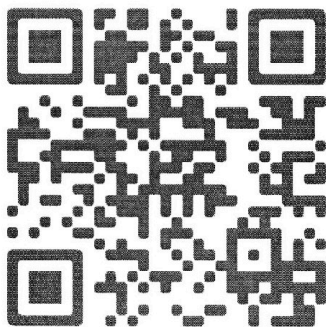




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н.1.

$$A, B, C \in \mathbb{N}$$

$$1000 \leq A \leq 9999 \text{ и } A = 1111, 2222, \dots, 9999$$

$$100 \leq B \leq 999 \text{ и } B \text{ содержит конек бы одну "1"}$$

$$10 \leq C \leq 99 \text{ и } C \text{ содержит конек бы одну "5"}$$

$$\text{Пусть } A = \overline{000a}, 0 \leq a \leq 9, a - \text{цифра, тогда}$$

$$A = a + 10a + 100a + 1000a = 1111a \Rightarrow A : 1111$$

$$1111 = 101 \cdot 11 \Rightarrow A : 101, 11, \text{ где } 101 - \text{простое и}$$

$$101 \text{ содержит } 1 \text{ как множитель в } A \text{ как } \text{п.к. число } A \geq 101^2 > 10000, \text{ так как } A \geq 101^2$$

$$\text{максимум } 101 \text{ в одной из цифр, } \Rightarrow A = B \cdot C = k^2, k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{либо } B : 101 \text{ либо } C : 101, \text{ но } C \leq 100 < 101 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C \text{ не может делиться на } 101 \Rightarrow B : 101, \text{ где } \Rightarrow$$

$$\text{где } B \text{ содержит конек бы одну "1" } \Rightarrow B = 101$$

$$\Rightarrow B \text{ может быть равно } 101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909, \text{ но } B \text{ содержит конек бы одну}$$

$$\text{единицу } \Rightarrow B = 101. \text{ Тогда заметим, что еще}$$

$$A : 11, \text{ а } B = 101 : 11 \Rightarrow C : 11 \Rightarrow C \text{ может быть равно}$$

$$11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, \text{ но } C \text{ содержит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Коме бы одну "5" $\Rightarrow C=55$,

Умно $A=1111a$, $0 < a \leq 9$, $B=101$, $C=55 \Rightarrow$

$$\Rightarrow ABC = 1111a \cdot 101 \cdot 55 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 5a = k^2, k \in \mathbb{N}^+$$

Для $0 < a \leq 9 \Rightarrow a=5 \Rightarrow A=5555$, $B=101$;

$C=55$ и каждая цифра единички

Ответ: $(A; B; C): (5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

$$x, y > 0$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$$

$$K = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+x+1}{(x-3)(y+3)} \quad | : (y+x+1) \neq 0, \text{ т.к. } x, y > 0$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$(x-3)(y+3) = xy$$

$$xy - 3y + 3x - 9 = xy$$

$$-y + x - 3 = 0$$

$$x = y + 3 \rightarrow$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (y+3)^3 - y^3 - 3y(y+3) =$$

$$= y^3 + 9y^2 + 27y + 27 - y^3 - 3y^2 - 27y = 27$$

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3.

a) $(x; y) \in \mathbb{R}$

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \cdot \sin \pi x = 2 \cos\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \cdot \cos \pi x$$

Тогда $\cos\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) = 0$:

$$\frac{\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} + n$$

$$x + y = 1 + 2n$$

$$y = -x + 1 + 2n$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \cdot \sin \pi x = 2 \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \cdot \cos \pi x$$

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} - \pi x\right) - \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x\right) = \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x\right) + \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} - \pi x\right)$$

$$-\cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right)$$

$$2 \cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} + k$$

$$3x - y = 1 + 2k$$

$$y = 3x - 1 - 2k$$

Ответ: $(x; y): (x; -x + 1 + 2n), (x; 3x - 1 - 2k), x \in \mathbb{R}; k, n \in \mathbb{Z}$

b) $(x; y) \in \mathbb{Z}$

$$\underbrace{\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{3}}_{\in [0; \pi]} < 2\pi$$

$$\in [0; 2\pi] \Rightarrow \text{нам подходят все пары } (x; y) \text{ на}$$

Одн. кривых, когда $\arccos \frac{x}{4} = \pi$ и $\arccos \frac{y}{3} = \pi$

одновременно, т.е. случаи когда $\frac{x}{4} = -1$ и $\frac{y}{3} = -1$

$$x = -4, y = -3$$

Одн. кривых

$$-1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \quad -1 \leq \frac{y}{3} \leq 1$$

$$-4 \leq x \leq 4 \quad -3 \leq y \leq 3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$f(x; y) : (x; -x+1+2n)$, где $x \in [-4; 4]$ ^{полученные пары}
 $x \in [-4; 4]$
 $x = -4: y = 4 + 1 + 2n = 5 + 2n, y \in [-9; 9]$
 $-9 \leq 5 + 2n \leq 9$
 $-14 \leq 2n \leq 4$
 $-7 \leq n \leq 2$, тогда $n = -7, x = -4, y = -9 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ тогда 9 значений для $n \Rightarrow 9$ пар $(x; y)$
 $(-4; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9)$
 $x = -3: y = 3 + 1 + 2n = 4 + 2n$
 $-9 \leq 4 + 2n \leq 9$
 $-13 \leq 2n \leq 5$
 $-\frac{13}{2} \leq n \leq \frac{5}{2}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ тогда 9 значений для $n \Rightarrow 9$ пар $(x; y)$
 $x = -3; y = -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8$
 $x = -2: y = 2 + 1 + 2n = 3 + 2n$
 $-9 \leq 3 + 2n \leq 9$
 $-12 \leq 2n \leq 6$
 $-6 \leq n \leq 3 \Rightarrow 10$ пар
 $x = -2; y = -9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9$
 $x = -1: y = 1 + 1 + 2n = 2 + 2n$
 $-9 \leq 2 + 2n \leq 9$
 $-11 \leq 2n \leq 7$
 $-\frac{11}{2} \leq n \leq \frac{7}{2}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$
 $\Rightarrow -5 \leq n \leq 3 \Rightarrow 9$ пар
 $x = -1; y = -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8$
 $x = 0: y = 0 + 1 + 2n = 1 + 2n$
 $-9 \leq 1 + 2n \leq 9$
 $-10 \leq 2n \leq 8$
 $-5 \leq n \leq 4 \Rightarrow 10$ пар
 $x = 0; y = -9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x=1: y = -1 + 1 + 2n \approx 2n$$

$$-3 \leq 2n \leq 3$$

$$-\frac{3}{2} \leq n \leq \frac{3}{2}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{на } -1 \leq n \leq 1 \Rightarrow 3 \text{ на}$$

$$x=1; y = -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8$$

$$x=2; y = -2 + 1 + 2n = -1 + 2n$$

$$-9 \leq -1 + 2n \leq 9$$

$$-8 \leq 2n \leq 10$$

$$-4 \leq n \leq 5 \Rightarrow 10 \text{ на}$$

$$x=2; y = -9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9$$

$$x=3: y = -3 + 1 + 2n = -2 + 2n$$

$$-9 \leq -2 + 2n \leq 9$$

$$-7 \leq 2n \leq 11$$

$$-\frac{7}{2} \leq n \leq \frac{11}{2}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 \leq n \leq 5 \Rightarrow 9 \text{ на}$$

$$x=3; y = -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8$$

$$x=4; y = -4 + 1 + 2n = -3 + 2n$$

$$-9 \leq -3 + 2n \leq 9$$

$$-6 \leq 2n \leq 12$$

$$-3 \leq n \leq 6 \Rightarrow 10 \text{ на}$$

$$x=4; y = -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9$$

$$\text{Итого в I встро } 5 \cdot 9 + 4 \cdot 10 = 85$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II $(x; y) : (x; 3x-1-2k)$ при $x \in \mathbb{Z}$ все полученные пары будут парами, т.е. $0 \leq \cos \frac{x}{4} \leq \pi$

При $x \in \mathbb{Z}$ будем считать количество точек на оси OX , которых не было в $\mathbb{Z}$

$$x = -4: y = -12 - 1 - 2k = -13 - 2k$$

$$-9 \leq -13 - 2k \leq 9$$

$$4 \leq -2k \leq 22$$

$$-22 \leq 2k \leq -4$$

$$-11 \leq k \leq -2, \text{ но при } k = -2 \text{ } y = -9 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ такая пара не подходит

$\Rightarrow$ всего 1 пара

$x = -4; y = -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9$, парных 0

$$x = -3; y = -9 - 1 - 2k = -10 - 2k$$

$$-9 \leq -10 - 2k \leq 9$$

$$1 \leq -2k \leq 19$$

$$-19 \leq 2k \leq -1$$

$$-\frac{19}{2} \leq k \leq -\frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$-9 \leq k \leq -1 \Rightarrow 9 \text{ пар}$$

$x = -3; y = -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8$, парных 0

$$x = -2: y = -6 - 1 - 2k = -7 - 2k$$

$$-9 \leq -7 - 2k \leq 9$$

$$-2 \leq -2k \leq 16$$

$$-16 \leq 2k \leq 2$$

$$-8 \leq k \leq 1 \Rightarrow 10 \text{ пар}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -2; y = -9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9, \text{ проверка } 0$$

$$\begin{aligned} x = -1; y &= -3 - 1 - 2k = -4 - 2k \\ -5 &\leq -4 - 2k \leq 9 \\ -5 &\leq -2k \leq 13 \\ -13 &\leq 2k \leq 5 \\ -\frac{13}{2} &\leq k \leq \frac{5}{2}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \\ \Rightarrow -6 &\leq k \leq 2 \Rightarrow 9 \text{ вариантов} \end{aligned}$$

$$x = -1; y = -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8, \text{ проверка } 0$$

$$\begin{aligned} x = 0; y &= 0 - 1 - 2k = -1 - 2k \\ -9 &\leq -1 - 2k \leq 9 \\ -8 &\leq -2k \leq 10 \\ -10 &\leq 2k \leq 8 \\ -5 &\leq k \leq 4 \Rightarrow 10 \text{ вариантов} \end{aligned}$$

$$x = 0; y = -9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9, \text{ проверка } 0$$

$$\begin{aligned} x = 1; y &= 3 - 1 - 2k = 2 - 2k \\ -5 &\leq 2 - 2k \leq 9 \\ -11 &\leq -2k \leq 7 \\ -7 &\leq 2k \leq 11 \\ -\frac{7}{2} &\leq k \leq \frac{11}{2}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \\ \Rightarrow -3 &\leq k \leq 5, 9 \text{ вариантов} \end{aligned}$$

$$x = 1; y = -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8, \text{ проверка } 0$$

$$\begin{aligned} x = 2; y &= 8 - 1 - 2k = 7 - 2k \\ -5 &\leq 7 - 2k \leq 9 \\ -14 &\leq -2k \leq 4 \\ -4 &\leq 2k \leq 14 \\ -2 &\leq k \leq 7, 10 \text{ вариантов} \end{aligned}$$

$$x = 2; y = -9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9, \text{ проверка } 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

6 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x=3; y=9-1-2k=8-2k$$

$$\rightarrow -1 \leq 8-2k \leq 9$$

$$\rightarrow -12 \leq -2k \leq 1$$

$$\rightarrow -1 \leq k \leq 12; k \in \mathbb{Z}$$

$$0 \leq k \leq 8, 9 \text{ пар}$$

$$x=3; y=-8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8, \text{ всего } 9$$

$$x=4; y=12-1-2k=11-2k$$

$$\rightarrow -1 \leq 11-2k \leq 9$$

$$\rightarrow -20 \leq -2k \leq -2$$

$$2 \leq k \leq 20$$

$$1 \leq k \leq 10 \Rightarrow 10 \text{ пар}$$

$$x=4; y=-9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9, \text{ всего } 10$$

Всего в Π 0 решений пар ~~однозначных~~ ^{он пар} ~~однозначных~~ ^{он пар}
в Π .

Ответ: 85 пар $(x; y)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р. 8. 8. сначала было 4 бивера

Пусть x - кол-во однодвушечастиков, а

k - кол-во двудвушечастиков биверов, $x, k \in \mathbb{N}$

Вероятность ~~получить~~ Пеле и Варе 10 (?) $4+k$

биверу в начале месяца $= \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$, а

в конце месяца $= \frac{4+k}{x} \cdot \frac{3+k-1}{x-1}$, и по

условию вероятностей увеличилось в 3,5 раз $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1} \cdot \frac{7}{2} = \frac{4+k}{x} \cdot \frac{3+k}{x-1} \quad | \cdot (x-1) \cdot x \neq 0$$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 7}{2} = \frac{4+k}{1} \cdot \frac{3+k}{1}$$

$$42 = 12 + 7k + k^2$$

$$k^2 + 7k - 30 = 0$$

$$k = -10 \text{ не подходит т.к. } k \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 3$$

и $k = 3$ подходит ~~под~~ ^{по} условию $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в конце стало $4+k = 4+3 = 7$ биверов

Ответ: 7



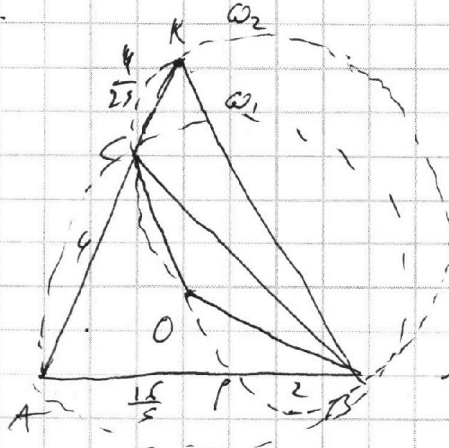
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

НЗ.



$$AP = \frac{16}{5}, BP = 2, AC = 4$$

(?) S_{ABC}

Пусть ω_2 пересекает ΔABC
внутри в точке K

Пусть K находится на отрезке AC,

$$\text{тогда } AP \cdot AB = AK \cdot AC$$

$$\frac{16}{5} \cdot \frac{26}{5} = AK \cdot 4$$

$$AK = \frac{4}{5} \cdot \frac{26}{5} = \frac{104}{25} > AC \Rightarrow (.) K \text{ лежит на}$$

продлении отрезка AC

Пусть $\angle CAB = \alpha$, $\angle ACB = \gamma$, тогда $\angle ABC = 180^\circ - \alpha - \gamma$,

$$\angle BCK = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - \gamma, \angle COB = 2\angle CAB = 2\alpha, \text{ т.к.}$$

($\angle COB$ - центральный, $\angle CAB$ - впис. и они опираются на одну дугу окружности ω_1),

$\angle COB$ - впис. в $\omega_2 \Rightarrow \angle CKB = 180^\circ - \angle COB = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle CBK = 180^\circ - \angle CKB - \angle BCK = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) - (180^\circ - \gamma) = 2\alpha + \gamma - 180^\circ \Rightarrow \angle ABK = \angle ABC + \angle CBK =$$

$$= 180^\circ - \alpha - \gamma + 2\alpha + \gamma - 180^\circ = \alpha \Rightarrow \Delta ABK \sim \Delta ABC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BK = AK = \frac{16}{5} \cdot \frac{104}{25}$$

$$\Rightarrow BK = AK = \frac{16}{5} \cdot \frac{104}{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В $\triangle ABC$: $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \alpha$ по Т. косинусов

~~$$\left(\frac{144}{25}\right)^2 = \left(\frac{144}{25}\right)^2 + \left(\frac{36}{5}\right)^2 - 2 \cdot \frac{144}{25} \cdot \frac{36}{5} \cdot \cos \alpha$$~~

~~$$2 \cdot \frac{144}{25} \cdot \frac{36}{5} \cos \alpha = \frac{36^2}{5}$$~~

~~$$\frac{2 \cdot 144}{5} \cos \alpha = 36$$~~

~~$$\cos \alpha = \frac{36 \cdot 5}{2 \cdot 144} = \frac{5}{8}$$~~

$$\left(\frac{104}{25}\right)^2 = \left(\frac{104}{25}\right)^2 + \left(\frac{26}{5}\right)^2 - 2 \cdot \frac{104}{25} \cdot \frac{26}{5} \cos \alpha$$

$$\frac{2 \cdot 104 \cdot 26}{25 \cdot 5} \cos \alpha = \frac{26^2}{25}$$

$$\frac{2 \cdot 104}{5} \cos \alpha = 26$$

$$\frac{2 \cdot 104}{5} \cos \alpha = 26$$

$$\cos \alpha = \frac{26 \cdot 5}{2 \cdot 104} = \frac{5}{8}, \text{ так } \triangle ABC - \text{остроугольный,}$$

$$0 < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{25}{64}} =$$

$$= \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{26}{5} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{8} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$$

Ответ: $\frac{13\sqrt{39}}{10}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

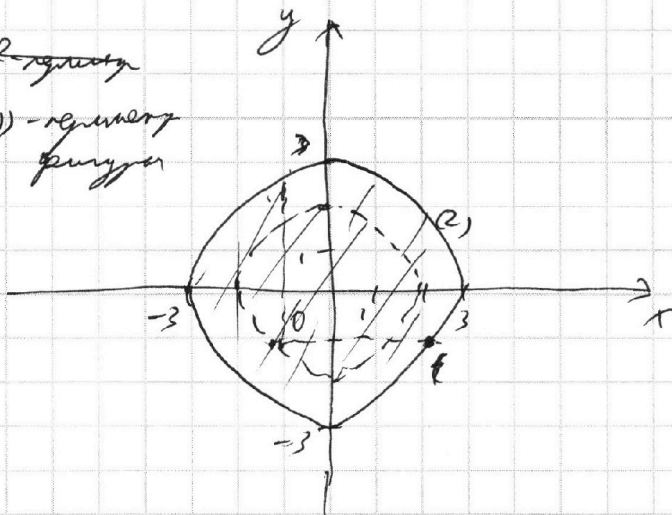
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0 & (1) \\ x^2+y^2 \leq 9 & (2) \end{cases}$$

(?) max значения $\varphi(\alpha)$

Пусть R - радиус
 $P(\varphi(\alpha))$ - радиус
функции



$$(1) \cdot (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0$$

из неравенства (1) вытекают 4 случая

$$\begin{aligned} I \begin{cases} x-2\cos\alpha \geq 0 \\ y-2\sin\alpha \geq 0 \end{cases} & II \begin{cases} x-2\cos\alpha \leq 0 \\ y-2\sin\alpha \leq 0 \end{cases} & III \quad x-2\cos\alpha = 0 \\ & & IV \quad y-2\sin\alpha = 0 \end{aligned}$$

случаи III и IV аналогичны для нахождения $\varphi(\alpha)$, поэтому рассмотрим случай II

$x = 2\cos\alpha$. Пусть $\alpha = \text{const}$, $x = 2\cos\alpha$ - константа

цель $\Rightarrow P(\varphi(\alpha)) = P(\text{функция } y(x)) + \text{const}$

вспомогательная $x = 2\cos\alpha$ записывается в виде $x = 2\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha k)$, где $k \in \mathbb{Z}$, тогда $x = 2\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha k) = 0$ и



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$P(\varphi(\alpha)) \leq 2\pi \cdot R + b = 2\pi \cdot 3 + b = 6\pi + b$, где R - радиус
круга $\omega(2)$ и $R=3$

Аналогично для случая IV $\max(P(\varphi)) =$
 $= 2\pi R + b = 8\pi + b$, при $\sin \alpha = 0$, т.е. $\alpha = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Рассмотрим случай I

$$\begin{cases} x \geq 2 \cos \alpha \\ y \geq 2 \sin \alpha \end{cases}, \text{ то есть, то есть с координат}$$

-границы $(2 \cos \alpha; 2 \sin \alpha)$ образуют окружность
в первом квадранте с центром в $(0;0)$ и радиусом $=2$

Пусть $A: A(2 \cos t; 2 \sin t)$ и при $\alpha = t$ доста-

-точно и максимизируем радиус, радиус

$P(\varphi(\alpha))$ состоит из 2 величин $\frac{1}{2} \pi$ и $\frac{1}{2} \pi$
окружности (2)

$$\begin{aligned} x &= 2 \cos t \\ y &= 2 \sin t \end{aligned}$$

$x = 2 \cos t$ пересекает (2) в точке с координатами
 $2 \sin t$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $A, B, C \in \mathbb{N}$

A - четырехзначное и однозначное число

B - трехзначное ≤ 1 цифрой "1"

C - двузначное ≤ 1 цифрой "5"

$A \cdot B \cdot C = k^2, k \in \mathbb{N}$

$A = 1111, 2222, 3333, \dots, 9999$

2) $x, y > 0$

$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$

$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+\frac{1}{x-3}xy}{(x-3)(y+3)}$

$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+x+1}{(x-3)(y+3)} \quad | : (y+x+1) \neq 0$

$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)(y+3)}$

$(x-3)(y+3) = xy$

$xy - 3y + 3x - 9 = xy$

$-y + x - 3 = 0$

$x = y + 3, \Rightarrow x > 3$

$M = x^3 - y^3 - 9xy = (y+3)^3 - y^3 - 9y(y+3) =$

$= y^3 + 9y^2 + 27y + 27 - y^3 - 9y^2 - 27y =$

$= (27)$

(?) $M =$
 $= x^3 - y^3 - 9xy$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a) (x; y) \in R$$

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\cos \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0 \quad 2 \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\frac{\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in \mathbb{Z} \quad \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} - \pi x\right) - \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x\right) =$$

$$x + y = 1 + 2n$$

$$x = -y + 1 + 2n$$

$$y = -x + 1 + 2n$$

$$= \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x\right) + \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} - \pi x\right)$$

$$+ \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2} - \pi x\right)$$

$$- \cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right)$$

$$2 \cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$3x - y = 1 + 2k$$

$$3x = y + 1 + 2k$$

$$y = 3x - 1 - 2k$$

$$a) \text{ Ответ: } (x; -x + 1 + 2n), \\ (x; 3x - 1 - 2k) \quad k, n \in \mathbb{Z} \\ x \in R$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$6) (x; y) \in \mathbb{Z}$$

$$(k; y): (k; -x+1+2n), (x; 3x-1-2k) \in \mathbb{Z}$$

$$\underbrace{\arccos \frac{x}{4}}_{\in [0; \pi]} + \underbrace{\arccos \frac{y}{9}}_{\in [0; \pi]} < 2\pi$$

$$\frac{x-4}{4} \leq 1 \quad -1 \leq \frac{y}{9} \leq 1$$

$$-4 \leq x \leq 4 \quad -9 \leq y \leq 9$$

$$\max(\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9}) = 2\pi \Rightarrow \text{подходят все}$$

случаи ^{на ось} ~~на ось~~ $\arccos \frac{x}{4} = \pi$ и $\arccos \frac{y}{9} = \pi$

$$\nexists (x; y): (x; -x+1+2n)$$

$$-4 \leq x \leq 4$$

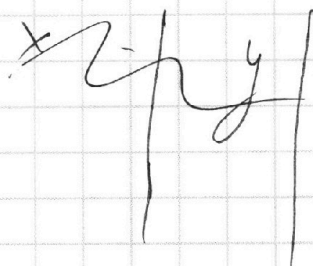
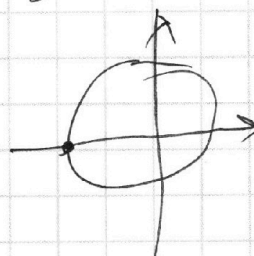
$$\begin{aligned} \frac{x}{4} &\neq -1 & \frac{y}{9} &\neq -1 & \text{однозначно} \\ x &\neq -4 & y &\neq -9 \end{aligned}$$

если $x = -4$, то $y = -4+1+2n = -3+2n$

$$-9 \leq -x+1+2n \leq 9$$

$$-10 \leq -x+2n \leq 8$$

$$\begin{aligned} 5+2n &\neq -1 & 2n &\neq -6 \\ 2n &\neq -14 & n &\neq -7 \\ n &\neq -7 & n &\neq -3 \end{aligned}$$



x	диагональ	случаи по y
-4		подходят

$$-x+1+2n = 3x-1-2k$$

$$4x - 2k = 2 + 2n$$

$$2x - k = 1 + n$$

$$2x = k + 1 + n$$

На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) ~~Fr~~ & ~~Er~~ ~~Er~~

$$x - \text{связующий индекс}, x \in \mathbb{N}, x \geq 2$$

$C_{\text{max}} \leq c + k$ für ein $k \in \mathbb{N}$

Контроль скорости = $\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$

~~copy to 10 1/2 boxes~~

$$\text{вероятно в конце} = \frac{z+k}{x} \cdot \frac{3+k}{x-1}$$

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1} \cdot \frac{z}{2} = \frac{4+k}{x} \cdot \frac{3+k}{x-1} \quad | \cdot (x-1)x \in \mathbb{C}$$

$$\frac{12 \cdot 7}{2} = (4+k) \cdot (3+k)$$

$$6 \cdot 7 = (x + k)(3 + k)$$

$$y_2 = 12 + 2k + k^2$$

$$k^2 + 2k - 30 = 0$$

$$-x_0 \quad 3$$

$k = 3$

$$k + 4 = 7$$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot x \cdot (x-1)} = \frac{7 \cdot 6}{x(x-1)} \quad (6)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$26^2 = \frac{104^2}{25} + \frac{104^2}{25} + \frac{2 \cdot 104^2}{25} \cdot \cos 2\alpha$$

$$13^2 = \frac{52^2}{25} + \frac{52^2}{25} + \frac{2 \cdot 52^2}{25} \cdot \cos 2\alpha$$

$$169 = \frac{2 \cdot 2704}{25} + \frac{2 \cdot 2704}{25} \cdot \cos 2\alpha$$

$$4225 = 2 \cdot 2704 + 5408 \cos 2\alpha$$

$$-1183 = 5408 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{1183}{5408}$$

$$\begin{array}{r} \times 52 \\ 52 \\ \hline 104 \\ + 260 \\ \hline 2704 \\ \times 2704 \\ \hline 5408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 25 \\ \hline 845 \\ + 338 \\ \hline 4225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5408 \\ - 4225 \\ \hline 1183 \end{array}$$

$$\frac{16}{5} \left(\frac{16}{5} + 2 \right) = \frac{256}{25} + \frac{32}{5} =$$

$$= \frac{64}{25} + \frac{64}{25} =$$

$$\frac{16}{5} \cdot \frac{36}{5} = 4 \cdot (4 + x)$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{36}{5} = 4 + x$$

$$\frac{144}{25} = 4 + x$$

$$x = \frac{44}{25}$$

ВВ А В К:

АВ

$$BK^2 = AK^2 + AB^2 - 2 \cdot AK \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$\left(\frac{144}{25} \right)^2 = \left(\frac{144}{25} \right)^2 + \left(\frac{36}{25} \right)^2 - 2 \cdot \frac{144}{25} \cdot \frac{36}{5} \cdot \cos \alpha$$

$$2 \cdot \frac{144}{25} \cdot \frac{36}{5} \cos \alpha = \frac{36^2}{25^2}$$

$$2 \cdot \frac{144}{5} \cdot \cos \alpha = \frac{36}{25}$$

$$\frac{144}{5} \cos \alpha = \frac{18}{25}$$

$$144 \cos \alpha = \frac{18}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{18}{144 \cdot 5} = \frac{1}{40}$$

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 18} \\ \times 18 \\ \hline 144 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9) 1000 \leq A \leq 9999$$

$$100 \leq B \leq 999$$

$$10 \leq C \leq 99$$

$$ABC = k^2$$

$$A = 1111, \dots, 9999$$

$$B \text{ состоит из } \geq 1 \text{ "1"}$$

$$C \text{ состоит из } \geq 1 \text{ "5"}$$

$$A = \overline{aaaa} = a + 10a + 100a + 1000a = 1111a$$

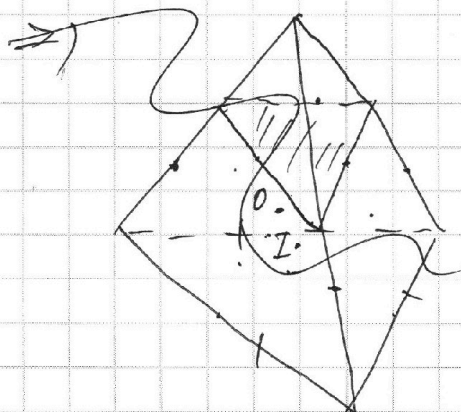
$$B = \overline{1\dots} \text{ или } \dots\overline{1\dots} \text{ или } \overline{a\dots 1}$$

$$C = \overline{5\dots} \text{ или } \dots\overline{5}$$

$$A = 1111 = 101 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 1111} \\ \underline{11} \\ 01 \\ \underline{01} \\ 1111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 101 \\ 11 \\ \hline 101 \\ + 1111 \\ \hline 1111 \end{array}$$



$$101 \cdot 11 \cdot BC = k^2$$

$$B = 101, \text{ и } B \text{ состоит из } 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow B = 101$$



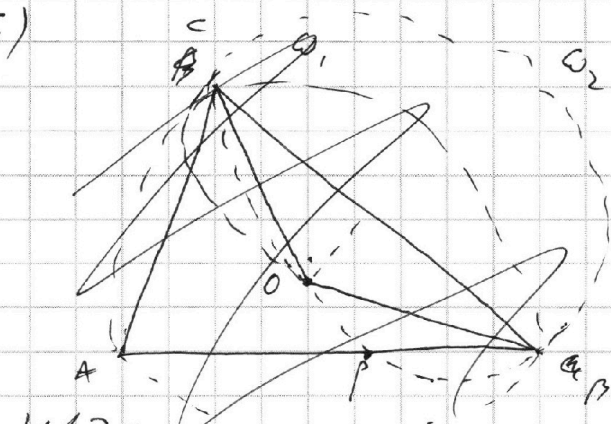
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

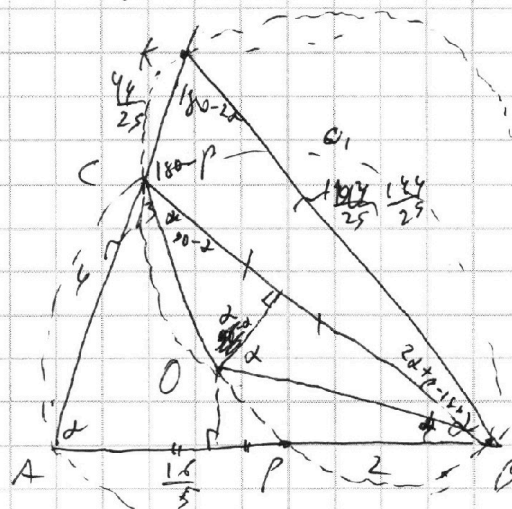
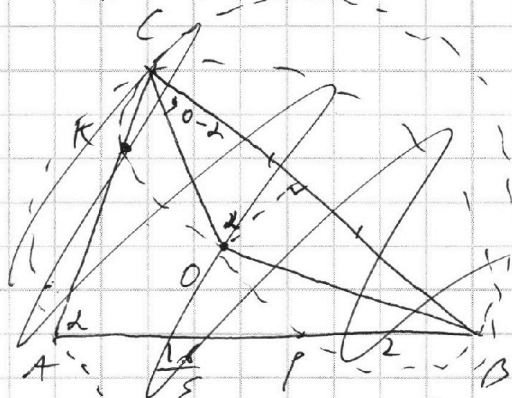
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5)



$$\frac{16}{5} \cdot \frac{26}{5} = 4 \cdot x$$

$$x = \frac{4 \cdot 26}{25} = \frac{104}{25}$$



(?) S_{AOC}

$$AP = \frac{16}{5}, BP = 2$$

$$AC = 6$$

$$AP \cdot AB = AK \cdot AC$$

$$\frac{16}{5} \cdot \frac{26}{5} = AK \cdot 6$$

$$AK = \frac{6}{5} \cdot \frac{26}{5} = \frac{104}{25}$$

$$\angle A = \alpha, \angle ACB = \beta,$$

$$\angle BOC = 2\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BKC = 180 - 2\alpha$$

$$\angle BCK = 180 - \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle KBC = 2\alpha + \beta - 180 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ABK = 180 - \alpha - \beta + 2\alpha + \beta - 180 = \alpha \Rightarrow AK = KB$$

$\triangle ABK$:

$$AP^2 = AK^2 + BK^2 - 2 \cdot BK \cdot AK \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$

$$\left(\frac{26}{5}\right)^2 = \left(\frac{104}{25}\right)^2 + \left(\frac{104}{25}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{104}{25}\right)^2 \cdot \cos 2\alpha$$

$$\frac{26^2}{25} = \frac{104^2}{625} + \frac{104^2}{625} + 2 \cdot \frac{104^2}{625} \cdot \cos 2\alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

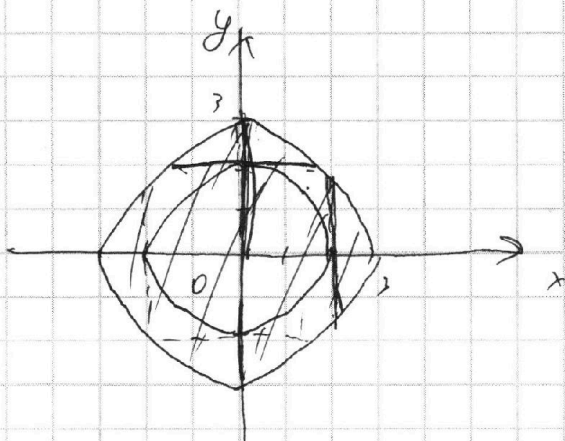
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \begin{cases} (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2+y^2 \leq 9 \end{cases} \quad (1)$$

$$(\cdot) \max_{\alpha \in \mathbb{R}} P(\varphi(\alpha))$$



$$(7) (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0$$

$$\begin{cases} x-2\cos\alpha \geq 0 \\ y-2\sin\alpha \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2\cos\alpha \leq 0 \\ y-2\sin\alpha \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2\cos\alpha \\ y=2\sin\alpha \end{cases}$$

5)

