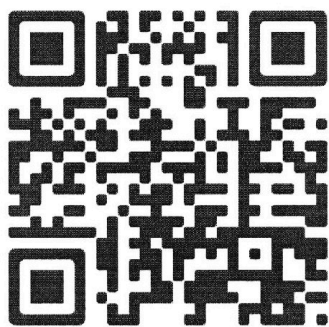
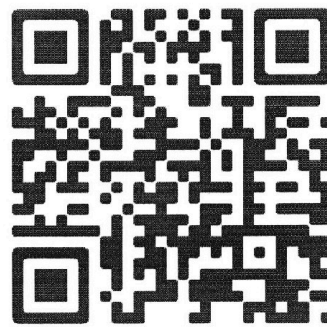




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- ✓1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- ✓2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- ✓3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
- ✓4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- ✓5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
- ✓6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

т.к. у уравн. симм. отн. степеней
переменных, факты доказанные
для 1 переменной, будем считать
доказ. для всех + назовем
свойство (4)

$$\text{из } (1) \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{3z + z^2}{3x + x^2}$$

$$3x^2 + x^3 = 3z^2 + z^3 \quad \text{из св. (4)}$$

$$(1) \cdot (2) \cdot (3) \Rightarrow (xyz)^3 = xyz(3+z)(3+x)(3+y)$$

$$xyz = (3+z)(3+x)(3+y)$$

$$3x^2 + x^3 = x(3x + x^2) = x \cdot yz = (3+z)(3+x)(3+y)$$

из св. (4) для y и z аналогично

$$x^2 = (3+z)(3+y) = 9 + 3z + 3y + yz$$

$$-x^2 = 9 + 3z + 3y + 3x + x^2 \Rightarrow \boxed{x+y+z = -3}$$

$$\begin{aligned} (x+3) &= a, & y+3 &= b, & z+3 &= c \\ (a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac) \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~а) 2~~

$$((x+3)+(y+3)+(z+3))^2 = 6^2 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + 2 \cdot ((y+3)(x+3) + (x+3)(z+3) + (z+3)(y+3))$$

$$6^2 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + 2(\cancel{xy} + x^2 + y^2 + z^2) + 2 \cdot 6(x+y+z) - 2 \cdot 6(-3) + 2 \cdot 3 \cdot 9 - 2 \cdot 3 \cdot 9$$

$$6^2 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 9) - 54 + 36$$

$$3((x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2) = 54$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{9999 \dots 99}_{x} = 10^x - 1 = n$$

$$x = 40000$$

$$n^3 = (10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1, \text{ т.е.}$$

число n^3 имеет вид:

разряд n

$$999 \dots 970000 \dots 02999 \dots 99$$

разряд
номер $2x+1$

разрядов $\Rightarrow x$ девяток

$x+1$

т.к. $3 \cdot 10^x$ имеет в себе $x+1$ разряд

разряд номер

$3x$ (т.к. на 1 меньше, чем 10^{3x} , а в $10^{3x} \rightarrow 3x+1$)

т.е. во второй половине $3x - (x+1) = x-1$ девяток,

тогда видно, что число имеет вид

$$\text{т.е. } 79999$$

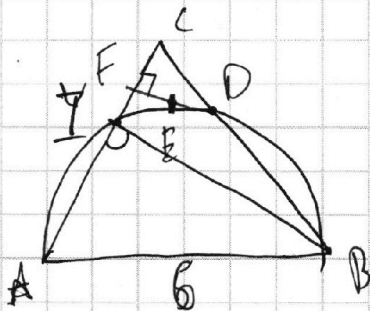
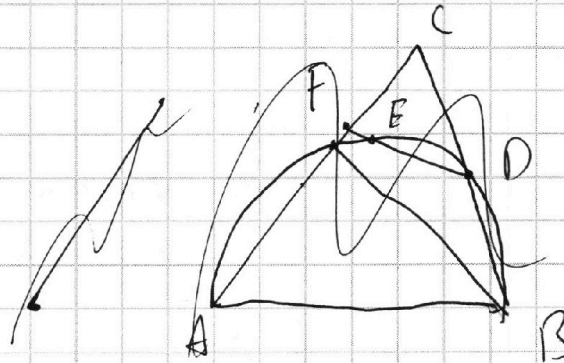
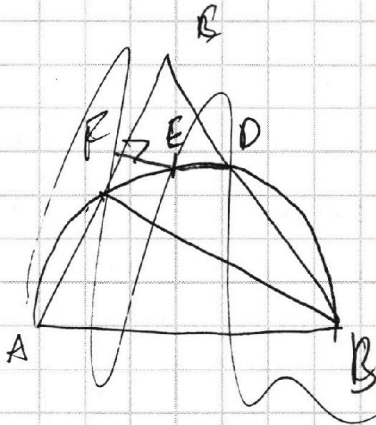


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

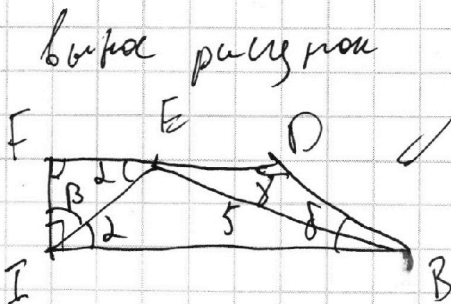
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$I = (AC \cap \omega)$, тогда
 $\angle AIB = 90^\circ$ (св. угла и диаметр.)



$$\angle EIB = \alpha$$

$$\angle FIE = \beta, \angle \epsilon \beta = 90^\circ$$

$$\frac{IF}{IE} = \frac{x}{y} \quad \sin \alpha = \frac{x}{y}$$

точки I, D, B, E на одной окруж.

$$FD \perp FI \perp IB \Rightarrow FD \perp IB$$

$$FD \parallel IB, \text{ т.е.}$$

FD BI - трапеция



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. трапеция $AFDBI$ - трапец. $EDBI$ - так же трапеция

а т.к. $EDBI$ - висшая, сумма
противополож. угл. равна 180°

т.е. $\gamma + \angle = 180^\circ$ и $\gamma + \beta = 180^\circ$ (св. паралл.)

т.е. $\angle = \beta$, т.е. трапеция $PI\beta$

$IE \parallel DB$

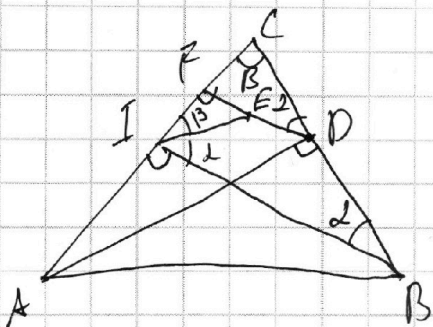
IEB - висшая в $\triangle$, тогда из т. синусов:

$$\frac{EB}{\sin \angle} = 2R$$

$$\sin \angle = \frac{EB}{2R} = \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\cos \beta = \cos \angle C = \sin \angle = \frac{5}{6}$$

Проведем AD , тогда $\angle ADB = 90^\circ$ (свойств. угла
отпр. на гипот.)



$$CD = AC \cdot \cos \beta = \frac{10}{6} \cdot 10 \cdot \frac{5}{6}$$

$$FC = CD \cdot \sin \angle = 10 \cdot \frac{25}{36}$$

$$AF = AC - FC = 10 - 10 \cdot \frac{25}{36} = 10 \cdot \frac{11}{36}$$

$$AF = \frac{110}{36}$$

$$\text{Other: } AF = \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

допустим, всею и коробок, тогда в первом случае, вероят. исходов 1. C_{n-3}^2 , а всею их C_n^5 , т.е. $P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

во 2-м

во втором же случае, всею исходов C_n^6 , а вероятных C_{n-3}^3 , т.е. $P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}}{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}} = \frac{C_{n-3}^3}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^6} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{3!} \cdot \frac{1}{(n-3)(n-4)}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)} = \frac{(n-5) \cdot 2!}{3!} \cdot \frac{6!}{5!(n-5)} =$$

$$= \frac{6}{3} = 2$$

т.е. вероятность победы выросла в 2 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



возьсти n , шаров всего n , тогда

1 случай всего способов выбрать 2, а
выбрать коробки C_n^5 , т.е. $P_1 = \frac{1 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{3!}{n(n-1)(n-2)}$

а во 2 случае порядок вариантов $C_{n-3}^3 \cdot 1$, а
всего способов C_n^6 , т.е. $P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} =$

$$= \frac{n(n-3)(n-4)(n-5)}{3!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6!}{n(n-1)(n-2)}$$

тогда $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{3!}{n(n-1)(n-2)}} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$

т.е. вероятность увеличилась в 20 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - (a^2 - a)x + (a - 5) = 0$, допустим сг корни это x_1, x_2 , а все скрепимости это D_{12}

$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$, допустим его корни это x_3, x_4 , а все скрепимости это D_{34} , тогда

$x_1 < x_2$, $x_3 < x_4$, тогда допустим последовательность возрастает (500), тогда

$$x_3 < x_1 < x_2 < x_4$$

допустим эта последовательность задается

так: $a_n = a_0 + n \cdot b$, тогда $x_3 = a_0 + 3b$

$$x_4 = a_0 + 8b$$

$$x_1 = a_0 + 5b$$

$$x_2 = a_0 + 6b$$

тогда, $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 2a_0 + 11b$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 12x + 136 - 1025 = 0$$

$$x^2 - 12x + 889 = 0$$

$$D = 889 \cdot 4 + 144 = 3500 \cdot 4 - 44 + 144 =$$

$$= 3400 = 34 \cdot 10^2$$

$$x_1 = 6 - \sqrt{34} \quad x_2 = 6 + \sqrt{34}$$

$$x_3 = 6 - 5\sqrt{34} \quad x_4 = 6 + 5\sqrt{34}$$

$$b = 2\sqrt{34}, \quad a_0 = 6 - 8\sqrt{34}, \quad a_1 = 6 - 11\sqrt{34}$$

Ответ: $a = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$r.e. \quad \frac{a^2 - a - D_{12}}{2} + \frac{a^2 - a + D_{12}}{2} \quad \frac{a^3 - a^2 - D_{34}}{2 \cdot 4} + \frac{a^3 - a^2 + D_{34}}{2 \cdot 4}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}, \quad (a^2 - a) \left(1 - \frac{a}{4}\right) = 0$$

$$(a^2 - 4) \quad a(a-1)(a-4) = 0$$

тогда $a =$

a либо 0, либо 1, либо 4

Проверим:

$$a=0, \quad x^2 - 5 = 0 \quad x_1 = -\sqrt{5} \quad x_2 = \sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0, \quad x_3 = -1, \quad x_4 = 1, \quad \text{не подходит}$$

$$a=1, \quad x^2 - 4 = 0, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 2$$

$$4x^2 - 1 = 0, \quad x_3 = -\frac{1}{2}, \quad x_4 = \frac{1}{2}, \quad \text{не подходит}$$

$$a=4, \quad x^2 - 12x - 1 = 0 \quad D_{12} = 148 \quad x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2}$$

$$x^2 - \frac{48}{4}x + \frac{2 \cdot 4^4}{4} + \frac{2 \cdot 4^2}{4} - \frac{4^6}{4} - 1 = 0$$

$$x^2 - 12x + 128 + 8 - 1024 - 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle B'OC' = 2\angle BOC_2$$

$$\text{т.к. } 2\angle = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ, \angle = 30^\circ$$

$$\angle C'_1OC'_2 = 180^\circ - 2\angle = 120^\circ = \beta$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \pi R^2$$

$$S_2 = 9\sqrt{3} \cdot 20$$

$$S_1 = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$S_4 = \frac{\beta^\circ}{360^\circ} \cdot \pi R^2 - \frac{R^2 \cdot \sin \beta}{2}$$

$$S_3 = 81$$

$$S_3 = 324\pi - 108\sqrt{3} - \frac{36\pi}{2} - \frac{1}{3} \cdot 324\pi + \frac{18^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$S_3 = \frac{2}{3} \cdot 324\pi - 36\pi + 81\sqrt{3} - 108\sqrt{3}$$

$$S_3 = \frac{2}{3} \cdot 324\pi - 108\sqrt{3} - 18\pi + 9^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$S_3 = 198\pi - 27\sqrt{3}$$

$$\text{Answer: } S = 198\pi - 27\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

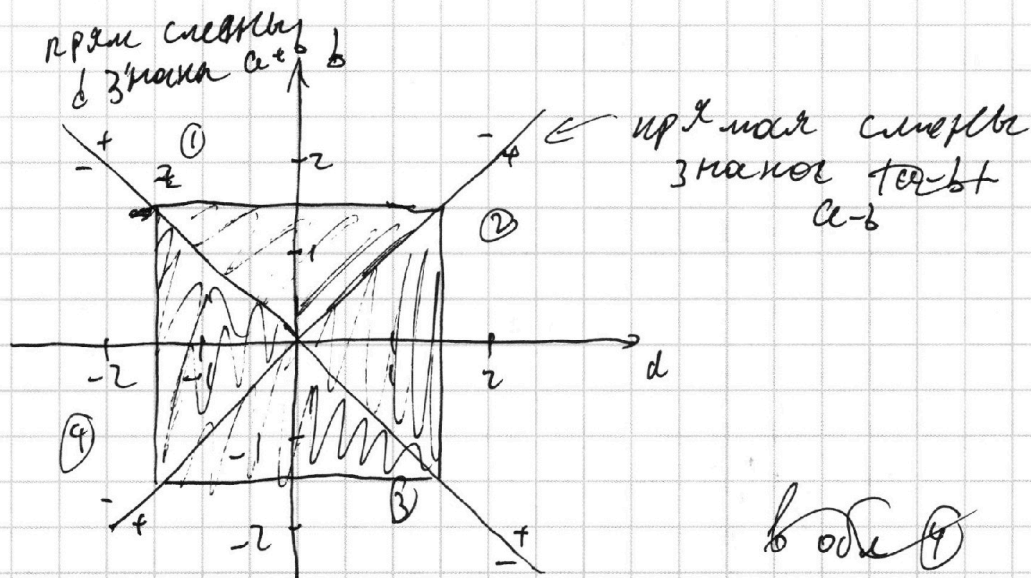
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

сделаем замену $x - 1,5 = a$, $\frac{y}{6\sqrt{3}} = b$, тогда
график выглядит так

$$|a+3| + 6|a-b| \leq 3, \text{ построим в координатах } a, b$$



область 1

$$a+b-a-b \leq 3, \quad b \leq 1,5$$

область 2

$$a+b-a-b \leq 3, \quad a \leq 1,5$$

область 3

$$-a-b+a-b \leq 3, \quad -b \leq 1,5, \\ b \geq -1,5$$

область 4

$$a-b-a-b \leq 3, \quad -a \leq 1,5 \\ a \geq -1,5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



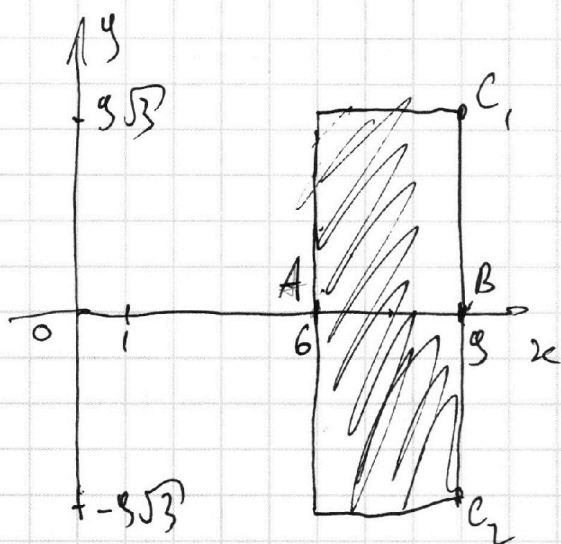
СТРАНИЦА

2 из 5

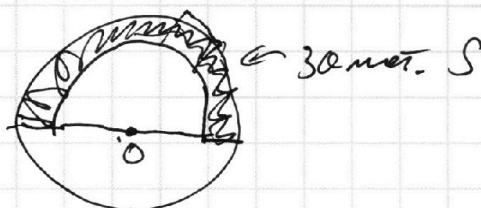
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. преобразование $x \rightarrow ax$ линейное

а $a \rightarrow b$ пропорциональное, график $y(x)$ - прямоугольник со ст. 3 (по абсциссе) и $18\sqrt{3}$ (по ординате) с координатами центра $O(7,5; 0)$



Рассмотрим отрезок AB , после поворота при повороте, он займет часть окружности вот так:



и в любой момент от точки B' (получ из поворота)

контролировать C_1' и C_2' (точки по лучу поворота из C_1 и C_2 соотв.)

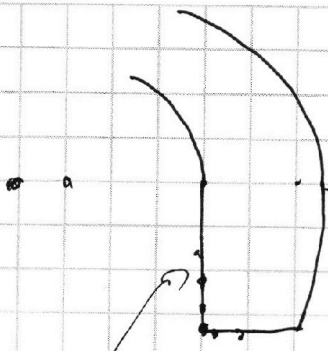


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

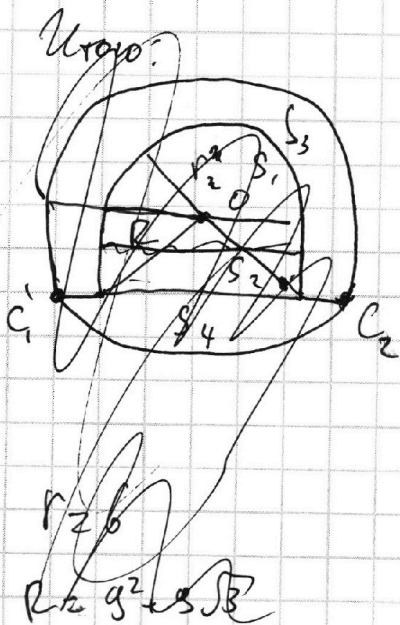
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



прямой yz . т.к. при повороте все точки
слева нач. смещаться "внутрь" нест. полосу
из-за чего сначала не затрагивают новую S

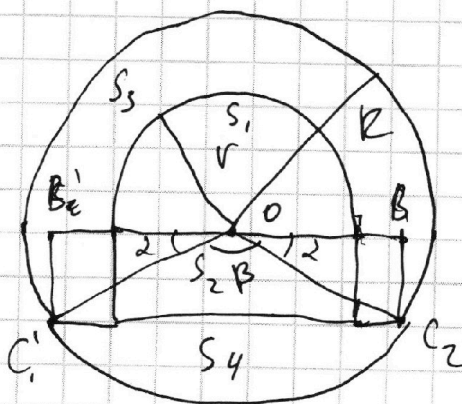


S_3 - площ. заштрих.

S_1 - площ. незак. полуокружности

S_4 - незак. площ. сектора
окружности

S_2 - незак. прямоугольника



$$r = 6$$

$$R = \sqrt{3^2 + 3^2}$$

$$R = 18$$



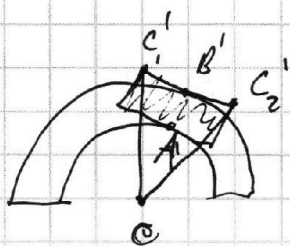
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

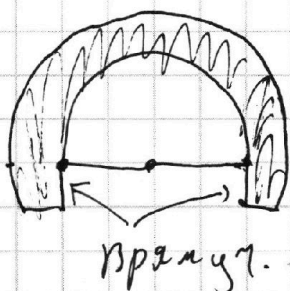
СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. в любой момент поворот за метает. Значит часть окруж., т.е.:



и т.к. это происходит постоянно, в конечном итоге будет заштрихована и вся фигура.



Внутр. незаштрихованная часть полуц.
"прокатыванием" прямоугольника по окруж.
се. Прямые заштрихованной полуокружности т.к.
их созд. точки C_1 и C_2 которые прокат
полуокружности каждая

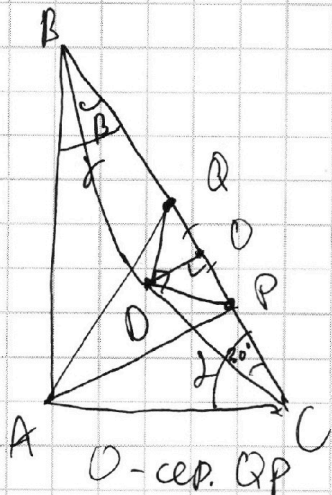


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle QBD = \beta$$

$$\angle ABQ = \beta = \gamma$$

$$\angle C = \angle \alpha \quad \alpha + \gamma = 90^\circ$$

DD - середина OP

$$PD = QD = DP = x$$

(св. медиан
прямоуголь-
ника)

$$AC = c$$

$$BA = b$$

$$\text{тогда } \begin{cases} (c-x) \cos 40^\circ = x \\ (b-x) \cos \beta = x \end{cases}$$

$$x = \frac{\sqrt{b^2 + c^2} - b(b+c - \sqrt{b^2 + c^2})}{2}$$

Если $DP = DQ$ и $\angle AD$

то $\triangle DPQ$ - равносторонний

$$\angle \text{так } \angle QDP = 90^\circ, \angle QDP = \angle QPD = 45^\circ$$

$$\triangle AQC - \text{равносторонний, так } \angle AQC = \angle QAC =$$

$$= \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \frac{90^\circ + \gamma}{2}$$

$$= 45^\circ + \frac{\gamma}{2}$$

$$\angle AQD = \angle AQC - \angle DQP = 45^\circ + \frac{\gamma}{2} - 45^\circ =$$

$$= \frac{\gamma}{2}$$

$$\text{Аналогично } \angle DPQ = \frac{\gamma}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x}{z} = \frac{3z + z^2}{3xz + xz^2} - \frac{1025}{136} \quad 3xz + xz^2 = 3z^2 + z^3 = 3z^2 + 9z^3$$

$$\begin{aligned} 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \end{aligned}$$

$$x(3+z)(3+x)(3+z) = (3+x)x^2$$

$$(10^x - 1)^3 = 999 \cdot 10^x - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1$$

$$((x+3)(y+3)(z+3))^2 = (x+3)^2(y+3)^2(z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3))$$

N

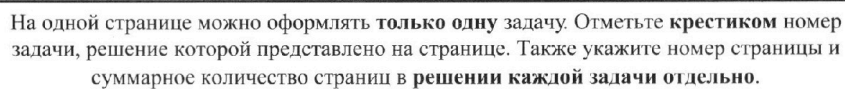
$$\frac{1}{C_N^3}$$

$$1 \cdot C_{N-3}^3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6(xyz + 3) + 9 \cdot 3$$

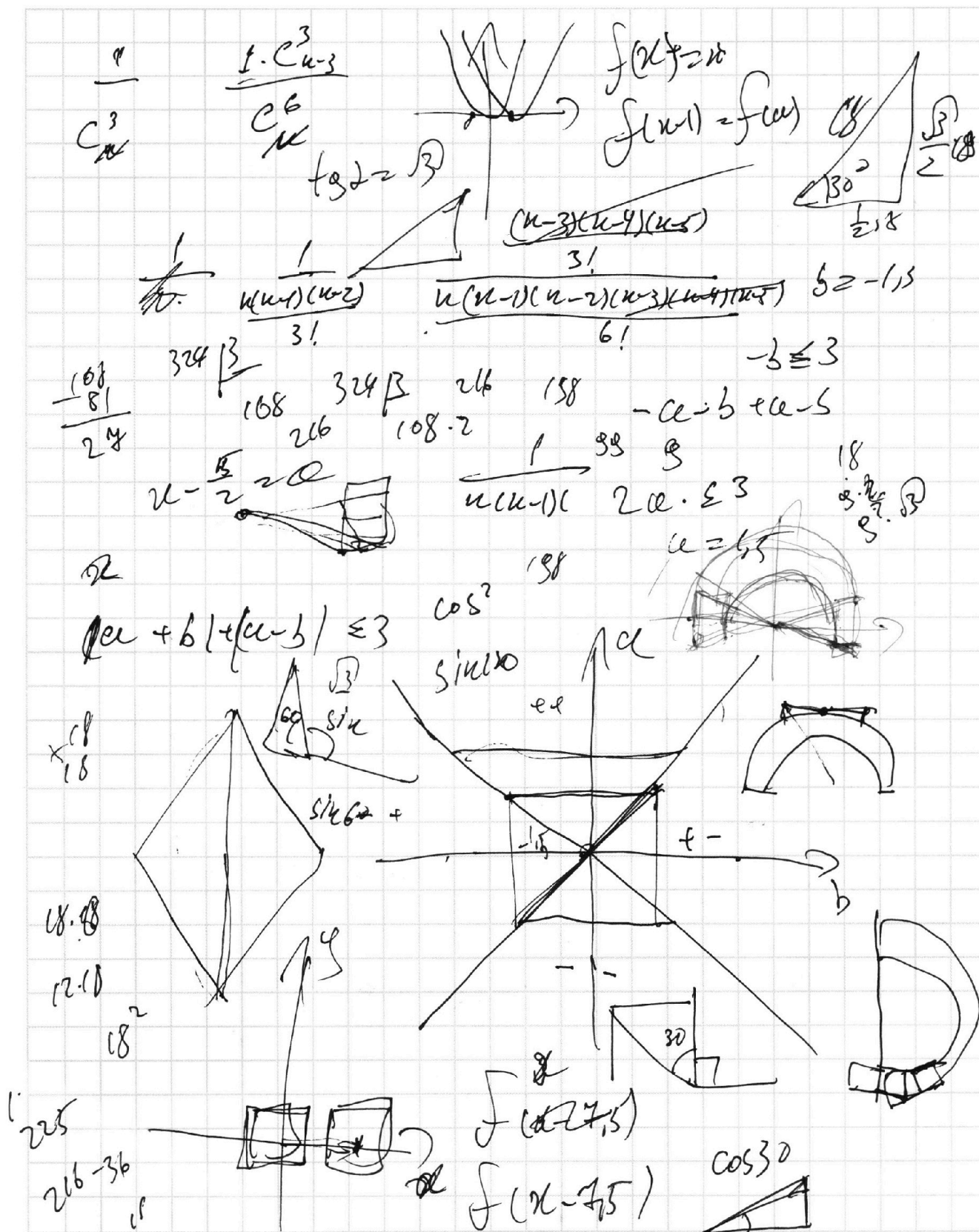
$$1000 - 300 + 30 - 1$$

$$1000 - 300 + 30 - 1$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!**



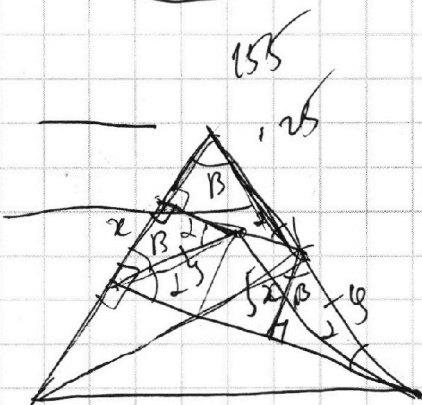
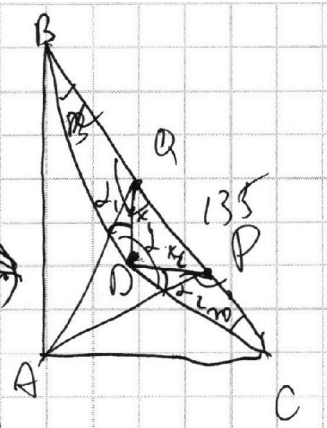
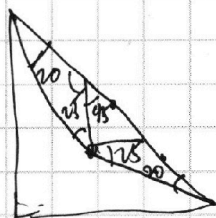
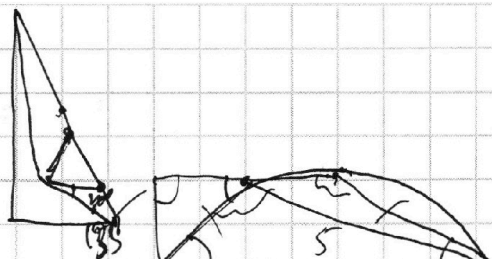
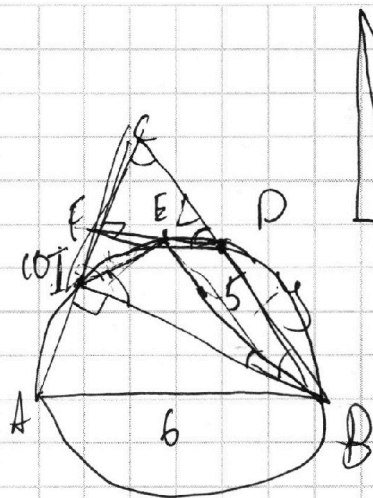


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

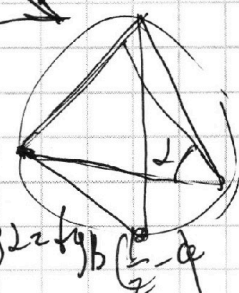
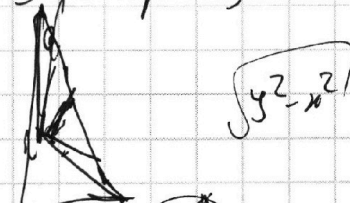
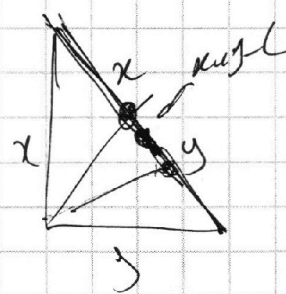
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos \beta = \frac{x}{5}$$
$$\sin \alpha = \frac{x}{5} = \frac{5}{6}$$

$$3 \cdot \sin \beta = 5 \cdot \cos \alpha = 5 \sqrt{1 - \frac{x^2}{5^2}}$$

$$\frac{5}{\sin \alpha} = 2R$$



$$2 \cdot \beta + 180 - \beta_1 +$$
$$+ 20 + \frac{1}{2} \beta_2 - \frac{1}{2} \beta_2$$
$$= 360 \text{ и } \beta_1$$

$$\frac{x \cdot y \cdot L}{2}$$

$$\frac{x-y}{2} + \frac{L}{2}$$

$$L_2 =$$

$$\frac{x-y}{2} = a$$

$$\frac{L}{2} = a$$

$$\frac{L}{2} = a$$

$$2 \cdot \beta + \beta_2 + 20 = 96$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

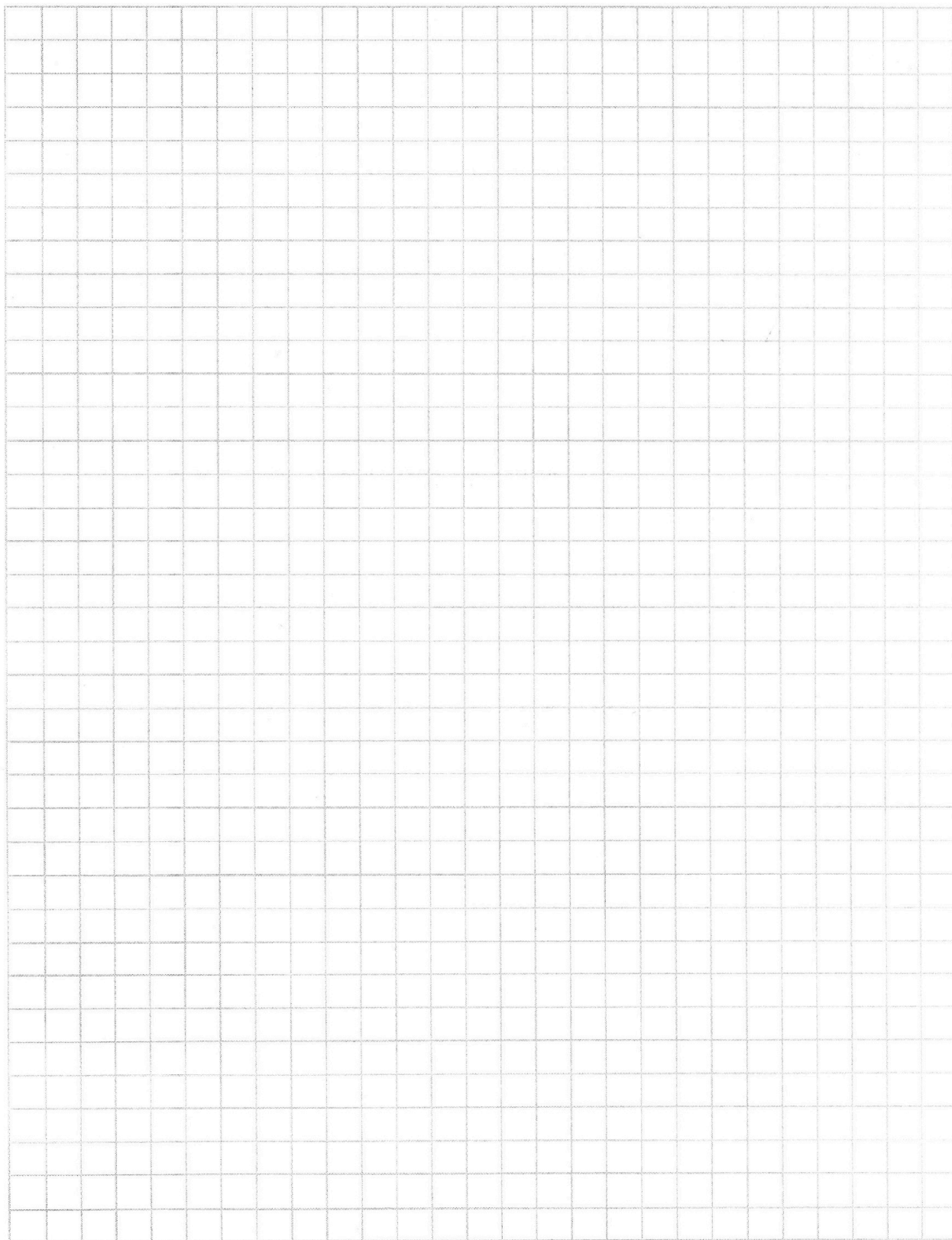
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c - x = \frac{x}{\tan 20^\circ}$$

$$c = x \left(\frac{1}{\tan 20^\circ} + 1 \right)$$

$$\sqrt{b^2 + c^2} = a$$

$$2c = (b + c - \sqrt{b^2 + c^2}) \left(\frac{1}{\tan 20^\circ} + 1 \right)$$

$$2\sqrt{b^2 + c^2}$$

$$2\sqrt{b^2 + c^2} \left(1 - \frac{1}{\tan 20^\circ} \right) = b \left(1 + \frac{1}{\tan 20^\circ} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

