



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



?1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

✍ [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

✍ [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.

✍ [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

✍ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.

? 6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

0 одно или на 2 и сложим

$$2z^2 - 4z + 2x^2 - 4x + 2y^2 - 4y + 2z^2 - 4z = 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(z-y)^2 + (x-y)^2 + (y-z)^2 = 4(z+x+y)$$

$$[z+x+y \geq 0]$$

$$\begin{aligned} (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 &= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 16 - 4(z+x+y) = x^2 + y^2 + z^2 + 16 - \\ &\quad - (z-y)^2 - (x-y)^2 - (x-z)^2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Изначально по условию задачи, переводим в рубль~~

$$\frac{9 \dots 9}{150001} = 10^{\frac{130001}{150001}} - 1$$

$$\left(10^{\frac{130001}{150001}} - 1\right)^3 = 10^{\frac{390003}{150001}} - 3 \cdot 10^{\frac{60002}{150001}} + 3 \cdot 10^{\frac{130001}{150001}} - 1 =$$

$$= 10^{\frac{390001}{150001}} \left(10^{\frac{60002}{150001}} - 3 \cdot 10^{\frac{30001}{150001}} + 3\right) - 1$$

число везет: $a_1 \dots a_n \underbrace{000.000}_{30001 \text{ рубль}}$

при вычитании получим бюджет

$a_1 \dots a_n \underbrace{999 \dots 9}_{30001 \text{ рубль}}$

$$10^{\frac{60002}{150001}} - 3 \cdot 10^{\frac{130001}{150001}} + 3 = \frac{10^{\frac{60002}{150001}} (10^{\frac{130001}{150001}} - 3) + 3}{10^{\frac{130001}{150001}}}$$

$a_1 \dots a_n$ представлено в виде: $b_1 \dots b_k \underbrace{00 \dots 0}_{30001 \text{ рубль}}$

при прибавлении получим:

$b_1 \dots b_k \underbrace{00 \dots 0}_{30001 \text{ рубль}}$

рассмотрим $b_1 \dots b_k$

$$10^{\frac{130001}{150001}} - 3$$

$$\underbrace{100 \dots 0}_{30001 \text{ рубль}} - 3 = \underbrace{99 \dots 7}_{30000}$$

$$\text{Итого: } \begin{array}{r} 30001 + 150000 \\ \hline 180001 \end{array} \text{ рублей}$$

Ответ: 60001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Т.к. $\triangle ABC$ — остроугольный $\Rightarrow AC \cap \omega = K$

$\angle E = 90^\circ$ (угор. на диаметр)

$$AK = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

(по теореме Пифагора)

$$\angle FDC = 90 - \alpha \Rightarrow \angle FDB = 90 + \alpha$$

$\Downarrow$

$$\angle A = 90 - \alpha \text{ (по разн. сторонам угла)}$$

$$\angle A = \angle FDC \Rightarrow \triangle FDC \sim \triangle AFB$$

(по двум углам)

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \cos \alpha = \frac{3}{4}$$

$\triangle BDE$:

$$\frac{BD}{\sin \beta} = 8 \text{ (по теореме синусов)}$$

$$BD = 8 \cdot \sin \beta$$

$$\frac{DE}{\sin(90 - \beta + \alpha)} = 8$$

(по теореме синусов)

$$DE = 8 \cdot \sin(90 - (\beta + \alpha)) = 8 \cdot \cos(\beta + \alpha)$$

$$AE \cdot \sin(90 - \beta) = AF$$

$$AF = 2\sqrt{7} \cdot \cos \beta$$

$$EF = 2\sqrt{7} \cdot \sin \beta$$

$$FC = 10 - 2\sqrt{7} \cdot \cos \beta$$

Т.к. $\triangle DCF \sim \triangle AFB$:

$$\frac{DF}{BE} = \frac{DE + EF}{AE}$$

$$DE + EF = DF$$

$$\frac{10 - 2\sqrt{7} \cos \beta}{6} = \frac{2\sqrt{7} \sin \beta + 8 \cos(\beta + \alpha)}{2\sqrt{7}}$$

$$2\sqrt{7} \sin \beta + 4 \cos(\beta + \alpha) = 20\sqrt{7} - 28 \cos \beta$$

$\sqrt{7}$:

$$2 \sin \beta + 4 \cos(\beta + \alpha) = 5\sqrt{7} - 7 \cos \beta$$

$$3\sqrt{7} \sin \beta + 12 \cos \beta \cdot \cos \alpha - 12 \sin \beta \cdot \sin \alpha = 5\sqrt{7} - 7 \cos \beta$$

$$3\sqrt{7} \sin \beta + 12 \cdot \frac{3}{4} \cos \beta - 12 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \sin \beta = 5\sqrt{7} - 7 \cos \beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{3\sqrt{7} \sin \beta} \quad 9 \cos \beta - \cancel{3\sqrt{7} \sin \beta} = 5\sqrt{7} - 7 \cos \beta$$

$$16 \cos \beta = 5\sqrt{7}$$

$$\cos \beta = \frac{5\sqrt{7}}{16}$$

$$AF = 2\sqrt{7} \cdot \sin(90^\circ - \beta) = 2\sqrt{7} \cdot \cos \beta = \frac{2\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{7}}{16} = \frac{35}{8}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{35}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кол-во способов выбрать 5 коробок из n →

$$C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}$$

Кол-во способов выбрать так, чтобы ^{выиграть} ~~3 шары~~ ^{2 шары} ~~3 шары~~ ^{2 шары} →

$$C_{n-5}^2 = \frac{(n-5)!}{2! \cdot (n-5)!}$$

вероятность выигрыша

$$\begin{aligned} \frac{(n-5)!}{2! \cdot (n-5)!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} &= \frac{(n-5)! \cdot n!}{2! \cdot (n-5)! \cdot n!} = \frac{n! \cdot 2! \cdot (n-5)!}{(n-5)! \cdot 5! \cdot (n-5)!} = \frac{2n!}{5! \cdot (n-5)!} \\ &= \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 4 \cdot 5} \end{aligned}$$

Кол-во способов выбрать 4 коробки из n :

1) если $n=7$, то вероятность выиграть: 1 (при выборе 7 коробок)
при 5: $\frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{2}{7}$

увеличилась в 3,5 раза.

2) если $n \neq 7$:

$$C_n^4 = \frac{n!}{(n-4)! \cdot 4!} \rightarrow \text{всею способами выбрать коробки}$$

выигрыши способов.

3 шара

и без

$$C_{n-5}^4 = \frac{(n-5)!}{4! \cdot (n-5)!}$$

$$\text{вероятность: } \frac{(n-5)!}{4! \cdot (n-5)!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} = \frac{(n-5)! \cdot n!}{4! \cdot (n-5)! \cdot n!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{(n-1)(n-2)n}$$

во сколько увеличивается:

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{(n-1)(n-2)n} \cdot \frac{(n-1)(n-2)n}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8-4}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

Ответ: в 3,5 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^3 - a - 7 = 0$$

a - первый член многочл.
 d - разность арифм. прогр.

$$x_1 + x_2 = a^2 - 2a \quad (\text{по th. Виета})$$

$$x_1 + x_2 = a_1 + 5d + a_1 + 6d = 2a_1 + 11d.$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \quad x_1 + x_2 = a_1 + 5d + a_1 + 8d = 2a_1 + 13d$$

$$\frac{a^3 - 2a^2}{3} = a^2 - 2a$$

$$1) a = 0$$

$$x^2 - 7 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

$$d = \pm\sqrt{7}$$

$a = 0$ не подходит

$$2x^2 + 6 = 0 \quad \text{решений нет}$$

$$2) a \neq 0 \quad a^2 - 2a = 3a - 6$$

(поделим на a и получим на 3)

$$a^2 - 5a + 6 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$a_1 = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$a_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

проверка: $a = 2 \quad x^2 - (4-2)x + 4-2-7 = 0$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5} \quad d = \pm 2\sqrt{5}$$

$$3x^2 - (8-6)x + 6 - 32 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

$$x^2 = \frac{26}{3}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$\pm \frac{\sqrt{78}}{3} \pm \pm 2\sqrt{5}$$

$a = 2$ не подходит



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a=13$$

$$x^2 - (9-6)x + 9-3-7=0$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 = 13$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \quad d = \sqrt{13}$$

$$3x^2 - (27 - 18)x + 6 - 243 = 0$$

$$3x^2 - 9x + 237 = 0$$

$$x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$D = 9 + 316 = 325 = 5^2 \cdot 13$$

$$x = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} \quad d = \frac{5\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13} \sqrt{5}$$

Ответ: $a=13$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

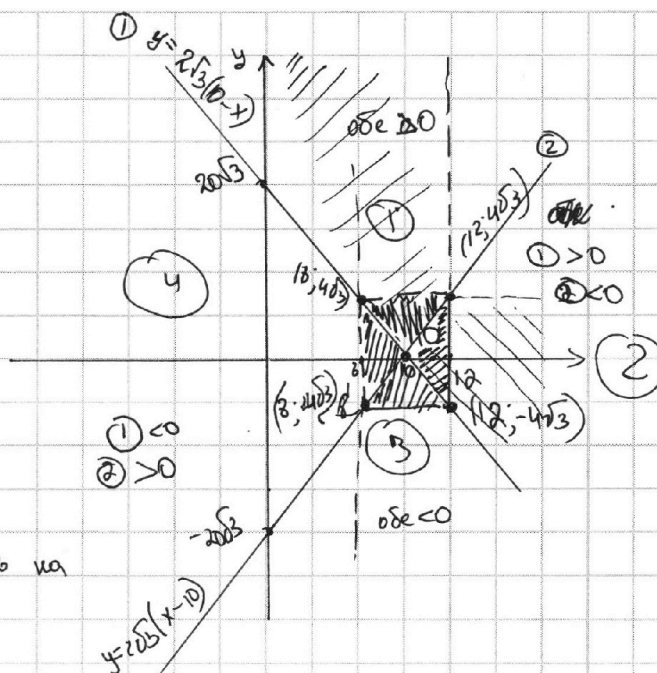
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) построим прямые

$$y = 2\sqrt{3}(10-x)$$

$$y = 2\sqrt{3}(x-10)$$

Раскроем модуль, опираясь на рисунок график.



$$\textcircled{1} \quad x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$2x - 20 \leq 4$$

$$2x \leq 24$$

$$x \leq 12$$

$$\rightarrow x = 12$$

$$y \leq 2\sqrt{3} \cdot 2 = 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} \quad -x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x+10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \quad y \leq 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad -x+10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} - x+10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$-2x \leq -16$$

$$x \geq 8$$

$$y = 2\sqrt{3}(8-10)$$

$$y = -4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \quad -x+10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$-\frac{2y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \geq -4 \quad y \geq -4\sqrt{3}$$



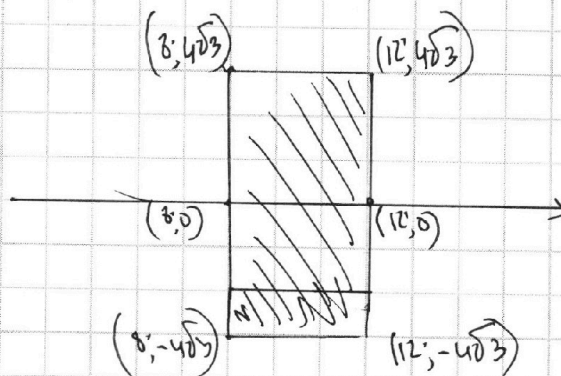
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

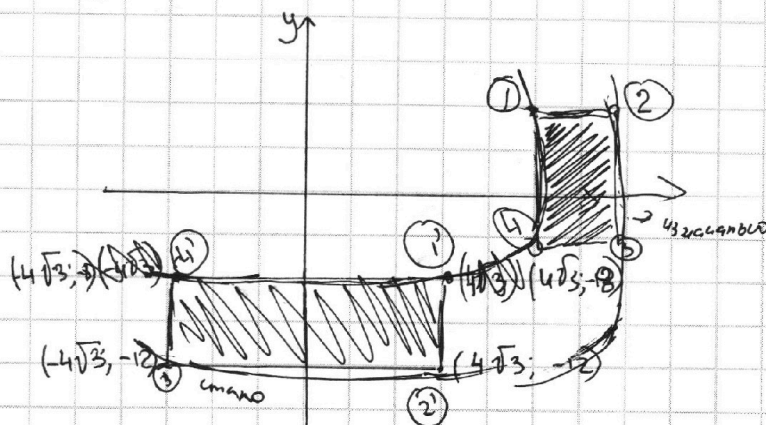
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получается, наше неравенство задает прямоугольник



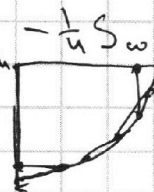
Когда повернем на $\pi = 90^\circ$

Стало



Нужно найти S многоугольника M .

Для этого нужно из $\frac{1}{4} S_{\text{окружности}}$ вычитать $-\frac{1}{4} S_{\text{многоугольника}}$





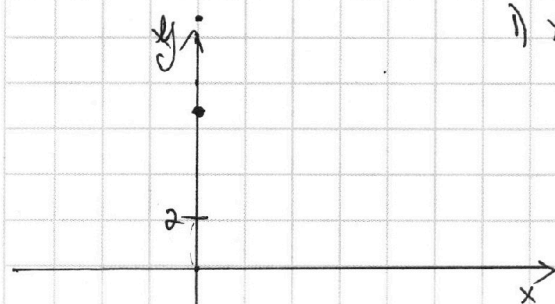
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11.34.



$x=10$

$$\left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| -10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| = 4$$

$$\frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

1) $x=0$

$$\left| -10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| -10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

$$1) \frac{y}{2\sqrt{3}} > 10$$

$$-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4$$

$$\frac{2y}{2\sqrt{3}} = 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} = 4 \quad y = 4\sqrt{3} \text{ не пошло}$$

$$2) -\frac{y}{2\sqrt{3}} < 10$$

$$10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

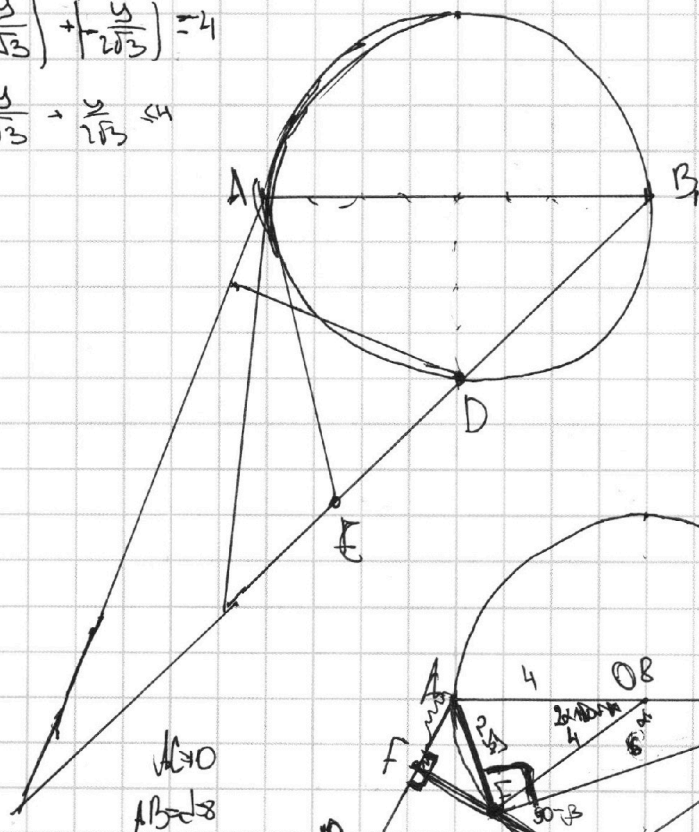
$$3) y < -10$$

$$10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4$$

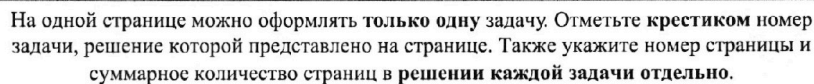
$$y = -2\sqrt{3} \text{ не пошло}$$

$$x = 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{10 - x}{(10 - x) \cdot 2\sqrt{3}}$$



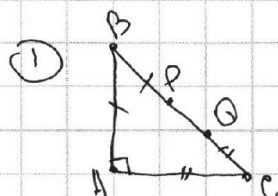
$$\sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

[illegible]

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для начала разберёмся, как лежит P и Q относительно BC



Планов вариант невозможен в силу неравенства

трех вилки:

ep 12 und 13 $B \vee AC \geq BC$

HO: $B_A + AC > BP + PQ + QC$

~~BAAC~~ $O > PQ$ redz mo.

3) Каким может быть max.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (no th. Vugoropa)}$$

$$AB^2 + AC^2 = (BP + CQ - QP)^2$$

$$AB^2 + AC^2 = (AB^2 + AC^2 - QP)^2$$

$$\cancel{AB^2} + \cancel{AC^2} = \cancel{AB^2} + \cancel{AC^2} + QP^2 + 2AB \cdot AC - 2AC \cdot QP - 2AB \cdot QP$$

$$2 AC \cdot QP + 2 AB \cdot QP = QP^2 + 2 AB \cdot AC$$

$$QP = DQ\sqrt{2} = DP\sqrt{2}$$

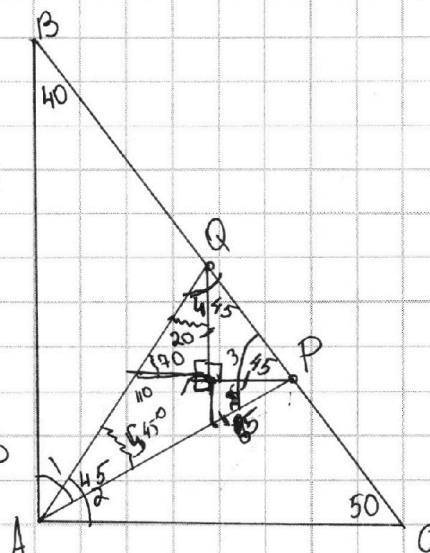
$\Delta ABP \approx \Delta AQC - pK_a$ (по определению)

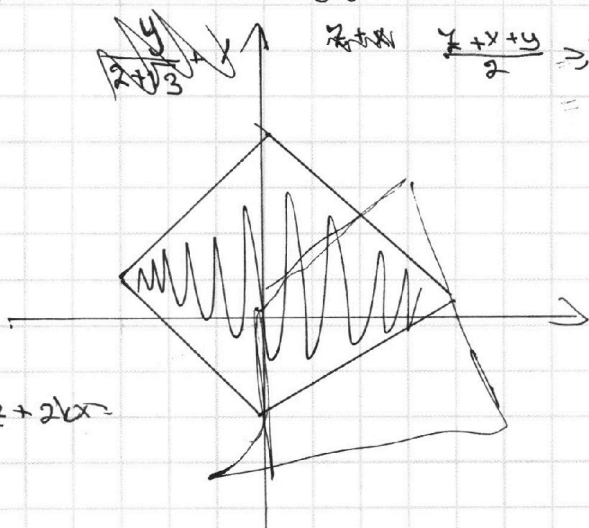
$$\Rightarrow \angle 1 = \angle 3 = \frac{180-40}{2} = 70^\circ$$

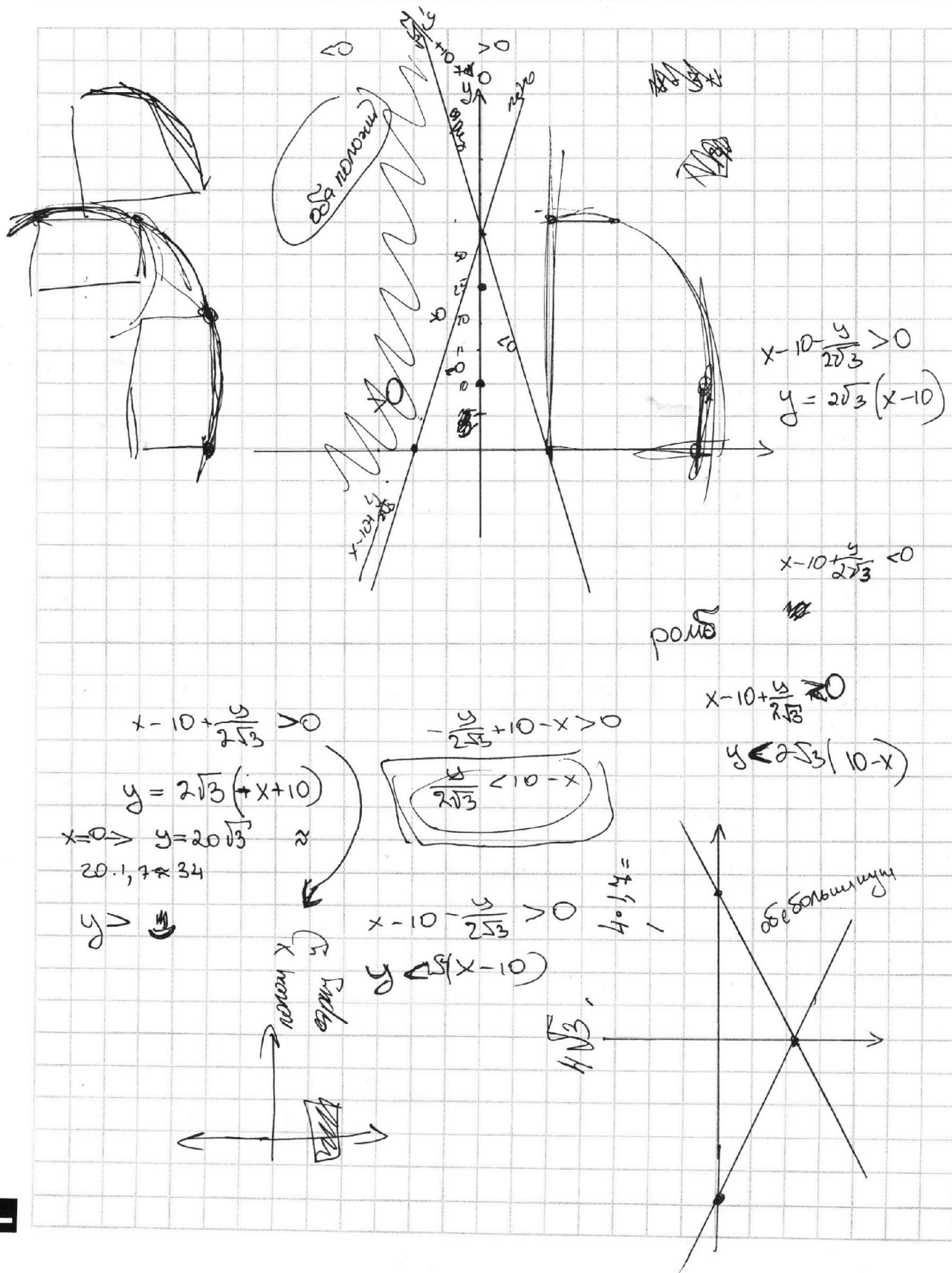
$$\angle 2 = \angle 4 = \frac{180 - 90}{2} = 45$$

$$85 + 70 - 45 = 90$$

$$45 = 45^\circ$$









На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

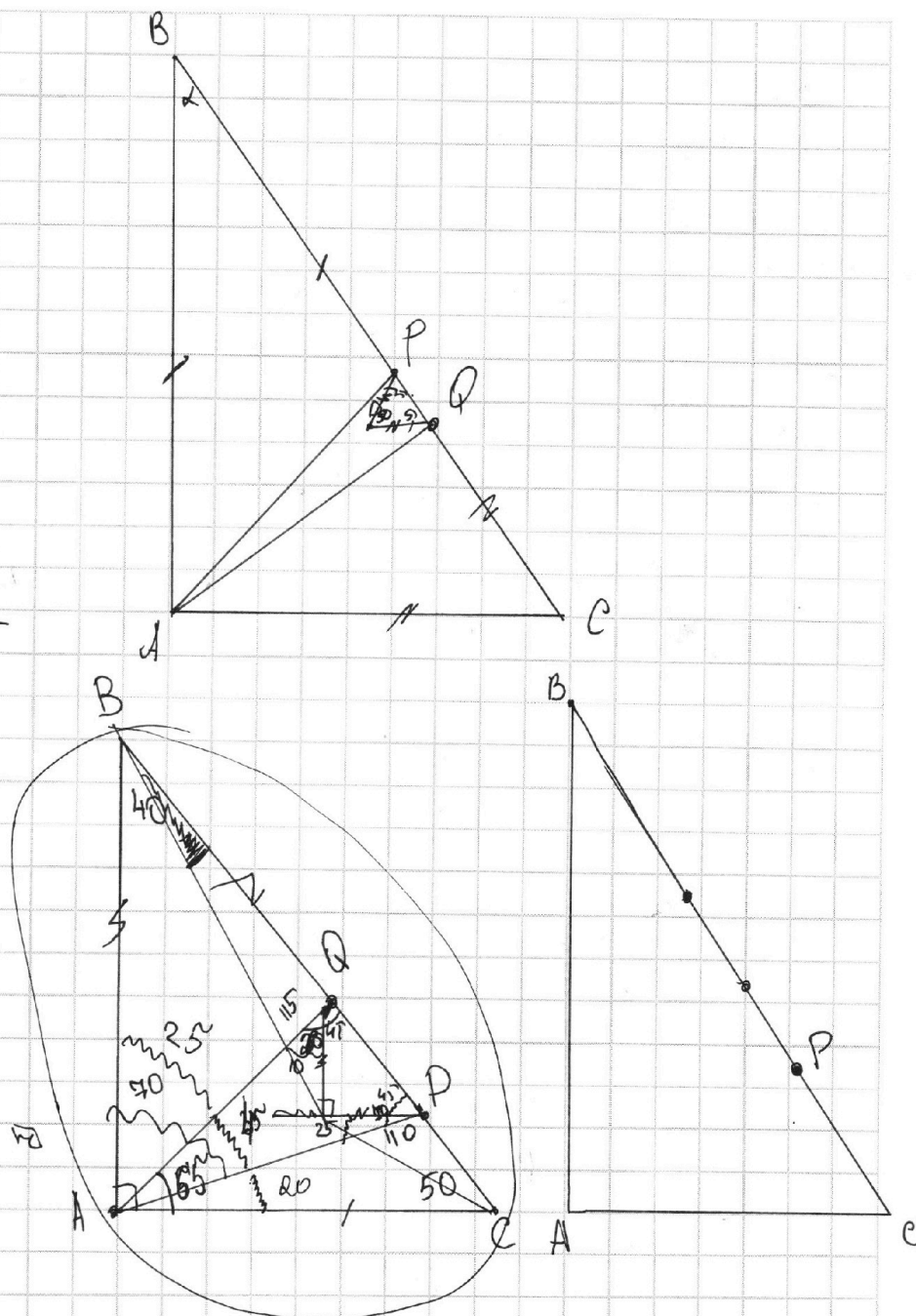
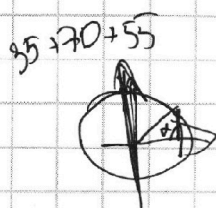
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$70 + 45 \rightarrow x = 30$$

$$x = 35$$



$$\cos(30+45) = \cos 30 \cdot \cos 45 - \sin 30 \cdot \sin 45 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos(45+45) = \cos 45 \cdot \cos 45 - \sin 45 \cdot \sin 45$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$$

не по условию $\rightarrow$

$$d \neq 0$$

$$[a, +3d]$$

$$[a, +5d]$$

$$[a, +6d]$$

$$[a, +3d]$$

$$D = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a + 4a + 28 =$$

$$= a^4 - 4a^3 -$$

$$x_1 + x_2 = \frac{a^2 - 2a}{1}$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$\frac{a^2 - 2a}{1} = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$1) a = 0. \quad x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{4} \quad d = \pm 2\sqrt{2}$$

$$3x^2 + 6 = 0$$

$$x^2 + 2 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

$$d = \pm \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

не по условию

$$2) a \neq 0$$

$$3a - 6 = a^2 - 2a$$

$$a^2 - 5a + 6 = 0$$

$$x^2 - (4 - 2a)$$

$$x^2 - (4 - 2a) + 4 - 2 = 0$$

$$x^2 + 5 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$d = \sqrt{5}$$

$$3x^2 + 6 - 32 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

$$x^2 = \frac{26}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$\rightarrow$ не по условию



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x^2

$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| = 4$$

$$x = 10$$

$$\left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| -\frac{y}{2\sqrt{3}} \right| = 4$$

$$1) x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$2x\sqrt{3} - 20\sqrt{3} + y \geq 0$$

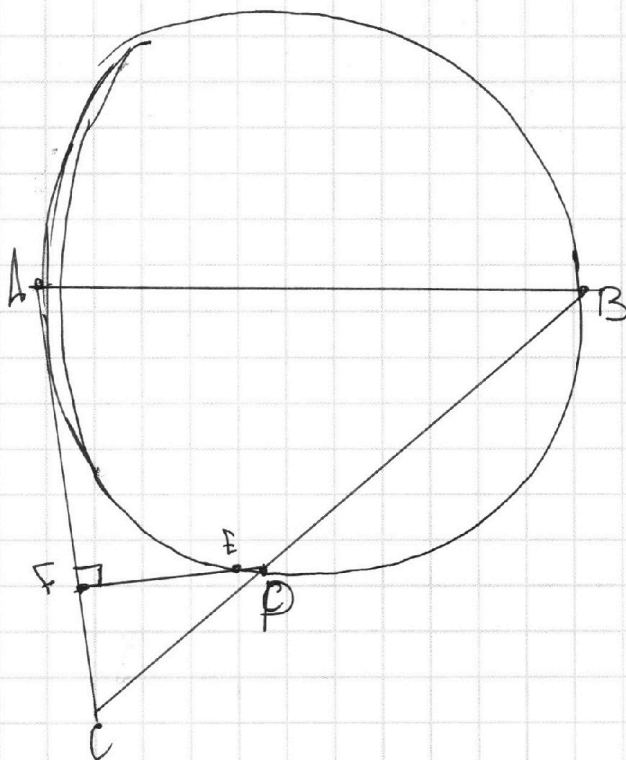
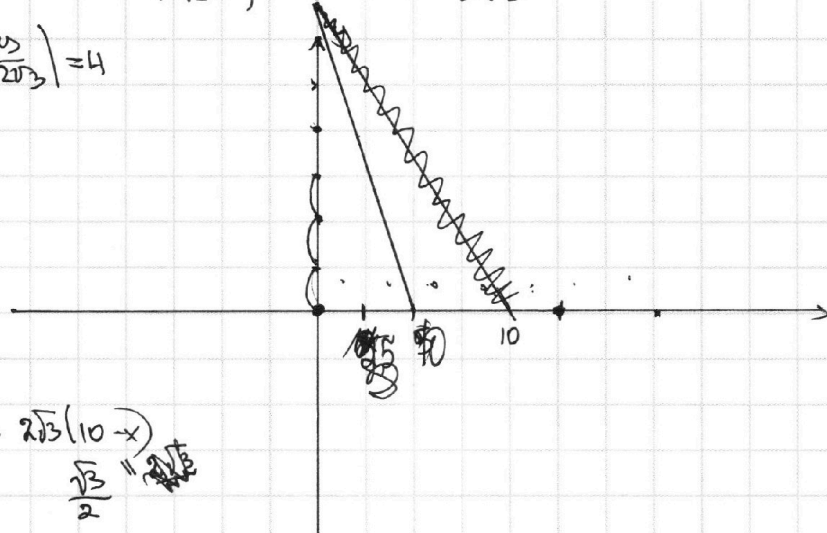
$$y = \frac{20\sqrt{3} - 2x\sqrt{3}}{1} = 2\sqrt{3}(10 - x)$$

$$y = 20\sqrt{3} - 1, \quad x = 10$$

$$y = 0, \quad x = 0$$

$$y = 20\sqrt{3} \quad 1,7$$

$$\frac{20}{1,7} \approx 11,76$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 9 & 10^1 \\ 99 & 10^2 - 1 \end{matrix}$$

~~100~~: $\begin{matrix} 30001 \\ 10 \\ -1 \end{matrix}$

$$\left(10^{30001} - 1\right)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 =$$

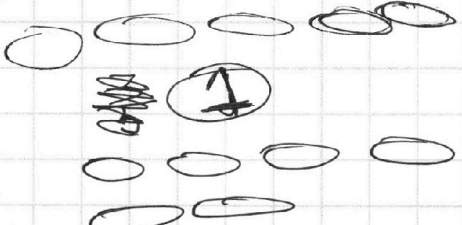
$$= 10^{30001} \left(10^{60002} - 3 \cdot 10^{30001} + 3\right) - 1$$

$$\downarrow \left(10^{30001} (10^{30001} - 3) + 3\right)$$

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 8}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{2}{7}$$

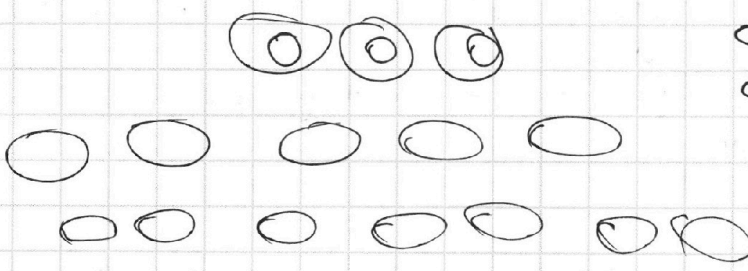
много цифр
... 000000 - 1
? 30001 много + 3
000 - 3. остаток

3 коробки



$$C_6^5 = 6$$

из них коробки
3 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



Всего коробок n . кладём в 3 шарика

вероятность выбрать 1 $\rightarrow \frac{3}{n}$
если он берёт 5 коробок, то вероятность
берёт вторую коробку

$$C_7^5 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 21$$

$$\begin{matrix} 12 \\ 13 \\ 23 \\ 14 \\ 15 \Rightarrow 15 \\ 16 \\ 17 \end{matrix} \quad 12 + 3 = 15 \quad \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} = \frac{3(n-1)(n-2) + 2n(n-2) + 3n(n-1)}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} + 5$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4} + 3 = \frac{60 + 48 + 30 + 240}{120} = \frac{378}{120}$$

$$\frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{12}{80} = \frac{3}{20}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 -$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 2y + z^2 + 2z = xy + yz + zx$$

$$x^2 - 4x + y^2 - 4y + z^2 - 4z = xy - 2y + yz - 2z + zx - 2x$$

$$2x^2 - 4x + 2y^2 - 4y + 2z^2 - 4z = 2xy + 2yz + 2zx$$

$$\cancel{x^2 - 4x} + \cancel{y^2 - 4y} + \cancel{z^2 - 4z} (x-y)^2 + (z-y)^2 + (z-x)^2 =$$

$$= 4x + 4y + 4z$$

$$z + y + x \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 16 - 2x^2 + 4xy - 2y^2 + 4zx - 2z^2 + 4zy =$$

$$= 16 - x^2 - y^2 - z^2 - 4xy - 4zx - 4zy =$$

$$= -(x+2y)^2 - (y+2z)^2 - (z+2x)^2 + 4y^2 + 4z^2 + 16 =$$

$$= 4(x^2 + y^2 + z^2 + 16) - (2x - x - 2y)(2x + x + 2y)$$

$$\begin{array}{r} 499 \\ 199 \\ \hline \end{array}$$

$n \rightarrow 30001$ двоек

n^3

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ 999 \dots 99 \\ 89 \dots 9999 \ 91 \\ 899 \dots 9999 \ 1 \\ 9999 \dots 9991 \\ \hline 5678901 \end{array}$$

первое

$$\begin{array}{r} 88 \\ 999 \dots 999 \\ 999 \dots 999 \\ 999 \dots 991 \\ 99 \dots 999 \\ \hline 19 \end{array}$$

30000