



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

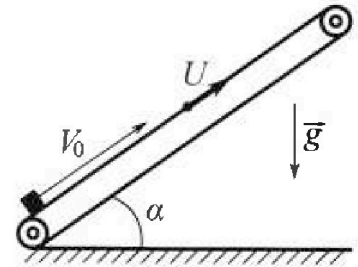
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Уск. орение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

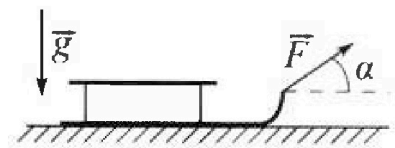
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

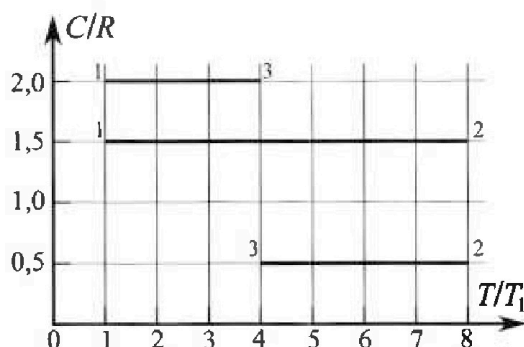
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



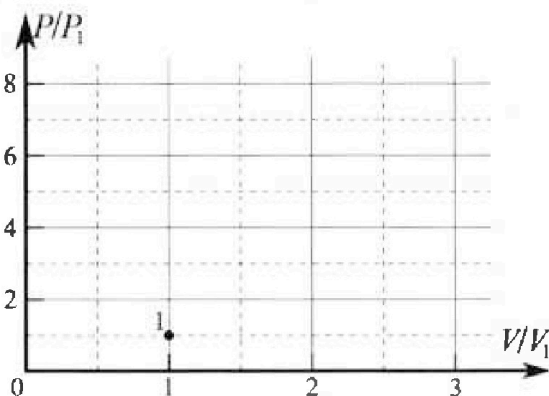
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

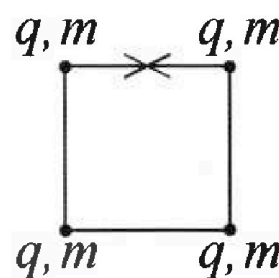
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Элементарная постоянная ε_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



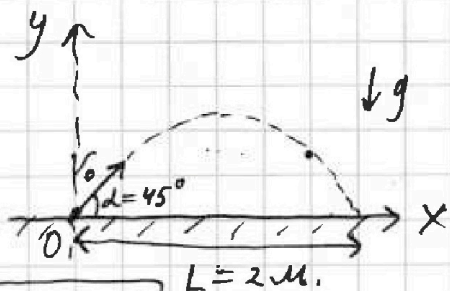
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$v_0 = ?$

$L = 2 \text{ м.}$

ур-я движения:

1) $x = v_0 \cos(\alpha) \tau$
 $y = \tau v_0 \sin(\alpha) - \frac{g \tau^2}{2}$

$v_x = v_0 \cos(\alpha)$

$v_y = v_0 \sin(\alpha) - g \tau$

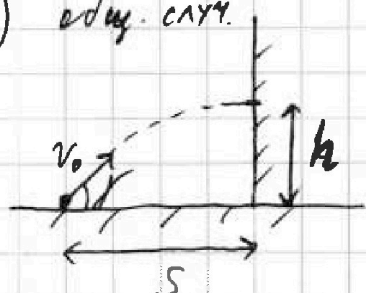
$\Rightarrow L = v_0 \cos(\alpha) \tau_0$; где τ_0 - общ. время полёта.
 при этом $y_{конечн} = 0 \Rightarrow 0 = \tau_0 v_0 \sin(\alpha) - \frac{g \tau_0^2}{2}$

$\Rightarrow 0 = \frac{v_0 \sin(\alpha)}{v_0 \cos(\alpha)} \cdot x - \frac{g \cdot L^2}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} = x \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{g L^2}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)}$

$\Rightarrow \frac{g L}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} = \operatorname{tg}(\alpha) \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g L \cos(\alpha)}{2 \sin(\alpha) \cos^2(\alpha)}} = \sqrt{\frac{g L}{2 \sin(2\alpha)}}$

ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{g L}{\sin(2\alpha)}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20 \text{ м}}{1 \cdot \text{с}}} = \sqrt{200} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) общ. случ.



$h_{\max} = H = 3,6 \text{ м.}; v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $S = ?$

ур-я движ аналогичны п.1. с заменой $\alpha \rightarrow \beta$.

\Rightarrow пусть мом. удара мяча о стенку $\tau_x \Rightarrow$

выраз. τ_x из $x(\tau_x)$ и подст. в $y(\tau_x)$.

$x(\tau_x) = \tau_x v_0 \cos(\beta) = S$
 $y(\tau_x) = \tau_x v_0 \sin(\beta) - \frac{g \tau_x^2}{2} = h$

$h = \frac{v_0 \sin(\beta)}{v_0 \cos(\beta)} \cdot S - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2(\beta)} = \operatorname{tg}(\beta) S - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2(\beta)}$; мы получили $h(\beta)$.

\Rightarrow найдём β ; при кот-м. h -max ; когда $\frac{1}{\cos^2(\beta)} = \operatorname{tg}^2(\beta) + 1$ заменим.

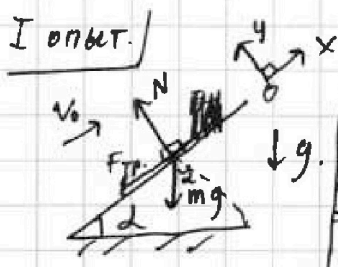
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода невозможна!



т.к. есть 2 случая, когда v_0 напр. вниз: $v_0 < 0$ (I) и когда вверх: $v_0 > 0$ (II)

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= 0,6 \\ \Rightarrow \cos(\alpha) &= \sqrt{1 - 0,36} = 0,8 \end{aligned}$$

- \Rightarrow 1) лемма покоится: I: \Rightarrow 2-ой закон Ньютона при сколе X:
 \Rightarrow OY: одинак для I и II
 $\Rightarrow N = mg \cos(\alpha)$
 $\Rightarrow F_{тр} = \mu mg \cos(\alpha)$

OX: $F_{тр} - mg \sin(\alpha) = ma_x$
 OY: $N - mg \cos(\alpha) = 0$

II: OX: $-F_{тр} - mg \sin(\alpha) = ma_x$
 OY: $N - mg \cos(\alpha) = 0$

\Rightarrow т.к. движ. равноускор \Rightarrow

1) \Rightarrow I: $S_1(t) = |-v_0 + a_{x1}t| = |-6 + (-2) \cdot 1| = |-8| = 8 \text{ м}$

Заметим, что во II-м случае коробка

\Rightarrow ~~т.к.~~ ~~поменяет~~ ~~напр.~~ ~~движ~~ \Rightarrow сила трен. помен. напр-е.

\Rightarrow расем. её движ. в 2 этапа: на 1-м ускор: a_{x2} (до мом. останавк.)

а поке! $ma'_{x2} = F_{тр} - mg \sin(\alpha) = a_{x1}$

$\Rightarrow S_2 = \frac{|a_{x2}|t_2^2}{2} + \frac{|a_{x1}|t_1^2}{2}$ (т.к нас интересует путь \Rightarrow длина траект)

где: $t_2 = \left| \frac{v_0}{a_{x2}} \right| = \left| \frac{6}{-10} \right| = 0,6 \text{ с.}$ $\Rightarrow S_2 = \frac{10 \cdot 0,36}{2} + \frac{2 \cdot 0,16}{2} = 1,9 + 0,16 = 1,96 \text{ м.}$

$t_1 = T - t_2 = 0,4 \text{ с.}$

ответ: 1) $S_2(v_0 - \text{вверх}) = 1,96 \text{ м.}$
 $S_1(v_0 - \text{вниз}) = 4 \text{ м.}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

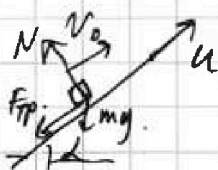
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Опыт II

т.к. лента для подъёма грузов
⇒ и-напр вверх \vec{u} ; также из рис. видно, что $\vec{u} \uparrow \vec{v}_0$.

⇒



2) т.к. нас интересует время, за которое скор. коробки станет $1 \frac{m}{c}$ заметим, что таких мом. 2 (когда $\vec{v}_k = \vec{u}$ т.е. в лад. с.о. $v_k = 1 \frac{m}{c}$ и $\vec{v}_k = -\vec{u}$ и $\vec{v}_k = 0$ отн. ленты) **I** и **II**

⇒ расем. оба вар.:

I) T_I (мом, когда $\vec{v}_k = \vec{u}$) ⇒ т.к. ур-я динамики аналогичны п.1) ⇒ $a_{1x} = a_{k2}$, но $\vec{v}_k = \vec{u}$ $\Delta v_{x1} = v_0 - u = 5 \frac{m}{c}$

$$\Rightarrow T_I = \frac{\Delta v_{x1}}{a_{1x}} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ c.}$$

II) T_{II} (мом, когда $\vec{v}_k = -\vec{u}$) ⇒ заметим, что этот мом. соотв. мом, когда $\vec{v}_k = -\vec{u}$ отн. ленты. тело двиг-ся вниз со скор. $2 \frac{m}{c}$.

⇒ аналогично II в п.1. разобьем движ на 2 участка: до ост. и после ост.

$$\Rightarrow T_{II} = T_I + T_3; \text{ где } T_3: |a_{x1}| T_3 = 2 \frac{m}{c} = 2u.$$

$$\Rightarrow T_{II} = T_I + \frac{2u}{|a_{x1}|}$$

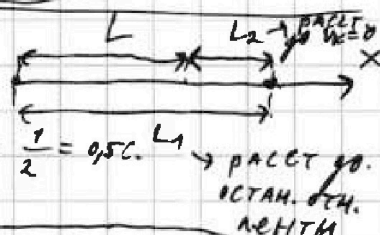
$$\Rightarrow T_{II} = 0,5 + \frac{2}{2} = 1,5 \text{ c.}$$

ответ: $T_{II} = [0,5; 1,5] \text{ c.}$

3) : $v_k = 0$ при $\vec{v}_{отн.ленты} = -\vec{u} \Rightarrow$

$$\Rightarrow L_1 = \frac{a_{x2} T_I^2}{2}; L_2 = \frac{a_{x1} T_4^2}{2}; \text{ где } T_4 = \frac{u}{|a_{x1}|} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ c.}$$

$$\Rightarrow L = L_1 - L_2 = \frac{10 \cdot 0,25}{2} - \frac{2 \cdot 0,25}{2} = 1 \text{ м}$$



ответ: 1) $\frac{5(v_0 - u_{ленты})}{5(v_0 - v_{изл})} = 1,5 \text{ м.}$; 2) $T_{II} = [0,5; 1,5] \text{ c.}$; 3) $L = 1 \text{ м.}$

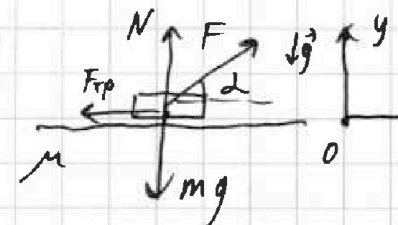
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

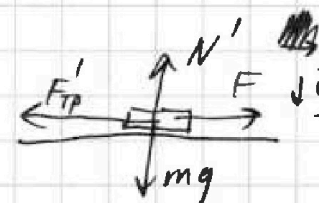
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

I)  ~~Масса~~ МАССА санок m
 \Rightarrow запишем ур-я динамики (2-ой закон Ньютона) для обоих случаев по осям:

II)  1)

I: $0x: F \cos(\alpha) - F_{тр} = a_x m$
 $0y: N + F \sin(\alpha) - mg = 0$

II: $0x: F - F'_{тр} = a'_x m$
 $0y: N' - mg = 0$

$\Rightarrow F_{тр} = \mu N; F'_{тр} = \mu N'$

$\Rightarrow a_x m = F \cos(\alpha) - \mu (mg - F \sin(\alpha))$

$a'_x m = F - \mu mg$

т.к. разгон до одной и той же K ($a \Rightarrow v$) проводился на одинак. участках пути ~~т.к.~~ в обоих случаях

\Rightarrow (т.к. двух равноускор) $a_x = a'_x$

$\Rightarrow F \cos(\alpha) - \mu mg + \mu F \sin(\alpha) = F - \mu mg$

$\Rightarrow \cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha) = 1 \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$

~~Ответ: $\mu = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$~~

~~пусть $R = \frac{mv_x^2}{2}$ где v_x - конечная скорость при разгоне.
 при этом: $v_x = a_x t_x$ (из \cos поворота, радиусской).
 $\Rightarrow S_{разг} = \frac{a_x t_x^2}{2} = \frac{v_x^2}{2a_x} \Rightarrow S_{разг} = \frac{1}{2a_x} \cdot \frac{2K}{m} = \frac{K}{a_x m}$
 переменная скорость при разгоне до K (v_x)
 заметим, что~~

Продолж на обороте. листа

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) пусть $K = \frac{m v_x^2}{2}$; тогда при тормож.
под дейст. силы трения $K \rightarrow 0$.

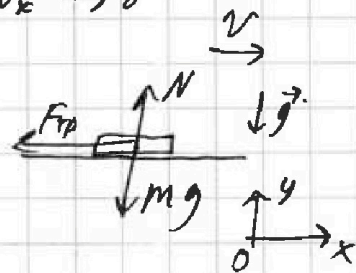
⇒ запишем 2-ой закон Ньютона $v_x \rightarrow 0$
по осям в этом случае:

$$Ox: -F_{тр} = m a_x''$$

$$Oy: N - mg = 0.$$

$$\Rightarrow m a_x'' = -\mu mg.$$

$$\Rightarrow a_x'' = -\mu g \text{ (т.е. напр. против } Ox \text{ на тормож.)}$$



$$\Rightarrow S_{\text{торм}} = \frac{|a_x''| \tau_{\text{торм}}^2}{2}; \quad v_x = |a_x''| \tau_{\text{торм}}$$

$$\Rightarrow S_{\text{торм}} = \frac{v_x^2}{2|a_x''|} = \frac{v_x^2}{2|a_x''|} \cdot \frac{2K}{m} = \frac{K}{|a_x''| m}$$

$$\Rightarrow S_{\text{торм}} = \frac{K}{\mu g m} = \frac{K}{g m} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$$

$$\text{Ответ: } 1) \mu = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \quad 2) S = \frac{K}{g m} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



выведем ур-е политромы в зависимости от C:

$$\frac{dQ}{dT} = \nu C$$

$$dQ = C_V \nu dT + P dV \Rightarrow \nu C dT = \nu C_V dT + \frac{dV}{V} \nu R T ; C_V = \frac{3}{2} R$$

$$P = \frac{\nu R T}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{(C - C_V) \nu}{R} \frac{dT}{T} = \int \frac{dV}{V}$$

$$\frac{C - C_V}{R} \ln(T) = \ln(V) + const$$

$$\ln\left(T^{\frac{C - C_V}{R}}\right) = \ln(V) + const$$

$$\ln\left(T^{\frac{C - C_V}{R}}\right) + \ln(V) = const$$

$$VT^{\frac{C - C_V}{R}} = const$$

$$\Rightarrow T_2 = 8T_1$$

$$T_3 = 4T_1$$

$$C_{12} = 1,5R \Rightarrow VT^{\frac{1,5R - 1,5R}{R}} = const$$

$$\Rightarrow VT^0 = const$$

$$\Rightarrow V = const$$

$$C_{23} = 0,5R \Rightarrow VT$$

$$\frac{1,5R}{R} \Rightarrow VT^{\frac{1,5R - 0,5R}{R}} = const$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = 8P_1$$

$$C_{31} = 2R \Rightarrow VT^{\frac{1,5R - 2R}{R}} = const$$

$$2-3: VT = const$$

$$PV^2 = const \Rightarrow P = \frac{1}{V^2}$$

$$\Rightarrow V_2 \cdot 8T_1 = 8T_1 V_1 = 4T_1 V_3$$

$$\Rightarrow V_3 = 2V_1$$

$$\Rightarrow 8T_1 V R = 8P_1 V_1 (2)$$

$$4T_1 V R = P_2 V_1 (3)$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{4P_1} = 2$$

$$\Rightarrow P_3 = 2P_1$$

Точки на графике $P(V)$:

1: $(P_1; V_1)$; 2: $(8P_1; V_1)$; 3: $(2P_1; 2V_1)$

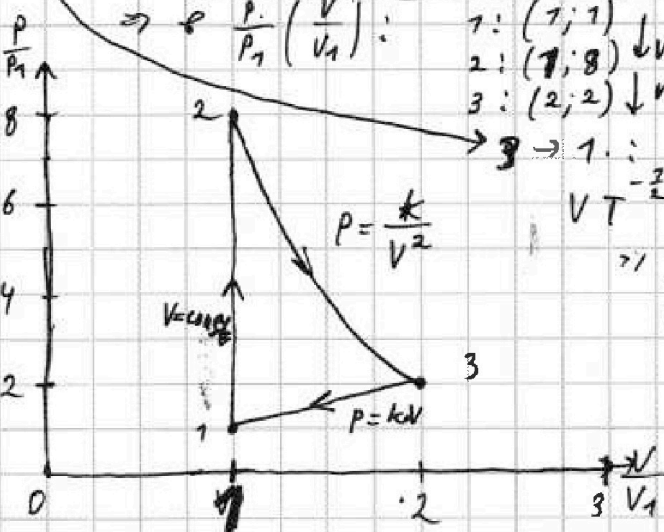
$$\Rightarrow P = \frac{P_1}{V_1} \left(\frac{V}{V_1}\right)$$

1: $(1; 1)$
2: $(8; 1)$
3: $(2; 2)$

$$VT^{-\frac{2}{2}} = const \Rightarrow \sqrt{\frac{V}{P}} = const \Rightarrow \sqrt{\frac{V}{P}} = \frac{1}{\sqrt{P}} \Rightarrow P = k \cdot V$$

$$\Rightarrow \frac{V}{\sqrt{P}} = const = \frac{V}{\sqrt{\frac{k \cdot V}{V}}} = \frac{V}{\sqrt{k}} = const$$

$$\Rightarrow P = k \cdot V$$



Ответ: $\eta = \frac{5}{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

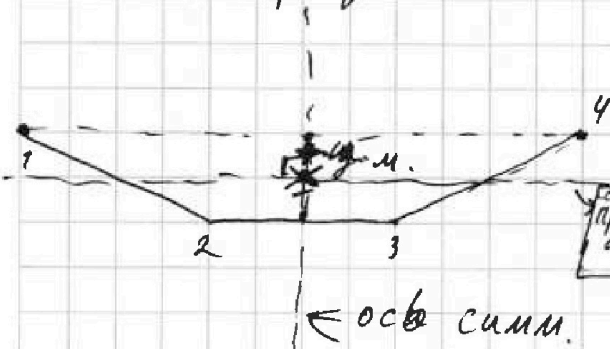


1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассм произвольный момент для сист. после перехит. нитки.



заметим, что $\forall t$:
расст. от линии, соед.
1 и 4 шарики, ~~и 2 и 3~~
до линии, соед. 2 и 3 шарики
одинаково (т.к. иначе)
(ц.м. сдвин.)

при этом, также верно,
что центры ниток 1-2 и
3-4
лежат на пр. "а" и
равноуд. от ц.м.

2) Рассм. энергию системы!
измач. энерг. составляется
суммой потенц. энерг.
в-я пар шаров \Rightarrow .

$$\Sigma E = E_{п.12} + E_{п.23} + E_{п.34} + E_{п.14} + E_{п.13} + E_{п.24}$$

при этом, в силу симм:

$$E_{п.12} = E_{п.23} = E_{п.34} = E_{п.14} = \frac{kq^2}{a}$$

$$E_{п.13} = E_{п.24} = \frac{kq^2}{\sqrt{2}a}$$

вектор, в.
т.ч. и
угловое

$$\Rightarrow \Sigma E = \frac{kq^2}{a} \left(4 + \frac{2}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2kq^2}{a} \left(\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} \right) = E_{кон.}$$

когда шары встали в одну линию каж
из них приобрёл энерг K (т.к. все шары
расст. нец.м.) (т.к. все шары
одинак по
модулю)

$$\Rightarrow \Sigma E = 4K + E_{п.12} + E_{п.23} + E_{п.34} + E_{п.14} + E_{п.13} + E_{п.24} = E_{кон.}$$

$$E_{кон} = 4K + \frac{4kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} = \frac{13}{3} \cdot \frac{kq^2}{a} = E_{кон}$$

по закону
сохр. энерг
и $A_{вн} = 0$
 \Rightarrow нет влнш
сил

$$\Rightarrow K = \frac{-\Delta E_{п.}}{4} = \frac{-\left(\frac{13}{3} - 4 - \frac{2}{\sqrt{2}}\right) kq^2}{4a}$$

$$K = \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{7}{3}\right) \cdot kq^2}{4a} = \frac{6 - \sqrt{2}}{12\sqrt{2}} \frac{kq^2}{a}$$

заменяем $k \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$|q| = 4a\sqrt{\frac{\pi\epsilon_0}{4+\sqrt{2}}}$$

Ответ: $K = \frac{6-\sqrt{2}}{49\sqrt{2}} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$

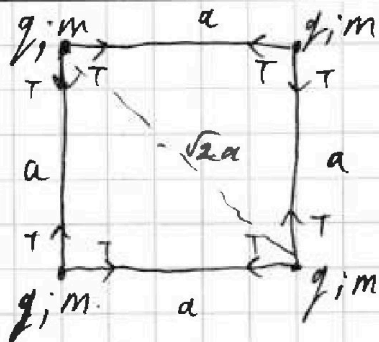
На одной странице можно оформлять только одну задачу.
 Отметьте крестиком номер задачи,
 решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МОФИ

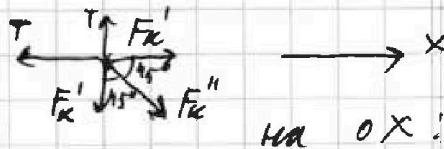
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$F_k' = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow F_k'' = \frac{kq^2}{2a^2}$$

1) система находится в покое
 и симметрична для любого шарика
 2) достаточно рассмотреть один шарик и силы на него.



на OX:

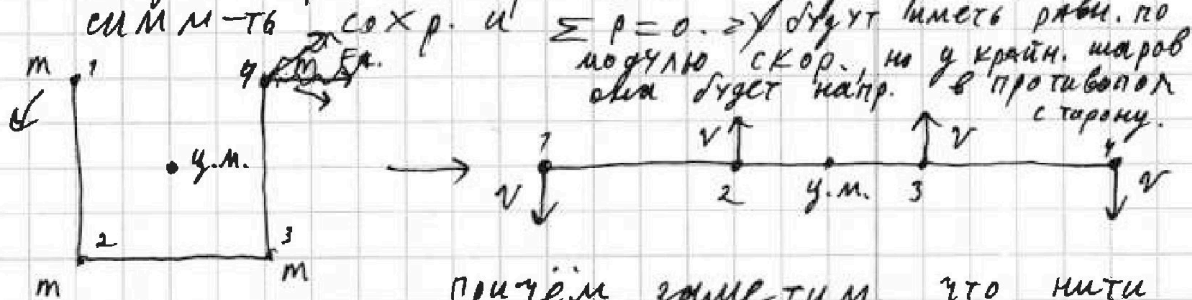
$$F_k' + F_k'' \cos(45^\circ) - T = 0$$

$$\Rightarrow \frac{kq^2}{a^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = T$$

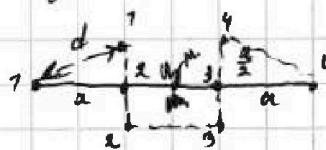
$$\boxed{\text{ответ: } |g| = 2a \sqrt{\frac{T}{(4+\sqrt{2})k}}}$$

2) заметим, что система шаров замкнута и симметрична относительно прямой, проходящей через ц.м. и перпендикулярно к. 2-3.

и когда шары выстроятся в одну прямую:



3) отсюда следует, что d - расстояние от старта для крайних шариков:



$$\Rightarrow d = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

ответ:

т.к. шары заряжены одинаково
 \Rightarrow отталкиваются.

причем заметим, что нити останутся натянутыми; т.к. для крайних шаров все шары отталкиваются.