



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n+1)! + (n+2)!$  делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h! + (h+1)! + (h+2)! = h! (1 + (h+1) + (h+1)(h+2)) = \\ = h! (2 + h + h^2 + 3h + 2) = h! (h+2)^2$$

$h! : 19$  только при  $h \geq 19$   
т.к. 19 простое

$(h+2)^2 : 19$  только при  $h+2 : 19 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow h \equiv 17$

$$361 = 19^2$$

$h \equiv 17$  минимальное  $h = 17$

при  $h = 17$

$17! : 19^2 : 361$  т.к. содержит 361,  
при  $h < 17$  невозможно, поэтому  
 $h = 17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 &= \sum_{k=1}^{n+4} k^2 - \sum_{l=1}^{n-1} l^2 = \\
 &= \frac{(n+4)(n+5)(2n+9)}{6} - \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} = \\
 &= \frac{(n^2+9n+20)(2n+9) - (n^2-n)(2n-1)}{6} = \\
 &= \frac{2n^3 + 18n^2 + 40n + 9n^2 + 81n + 180 - (2n^3 + 2n^2 + n^2 + n)}{6} = \\
 &= \frac{24n^2 + 120n + 180}{6} = 4n^2 + 20n + 30 \\
 &= \frac{4n^3 + 18n^2 + 40n + 9n^2 + 81n + 180 - (2n^3 + 2n^2 + n^2 + n)}{6} = \\
 &= \frac{30n^2 + 120n + 180}{6} = 5n^2 + 20n + 30
 \end{aligned}$$

$$5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$$

Левая часть точно делится на 5  
значит  $N^3 : 5 \Rightarrow N : 5$  проверяем  $N \geq 10$

$$5n^2 + 20n + 20 = 1000 \Rightarrow 5n^2 + 20n - 980 = 0 \Rightarrow$$

$$n^2 + 4n - 196 = 0$$

$$D = 16 + (0 - 4) \cdot 4 = 800$$

$\sqrt{800} \notin \mathbb{Z}$  не возводим.  
проверим  $N = 15$   
~~не подходит.~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5n^2 + 20n + 20 = 5(n^2 + 4n + 4) = 5(n+2)^2 \Rightarrow$$

$N^3 = 5(n+2)^2$  - квадрат числа (умноженный на 5, т.е. итерировано 5 в  $N^3$  - четная

$$N^3 = 5 \cdot x^2 \Rightarrow N = 5 \cdot y^2$$

$$y^6 \cdot 25 = x^2 \Rightarrow x = 5 \cdot y^3$$

$N=20$  подходит под это условие, а 10 и 15 - нет. Проверим  $N=20$  ( $10=2 \cdot 5$ , 2 не квадрат,  $15=3 \cdot 5$ , 3 не квадрат,  $20=5 \cdot 4$ , 4 - квадрат)

$$5(n+2)^2 = 20 = 20 \cdot 20 \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n+2)^2 = 4 \cdot 20 \cdot 20 = 40^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+2 = 40 \Rightarrow n = 38$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☒ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x(x+3)}$  не определено на  $(-1, 3)$  потому что  $x \in [3, 5]$  по условию  
при  $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq \sqrt{x^2 - 2x + 1} + 2x - 1$$

$$[x-1] \text{ при } x \leq -1 \text{ равен } 1-x$$

$$= 1 - x + 2x - 1 = x \text{ больше нуля}$$

только при  $-2 \leq x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$\text{при } x \geq 0,5 \quad 1 - 2x \leq 0 \Rightarrow$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x, \text{ если определено}$$

$$x \notin (-1; 3) \text{ или } x < 0,5 \Rightarrow 1 - 2x > 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 2x \Rightarrow x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow$$

$$x \notin [-2; 2], \text{ значит } x \leq -1 \text{ не}$$

по условию, а  $x = 2$  не подходит

$$\sqrt{1+9+1} - 4 - 1 = -2 < 0 \Rightarrow$$

при по условию только диапазон

$$x \in [3, 5]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 > 0$  м.к. корни~~  
~~равны нулю и больше 0~~

$$\text{если } 2x-1 > 6 \Rightarrow$$

$$|\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| > |\sqrt{x^2-2x-3} + 6|, \text{ м.к.}$$

тогда оба числа могут быть  
 и ~~то~~ можно просто убрать модули и  
 получить  $2x-1 > 6$ , а  $7-2x \geq 0$ , поэтому

$$x \geq 3,5 \text{ не выполняется} \Rightarrow x \leq 3,5$$

$$x \leq 3,5 \Rightarrow -2x \geq -7 \Rightarrow 7-2x \geq 0 \Rightarrow$$

$$(7-2x) = 7-2x$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 - 7 + 2x \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1|$$

~~и~~  $\sqrt{x^2-2x-3} - 1 + 2x$  получаем  
 хотим, чтобы  $a \geq |a|$ , значит  
 $a \geq 0$ ,

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \geq 3x^2-2x+4$$

$$D = 4 - 48 = -44, \text{ корней нет, значит}$$

$$1-2x \leq 0 \Rightarrow$$

$$x^2-2x-3 \leq 1-4x+4x^2 \Rightarrow 0 \leq 3x^2-2x+4$$

~~$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 > 0$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

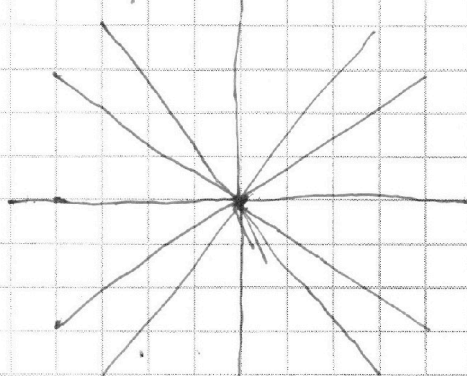
|                          |                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

14 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~для~~  
~~решения задачи~~



12 вариантов как  
провести отрезок  
длиной 5

разовед горизонтально  
картинкам  $Ox$  и  
вертикально  $Oy$

при  $(x < 4 \text{ и } y < 4)$  или

$(x > 4 \text{ и } y > 4)$  или  $(x > 4 \text{ и } y < 4)$

или  $(x < 4 \text{ и } y > 4)$  то это  
"уны" можно провести только по

3 отрезка.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$[k:19] \Rightarrow k = (k+9) \Rightarrow (k+9)^2 = k^2 + 90k + 81 = 2^x \cdot 19 \Rightarrow k^2 + 90k = 2^x \cdot 19$$

$$[k+90:19] \Rightarrow k+90 \equiv 19 \pmod{19}$$

$$1) k:19 \Rightarrow k = 19m$$

$$k^2 + 90k = 2^x \cdot 19$$

$$19^2 \cdot m^2 + 90 \cdot 19m = 2^x \cdot 19 \Rightarrow$$

$$2^x = 19m^2 + 90m$$

$$m = 2^y$$

$$\sqrt{2}(19m^2) = \sqrt{2}(90m)$$

$$\begin{cases} m:2 \\ m:4 \end{cases}$$

$$x \leq 2 \Rightarrow 2^x \leq 4, \text{ а } 19m^2 + 90 \text{ не может быть}$$

$$2) k+90:19$$

$$k+90 = 19 \cdot 2^p$$

$$k = 2^q$$

$$p > 1 \text{ т.к. } k+90 > 90, \text{ а } 90/19 > 4 \Rightarrow 2^p > 4$$

$$k+90 \equiv k \pmod{19} \Rightarrow 90 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 90 \leq 19 \Rightarrow k \leq 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k+90 \leq 92 \pmod{19} \text{ и } 90 \pmod{19}$$

найдем корни уравнения





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x^2 + y^2 = a^2$~~

$x^2 - 6x - \text{min}$  при 3

$x^2 - 6x - \text{max}$  при  $-|a|$

$a^2 + 6|a| + a = 8$

$a \pm 1 = 8$

при  $a > 0$

$a^2 + 6aa = a^2 + 7a = 8$

при  $a = 7; -8$ , но  $-8$  не подходит

при  $a \leq 0$

$a^2 - 6a + a = 8 = a^2 - 5a$

$a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow$

$D = 25 + 32 = 57$

$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0, \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0$

у а два корня

$a = 7$  и  $a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$



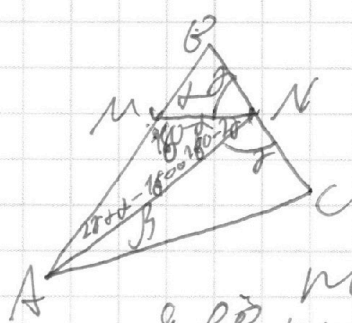


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle MAN = \beta, \angle BMN = \alpha$$

также дано многогранно

использована теорема

синусов и теорема

Писать можно в любом порядке

и её применить

$\triangle ACN$

$$\frac{NC}{\sin \beta} = \frac{AN}{\sin(180 - \beta - \alpha)} = \frac{AN}{\sin(\beta + \alpha)}$$

$\triangle AMN$

$$\frac{AN}{\sin(180 - \alpha - \beta)} = \frac{AM}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{AM}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{\sin \alpha} = \frac{AM}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \Rightarrow AN = \frac{AM \cdot \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$\triangle BMN$

$$\frac{BM}{\sin \alpha} = \frac{BN}{\sin \alpha} \Rightarrow BN = \frac{BM \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{NC}{\sin \beta} = \frac{AM \cdot \sin \alpha}{\sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$AM \cdot BN = \frac{BM \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \alpha} = 2 \cdot BM \cdot NC \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☒

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{\sin(\beta + \gamma) \cdot \cos \gamma}{\sin \beta} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \sin(\beta + \gamma) \cdot \cos \gamma =$$

$$= (\sin \beta \cdot \cos \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \beta) \cos \gamma =$$

$$= \sin \beta \cdot \cos^2 \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta =$$

$$\Rightarrow \sin \beta (1 - \cos^2 \gamma) = \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta =$$

$$= \sin \beta \cdot \sin^2 \gamma \Rightarrow \cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin \beta \cdot \sin \gamma \Rightarrow$$

(можно сократить, так как  $\sin \gamma > 0$ )

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \operatorname{ctg} \gamma$$

$$\beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \beta = 10^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~XXXX~~

$G(n)$  — кол-во путей коня по полю  $n \times n$  с базисом коня по вертикали на краю квадрата  $G(n)$  — кол-во путей коня по полю  $n \times n$  с базисом коня по вертикали на краю квадрата

Суммарно получим нарисовано

$n \times 2 - 1$   
 $3 - 1$   
 $4 - 2$

$$G(n) = \frac{n}{4} - \frac{1}{4}(n-1)^n \frac{1}{4}$$

$$P(n) = \sum_{i=1}^n G(i) = \frac{n(n+1)}{4} - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (i-1)^i$$

$$\frac{n(n+1) - 2}{4} - \frac{n-1}{4} + \frac{1}{4} + (-1)^n \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{n^2 + n - 2 - n + 1}{4} + \frac{1}{4} + (-1)^n \frac{1}{4} =$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$y^2 \equiv 45^2 \pmod{19}$$

$$y \equiv 45 \pmod{19} \Rightarrow y \equiv 7 \pmod{19}$$

$$y \equiv 7 \pmod{19}$$

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = (45 + k)^2 = 45^2 + 90k + k^2$$

$$19 \cdot 2^x = 90k + k^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

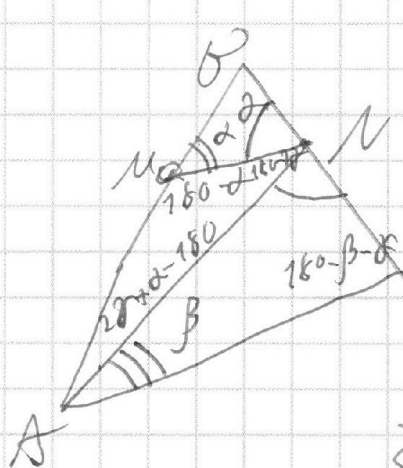
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BN \cdot MA = 2 \cdot NC \cdot \frac{AO \cdot MN}{AN}$$

$$AC = \frac{AO \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{AN}{\sin \beta} = \frac{AO \cdot \sin \alpha}{\sin \beta \cdot \sin 80} \Rightarrow AN = AO \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin 80}$$

$$BM = \frac{MN \cdot \sin 80}{\sin \alpha}$$



$$\frac{AM}{\sin(180 - 2\alpha)} = \frac{AN}{\sin \alpha}$$

$$\frac{BN}{\sin \alpha} = \frac{BM}{\sin 80}$$

$$\frac{BN}{\sin(2\alpha + \alpha - 180)} = \frac{AN}{\sin(180 - \alpha - \alpha)} =$$

$$= \frac{AN}{\sin(\alpha + \alpha)} = \frac{BN}{\sin(2\alpha + \alpha)}$$

$$\frac{AN}{\sin(\beta + \alpha)} = \frac{NC}{\sin \beta}$$

$$\frac{AM}{2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)} = \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha)}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$AM = \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~итого 25 ч 45~~  
 $k(k+90) = 19 \cdot 2^x$

~~25 ч 45~~  
 $2^x \mid k+90$

|   |    |
|---|----|
| 1 | 2  |
| 1 | 1  |
| 2 | 2  |
| 3 | 4  |
| 4 | 8  |
| 5 | 16 |
| 6 | 13 |
| 7 | 7  |
| 8 | 14 |
| 9 | 9  |
|   | -1 |

28 1

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq$$

$$\geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$x \neq 4 \mid x_1 = p$$

$$x < 4 \Rightarrow x \leq 3$$

$$x \geq 3,5 \Rightarrow$$

$$x < 3,5 \Rightarrow |7 - 2x| \geq 0 \Rightarrow$$

$$7 - 2x = |7 - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 - 7 + 2x \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1|$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1|$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AM \cdot BN = \frac{BM \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma} \cdot \frac{NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \gamma}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$= \frac{BM \cdot NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \cos \gamma}{\sin \beta}$$

$$= BM \cdot NC \cdot 2$$

$$\frac{\sin(\beta + \gamma) \cos \gamma}{\sin \beta} = 1$$

$$\sin \beta \cdot \cos^2 \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin \beta$$

$$\sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin^2 \gamma \cdot \sin \beta$$

$$\cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin \gamma \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \beta = 1 \Rightarrow$$

$$\gamma + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 10^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

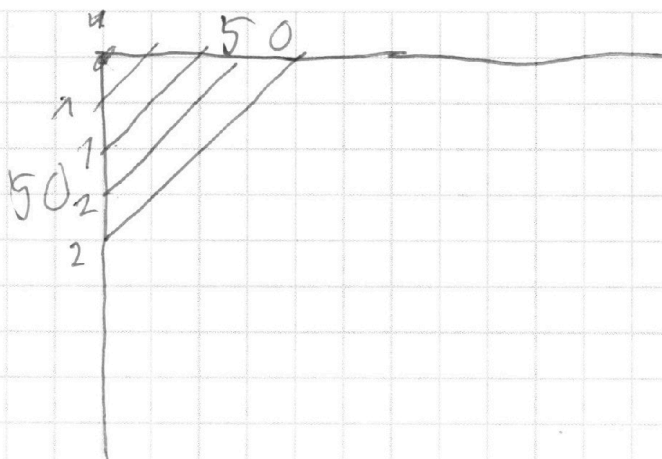
5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

|    |    |
|----|----|
| 0  | 6  |
| 1  | 1  |
| 2  | 14 |
| 3  | 9  |
| 4  | 16 |
| 5  | 6  |
| 6  | 12 |
| 7  | 11 |
| 8  | 7  |
| 9  | 5  |
| 10 | 5  |
| 11 | 2  |
| 12 | 11 |
| 13 | 12 |
| 14 | 6  |
| 15 | 16 |
| 16 | 9  |
| 17 | 4  |
| 18 | 1  |

$$2025 = 45^2 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$y \equiv 11 \pmod{19}$$

~~невозможна~~

~~невозможна~~

$x < 0 \Rightarrow y$  не целое,

$$x = 0$$

$$2025 + 19 = 2044 = 4 \cdot 511 =$$

$$511 \equiv 13^2 \pmod{19} \equiv 3^2 \pmod{19}$$

$$511 = 7 \cdot 73, \text{ число квадратов} \\ \Rightarrow x < 0 \Rightarrow y \neq \text{целое}$$

$$(45 + k \cdot 19)^2 = 2025 + 19 \cdot 2^x$$

$$k^2 + 152k = 19 \cdot 2^x$$

$k$  — четное

$$k(k+90)$$

$$k \cdot 19$$

$$\begin{bmatrix} k \cdot 19 \\ k \cdot 19 \end{bmatrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$361 = 19^2$$

$$h! (1 + h + h^2 + h^3) = h! (h^4)$$

$$h! (1 + h + (h+2)(h+1)) = h! (h^2 + 4h + 4) = h! (h+2)^2$$

17

$$h^2 + (h+1)^2 + (h+2)^2 + (h+3)^2 + (h+4)^2 = N^3$$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 2 | 3 |
| 3 | 4 | 3 | 2 |
| 4 | 1 | 4 | 4 |

N:5

$$\sum_{k=1}^{h+1} k^2 = \frac{(h+4)(h+5)(2h+9)}{6}$$

$$\frac{h^2 + (h+1)^2 + (h+2)^2 + (h+3)^2 + (h+4)^2}{6} = \frac{(h+4)(h+5)(2h+9)}{6} - \frac{h(h+1)(2h+1)}{6}$$

$$\frac{(h^2 + 9h + 20)(2h + 9) - (h^2 + h)(2h + 1)}{6} =$$

$$= \frac{2h^3 + 18h^2 + 40h + 9h^2 + 81h + 180 - 2h^3 - 2h^2 - h^2 - h}{6}$$

$$= \frac{24h^2 + 120h + 180}{6} = 4h^2 + 20h + 30$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4h^2 + 20h - 970 = 0 \Rightarrow 2h^2 + 10h - 485 = 0$$

~~4h^2 + 20h - 970 = 0~~

$$4h^2 + 20h + 30 - 10 = 1000 \Rightarrow 245$$
$$\Rightarrow h^2 + 5h + 5 = 250 \Rightarrow h^2 + 5h - 195 = 0$$

$$25 + 980 = 805$$

$$4h^2 + 20h + 20 = 8000$$

$$h^2 + 5h + 5 = 2000 \Rightarrow h^2 + 5h - 1995 = 0$$

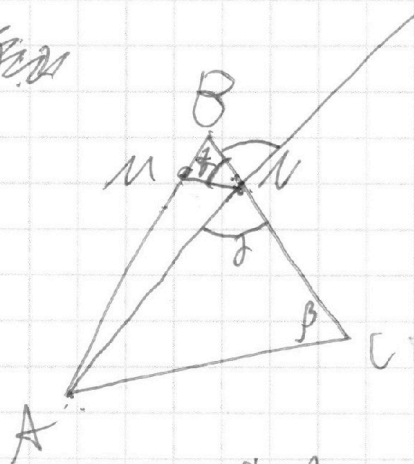
$$25 + 7980 = 8005$$

$$4h^2 + 20h + 20 = N^3$$

$$N: 2 \Rightarrow N^3: 24$$

$$\frac{MN}{\sin \alpha} = \frac{BM}{\sin 80}$$
$$\frac{AN}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin 80}$$
$$\frac{AB}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \alpha}$$

$$BM \cdot AN = \frac{AB \cdot MN}{AN}$$



$$\frac{BM}{AC} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{MN}{AN} \Rightarrow$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{AC} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{MN}{AN}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

