



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



✓1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361? 17

✓2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N . 20

✓3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

✓4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом. 9575

✓5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2. \quad \text{—}$$

✓6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8. 1; $\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$

✓7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.

10°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n+1 + (n+1) \cdot (n+2)) = \\ = n! (n+2)^2 : 19^2 (361)$$

либо $n! : 19^2$, либо $n+2 : 19$:

1) $n \geq 19^2$; $\min n = 19^2 = 361$

2) $n = 19k + 17$; $\min n = 17$

(Если $n! : 19$, то $n \geq 19$. При $n = 17$ число кратно 361, значит при $\min n$ $n! : 19$, значит $(n+2)^2 : 19^2 \Rightarrow n+2 : 19$)

Ответ: $n = 17$ ($17! \cdot 19^2 : 19^2$)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 - 10 = N^3$$

(условие) x - медиана пяти чисел

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 - 10 = 5x^2 + 10 - 10 = 5x^2$$

$$5x^2 = N^3$$

$$5x^2 : 5, \text{ значит } N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 5^3$$

$$\text{значит } 5x^2 : 5^3 \Rightarrow x : 5$$

Так как $N > 6$ можно представить N в виде ~~5p~~ $5p$ (т.к. $N : 5$). Тогда пусть $N : n^m$, где n - простое. Тогда $N \geq 5n^m$.

$$5^3 n^{3m} = 5 \cdot x^2 \Rightarrow x = 5 \cdot n^{\frac{3m}{2}} \Rightarrow m : 2, \text{ тогда}$$

$$\min n = 2 \text{ и } \min m = 2 \Rightarrow \min N = 5 \cdot 2^2 = 20$$

$$20^3 = 8000 = 5 \cdot 1600 = 5 \cdot 40^2 \quad (x = 40)$$

Ответ: $N = 20$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - 2x - 3 \geq 0$, т.к. под корнем не может находиться отрицательное число

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

1) $x \geq 3,5$:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 - 7 + 2x$$

$$14 \geq 4x \Rightarrow 3,5 \geq x, \text{ но } x \geq 3,5 \Rightarrow x = 3,5$$

2) $3 \leq x < 3,5$:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$0 \geq 0$ (при всех $x \in [3; 3,5)$ неравенство верно)

3) $x \leq -1$:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x \quad | :2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \quad (1 - 2x > 0, \text{ т.к. } x \leq -1,$$

$$\text{значит } x^2 - 2x - 3 \geq (1 - 2x)^2)$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 + 4x^2 - 4x$$

$$-3x^2 + 2x - 4 \geq 0$$

$$D < 0 \text{ и } a(-3) < 0, \text{ значит } -3x^2 + 2x - 4 < 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Значит при $x < -1$ неравенство не верно

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

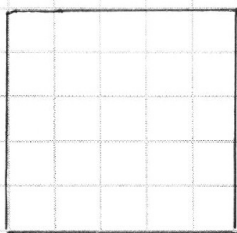
СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

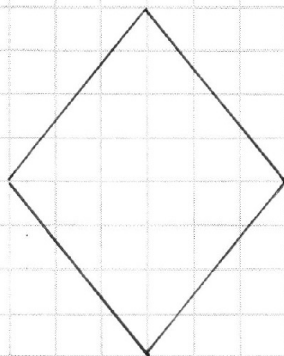
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Под уравнение $x^2 + y^2 = 25$ подходят пары $(3; 4)$ и $(5; 0)$ в каком-то порядке, то есть всего два отрезка (два отрезка при ~~повороте~~ в решении повороте на 90° в решении считались как один)

Значит всего 5 различных ромбов (так как всего 2 выбрать отрезок и $\cdot 2$, из-за поворота на 90° , но при выборе 1 вид и 2 вид = 2 вид и 1 вид, значит -2 , а при повороте квадрат не изменился, -1 . $8 - 2 - 1 = 5$)



- всего 2025 ($45 \cdot 45$)



- всего $1848 \cdot 2$ ($44 \cdot 42$ и $\cdot 2$ из-за поворота)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- всего $1927 \cdot 2$ ($47 \cdot 41$ и $\cdot 2$, поворот)

Общая сумма = $2025 + 3696 + 3854 = 9575$

Ответ: 9575



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сторону длиной 5 можно получить 2 способами: прямая, параллельная одной из осей и прямая, координаты которой $(x; y)$ и $(x+3; y+4)$ (координаты могут меняться по типу: из $(x; y) \rightarrow (x+3; y+4)$ в $(x; y) \rightarrow (x+4; y+3)$).

Других способов нет, т. к. по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 5^2$ (x и y - половины диагоналей ромба). x и y - целые числа, т. к. любую прямую, не параллельную осям можно проэктировать на оси (то есть $x = x_1 - x_0$, $y = y_1 - y_0$).

для прямой — отрезка AB , где $A(x_1; y_1)$, $B(x_0; y_0)$. Если $AB \parallel OX$ или $AB \parallel OY$, то либо $x=0$; $y=5$, либо $x=5$; $y=0$.

$x=1 \Rightarrow y^2=24$ (—, т. к. не квадрат)

$x=2 \Rightarrow y^2=21$ (—) $x=4 \Rightarrow y^2=9$ (+)

$x=3 \Rightarrow y^2=16$ (+) $x=5 \Rightarrow y^2=0$ (+) $x=0 \Rightarrow y^2=25$ (+)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

Если $x < 0$, то $19 \cdot 2^x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 19 \cdot 2^x + 2025 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$, противоречие.

Если $x \not\equiv 2$, то $19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 2^x \equiv 2 \pmod{3}$, значит $y^2 \equiv 2 \pmod{3}$, противоречие, т.к. квадрат не может давать остаток 2 при делении на 3. Значит $x \equiv 2$.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$\Downarrow$

~~$$45 \cdot 2^x + 2025 = y^2 - 64 \cdot 2^x$$~~

~~$$45(2^x + 45) = y^2 - 2^{x+6}$$~~

$$2025 - 45 \cdot 2^x = y^2 - 64 \cdot 2^x$$

$$45(45 - 2^x) = (y - 2^{\frac{x+6}{2}})(y + 2^{\frac{x+6}{2}})$$

Можно заметить, что при $x \geq 6$, $2^{\frac{x+6}{2}} \leq 2^x$, значит $45 - 2^x \leq y - 2^{\frac{x+6}{2}}$ (т.к. $y > 45$), также $y + 2^{\frac{x+6}{2}} > 45$. Значит при $x \geq 6$

$$45(45 - 2^x) < (y - 2^{\frac{x+6}{2}})(y + 2^{\frac{x+6}{2}})$$

1) $x = 0$: $19 + 2025 = 2044 (-)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) X=2: 76+2025=2101 (-)$$

$$3) X=4: 304+2025=2329 (-)$$

Значит решений нет

Ответ: таких пар нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = a^2$ - уравнение окружности, значит $x \in [-a; a]$.

1) Если $a \geq 0$:

$\max x^2 = a^2$ и $\max -6x = 6a$, данные равенства выполняются при $x = -a$, значит $a^2 + 6a + a = a^2 + 7a = 8$ ($a = \text{const}$ в $x^2 - 6x + a$)

$$D = 49 - 32 = 17$$

$$a_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2} = \begin{cases} 1 \\ -8 \end{cases} (-, \text{ т.к. } a \geq 0) \Rightarrow a = 1$$

2) Если $a < 0$:

$\max x^2 = a^2$ и $\max -6x = -6a$, значит

$$x = a$$

$$a^2 - 6a + a = a^2 - 5a = 8$$

$$D = 25 - 32 = -7$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{-7}}{2} \left(\frac{5 + \sqrt{-7}}{2} > 0, \text{ не подходит} \right)$$

$$5 - \sqrt{-7} < 0, \text{ т.к. } 25 < -7 \text{ (} 5 < \sqrt{-7} \text{)}$$

$$\text{Значит } a = \frac{5 - \sqrt{-7}}{2}$$

$$\text{Ответ: } a = \frac{5 - \sqrt{-7}}{2} \text{ и } a = 1$$

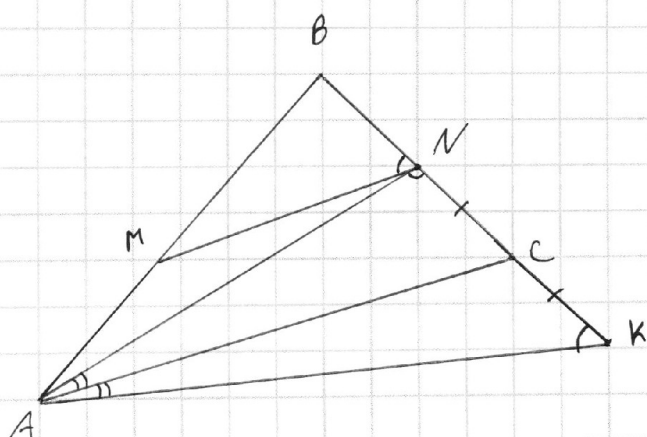


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$$BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC$$

Продлим BC за точку C так, чтобы $NC = CK$ (K - точка за BC), тогда:
 $NC = CK$.

$$BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC \quad | + BN \cdot BM$$

$$BN \cdot BM + BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC + BN \cdot BM$$

$$BN(BM + MA) = BM(2NC + BN)$$

$$BN \cdot AB = BM \cdot BK$$

$$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$$

, значит $\triangle BMN$ и $\triangle ABK$ по-

добные $\Rightarrow \angle AKB = \angle MNB = 80^\circ$, значит

$\triangle ANK$ - р/б, т.к. $\angle ANK = 80^\circ = \angle AKN$,

значит AC - медиана и биссектриса



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

одновременно.

$MN \parallel AK$, т.к. $\angle MNB = \angle AKN$, значит

$$\angle MNA = \angle NAK = 180^\circ - \angle MNB - \angle ANC = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

$$\angle NAK = 20^\circ \Rightarrow \angle NAC = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$

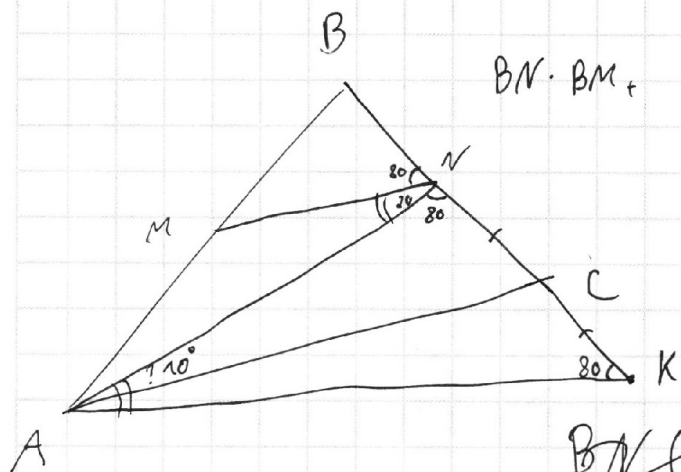


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
0 ИЗ 0

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot BM + BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC + 2 BM \cdot BN$$

$$x^2 - 6x + a \quad a < 0$$

$$|x| \leq a$$

$$a^2 - 6a + a \quad a < 0$$

$$a^2 - 5a = a(a-5) \leq 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$BN \cdot AB = BM \cdot BC + 2 BM \cdot NC$$

$$BN \cdot AB = BM \cdot BK$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$|x| + |y| = |a|$$

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$|a| < 8$$

$$\frac{6}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$a(a-5) \leq 8$$

$$x^2 - 6x + a \leq a^2 + 6a + a = a(a+7) \leq 8$$

$$x^2 - 6x + a \leq a$$

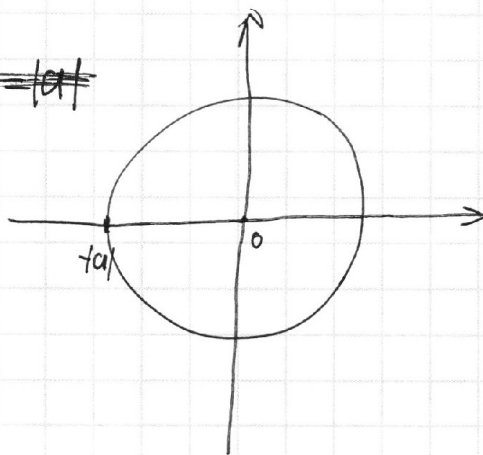
$$|a| \leq 1$$

$$x = 8$$

$$AB$$

$$x = 6$$

$$a$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 0 ИЗ 0

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq 3,5$$

$$(x-3)(x+1) = A$$

$$0,5 \leq x \leq 3,5 \quad (3 \leq x \leq 3,5)$$

$$\sqrt{A} + 6 \geq |\sqrt{A} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\sqrt{A} + 6 \geq \sqrt{A} + 2x - 1 - 7 + 2x \quad y = 44 \quad x < 0,5 \quad (x < -1)$$

$$y^2 + 19 \cdot 2^{x-1} + 19 \cdot 2^x \cdot 44$$

$$4x \leq 14$$

$$x \leq 3,5$$

$$6 \geq 2x - 1 + 7 - 2x$$

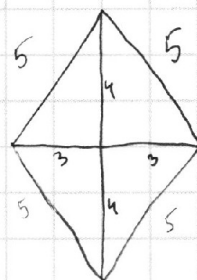
$$6 \geq 6$$

$$x = 3,5 \quad (3 \leq x \leq 3,5)$$

$$y > 45$$

$$y = k + 44$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ + 184 \\ \hline 2036 \end{array} \quad \begin{array}{r} 276 \\ + 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$



$$0, 1, 4$$

$$8 \text{ и } 6$$

$$\sqrt{A} + 6 \geq -\sqrt{A} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{A} \geq 2 - 2x \quad | :2$$

$$\sqrt{A} \geq 1 - x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 + x^2 - 2x$$

$$-3 \geq 1$$

$$(y - 19 \cdot 2^x)(y + 19 \cdot 2^x) - 45^2 = 3k + 1 = 9t + 1$$

$$2^k + 46 =$$

$$+ 19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$49 \cdot 2^x = y^2$$

$$(y - 45)(y + 45) = 19 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{l} y^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ y^2 \equiv 1 \pmod{4} \end{array}$$

$$y^2 \equiv -2^x$$

$$y = 2^k + 1$$

$$2^k(2^k + 45) = 19 \cdot 2^x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 0 ИЗ 0

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 - 10 = N^3$$

~~$$5x^2 - 10 = N^3$$~~

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2 \quad (x > 0)$$

$x : 2 \quad y : 2$

~~$$5x^2$$~~

$$5x^2 + 10 - 10 = N^3$$

$$5x^2 = N^3$$

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

$$\text{mod } 19: (y-45)(y+45)$$

$$N : 5 \quad N > 6 \quad N = 10 \Rightarrow x =$$

~~$$15^3 = 3375$$~~

~~$$5^3 = 125$$~~

~~$$5$$~~

~~$$5$$~~

~~$$5^6$$~~

$$x : p \quad (p \neq 5)$$

$$x^2 : p^6$$

$$N^3 : p^6$$

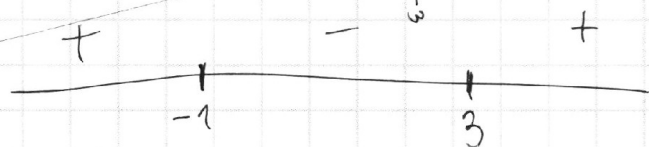
~~$$15^3 = 3375$$~~

$$1600 \cdot 5$$

$$8000$$

$$x = 5 \cdot 2^3 = 40$$

$$N = 5 \cdot 2^2 = 20$$



$$1) x^2 - 2x - 3 \geq 0 \quad (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$4 + 12 = 16 = 4^2$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = 3 / -1$$

$$2151$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
0 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! \quad \div 36 \quad \div 19^2 \quad \begin{array}{r} 2025 \\ 2116 \\ 2209 \end{array}$$

$$19 \cdot 19$$

$$n+1 : n$$

$$N = 5 \cdot p^q \Rightarrow$$

$$x = 5$$

$$5^3 \cdot p^{3q} = 5^1 \cdot x^2$$

$$x^2 = 5^2 \cdot p^{3q}$$

$$\Downarrow$$

$$q : 2$$

$$X + Xn + x + (Xn + x)(n+2) = 4x + 4Xn + Xn^2 = 0$$

$$X(4 + 4n + n^2) = 0$$

$$X(n+2)^2 \div 19^2$$

$$\begin{cases} X = 0 \\ 4 + 4n + n^2 = 0 = (n+2)^2 \end{cases}$$

$$n \quad 46 = 4 \cdot 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} n+2 : 19 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ + 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 47 \\ 47 \\ \hline 209 \\ + 188 \\ \hline 2089 \end{array} \quad \begin{array}{r} 329 \\ + 188 \\ \hline 2109 \end{array}$$

$$7+1+7 = 9000 + 7 \cdot 62$$

$$17! + 18! + 19! = 17! (1 + 18 + 18 \cdot 19) = 17! \cdot (19(1 + 18)) =$$

$$= 19^2$$

$$125$$

$$y^2 = 11 \div 19$$

$$y^2 \equiv 2^x$$

$$x = 2$$

$$10k+11$$

$$2^x - 9k = 4$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

0 ИЗ 0

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow y^2 > 2025 \Rightarrow |y| > 45$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2 \quad 45(2^x + 45) = (y - 2^{\frac{x+6}{2}})(y + 2^{\frac{x+6}{2}})$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45) \quad y - 2^{\frac{x+6}{2}} \quad y + 2^{\frac{x+6}{2}}$$

Пусть $|y| = 2^k + 1$, тогда $y^2 = 2^{2k} + 2^{k+1} + 1$

(Заметим, что ~~любое~~ любое целое число можно представить в виде 2^k - :)

$$y : p \Rightarrow 19 \cdot 2^x + 2025 : p^2$$

445

$$x : 2 \quad \text{и} \quad y : 2$$

$$\begin{array}{r} 5721 \\ 3854 \end{array}$$

470

$$45 \cdot 45$$

$$2^x = \frac{(y-45)(y+45) \cdot 44}{19} \quad \begin{array}{r} 44 \\ \times 42 \\ \hline 88 \\ + 176 \\ \hline 1848 \end{array}$$

$$y + 45 = 2^k$$

$$y - 45 = 2^x$$

$$y - 45 : 19$$

$$y + 45 : 19$$

$$y = 45 + 19k$$

$$y = 12 + 19k = 50 + 19k$$

$$90 + 19k = 2^k$$

$$-90$$

$$19k + 5 = 2^x$$

$$44 \cdot 42 =$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 47 \\ \hline 47 \\ + 182 \\ \hline 1927 \end{array}$$

$$47 \cdot 41 =$$

$$=$$

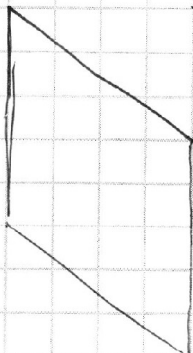
$$y - 45 = 19 \cdot 2^{x-k}$$

$$y + 45 = 2^{x-k}$$

$$2 - 90 = 19 \cdot 2^k$$

$$2^{x-k-1} - 45 = 19 \cdot 2^{k-1}$$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 16 \\ \hline 194 \\ + 16 \\ \hline 304 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

0 ИЗ 0

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего два вида таких ромбов: квадрат со стороной 5 и ромб с диагоналями 6; 8.

Других быть не может, т.к. тогда по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 25$, где x и y половины диагоналей. Заметим, что у диагоналей целочисленные координаты

$$- 49 \cdot 2^x + 2025 = y^2 - 64$$

$$49 \cdot (2^x + 16) + 44 = y^2$$

$$19^2 + 29^2$$

$$10 \cdot 2^x + 2025 = y^2 - 9 \cdot 2^x$$

8

$$2 + 45 \cdot 2^x + 2025$$

$$19 \cdot 2^x = 23 \cdot 2^{x-1}$$

92

$$45^2 - 45 \cdot 2^x = y^2 - 64 \cdot 2^x$$

$$45(45 - 2^x) = (y - 8 \cdot 2^x)$$

$$45(45 - 2^x) = (y - 2^{\frac{x+3}{2}})(y + 2^{\frac{x+3}{2}})$$

$$(y - 2^{\frac{x+6}{2}})(y + 2^{\frac{x+6}{2}})$$

$$45 \cdot 2^x + 2^{\frac{x-1}{2}} = 2^{\frac{x-1}{2}}(45 \cdot 2 + 1) = 91 \cdot 2^{\frac{x-1}{2}}$$

1