



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телесигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 1) xy = -6z + z^2 \\ 2) yz = -6x + x^2 \\ 3) zx = -6y + y^2 \end{cases} \Rightarrow$$

переменным сложим 1) и 2) равенства $\Rightarrow xy^2z = x^2(x-6)(z-6)$
(т.к. x и z по усл. $\neq 0$)
 $y^2 = (x-6)(z-6)$

аналогично из 1) и 3): $x^2 = (y-6)(z-6)$
из 2) и 3): $z^2 = (y-6)(x-6)$

Рассмотрим $((x-6) + (y-6) + (z-6))^2 = (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 + 2((x-6)(y-6) + (y-6)(z-6) + (x-6)(z-6)) = (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2)$ по выше доказанному

с другой стороны: $((x-6) + (y-6) + (z-6))^2 = (x+y+z-18)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) - 2 \cdot 18(x+y+z) + 324 =$
из п. 1), 2) и 3)
 $= x^2 + y^2 + z^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 6z) - 2 \cdot 18(x+y+z) + 324 =$
 $= 3(x^2 + y^2 + z^2) - 48(x+y+z) + 324 = 3(x^2 + y^2 + z^2 - 16(x+y+z) + 108)$

приравняем первое выражение $((x-6) + (y-6) + (z-6))^2$ и 2-е:

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2) = 3(x^2 + y^2 + z^2 - 16(x+y+z) + 108)$$
$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 48(x+y+z) + 324 = (x+y+z)^2 - 50 - 2(xy + yz + xz) - 48(x+y+z) + 324$$

вычтем теперь из 1) равенства 2)-е:

$$y(x-z) = (z-x)(z-x) - 6(z-x) \Rightarrow (z-x)(z+x+y+6) = 0$$
$$z = x / x+y+z = +6$$

если $x+y+z \neq +6 \Rightarrow$ вычтем из 2)-го 3)-е:

$$z(y-x) = (x-y)(x-y) - 6(x-y) \Rightarrow (x-y)(x+y+z-6) = 0$$

$$x=y \text{ (т.к. } x+y+z \neq 6) \Rightarrow x=y=z$$

подставим x вместо всех переменных:

$$x^2 = -6x + x^2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \text{противор.}$$

$$x+y+z = 6 \Rightarrow z-6 = -x-y \Rightarrow \text{из 1)-го равенства}$$

$$xy = z(z-6) \Rightarrow xy = -x^2 - zy$$

$$\Rightarrow xy + x^2 + zy = 0$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy + yz + xz) - 48(x+y+z) + 324 = 6^2 - 2 \cdot 0 - 48 \cdot 6 + 324 = 72$$

Ответ: $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 72$. (т.к.)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} n &= \underbrace{999 \dots 9}_{20001 \text{ раз}} = 10^{20001} - 1 \\ n^3 &= (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1 \\ &= 10^{40002} (10^{20001} - 3) + 3 \cdot 10^{20001} - 1 = \underbrace{9999 \dots 997}_{20000 \text{ раз}} \cdot \underbrace{10^{40002}}_{40002 \text{ нуля}} + \\ &+ \underbrace{29999 \dots 99}_{20000 \text{ раз}} = \underbrace{9 \dots 9}_{20000} \underbrace{70 \dots 0}_{20001} \underbrace{29 \dots 9}_{20000} \\ &\quad \text{всего } 20001 \text{ знак} \quad \quad \quad \text{9-к в числе } n^3 \quad 40000 \end{aligned}$$

Ответ: 40000 девяток



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

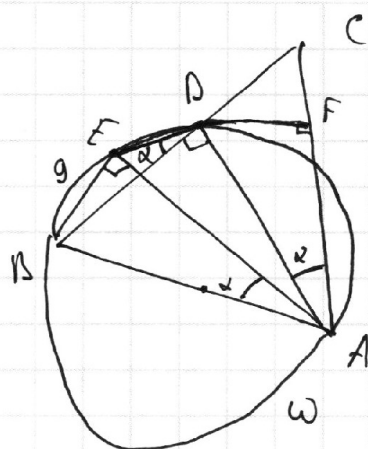
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к. четырехугольник $ABED$ - впис.
(т.к. $A, B, E, D \in \omega$) $\Rightarrow \angle BAE = \angle BDE = \alpha$
(опираются на BE)

т.к. AB - диаметр $\Rightarrow \angle BPA = 90^\circ$ (опирается на диаметр) $\Rightarrow \angle FDA = 180^\circ - \angle APB - \angle BDE$ (т.к. FDE - прямая) =

$$= 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle FAD \text{ (в } \triangle AFD \angle F = 90^\circ, \text{ т.к. } PF \perp AC) \\ = 90^\circ - \angle FDA = \alpha \Rightarrow \triangle DFA \sim \triangle BEA \text{ (н/у и } \angle BAE = \angle DAC = \alpha)$$

Так же, т.к. BDC - прямая $\Rightarrow \angle CDA = 180^\circ - \angle ADB = 90^\circ$

$\angle AEB = 90^\circ$ (опир. на диам. AB) $\triangle CDA \sim \triangle DFA \sim \triangle BEA$ (н/у и $\angle CDA = \alpha$)

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AD = \frac{AC \cdot AB}{AE} = \frac{20 \cdot \sqrt{10^2 - 9^2}}{10} \text{ (по Пиф. н/у в } \triangle AEB) \\ = 2\sqrt{19}$$

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AF = \frac{AD^2}{AC} = \frac{4 \cdot 19}{20} = \frac{19}{5} = 3,8$$

Ответ: $AF = 3,8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{Кол-во способов выбрать 5 коробок из } n &= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3) \cdot (n-4)}{5!} \\ &= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120} \end{aligned}$$

Кол-во исходов, при которых 3 шарика окажутся среди 5 выбранных коробок = $\frac{(n-3)(n-4)}{2}$, т.к. 3 коробки определены однозначно, а ещё 2 выбираются из оставшихся $n-3$ коробок.

$$\begin{aligned} \text{Вероятность того, что среди выбранных 5-и будут 3 шара:} \\ = \frac{\text{кол-во благоприятных исх.}}{\text{кол-во всех исх.}} = \frac{(n-3)(n-4) \cdot 120}{2 \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} \\ = \frac{60}{n(n-1)(n-2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Кол-во способов выбрать 9 коробок из } n &= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5) \cdot (n-6)(n-7)(n-8)}{9!} \\ &= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Кол-во исходов, при которых 3 шарика будут среди 9 коробок} \\ = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!} \text{ (т.к. 3 шарика определены однозначно и выбирается ещё 6 любых коробок из оставшихся } n-3 \text{ -х.} \\ \text{Вероятность для 9 коробок} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8) \cdot 9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)} \\ \frac{\text{вероятность 2}}{\text{вероятность 1}} &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot n(n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2) \cdot 60} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{42}{5} = 8,4 \end{aligned}$$

Ответ: увеличится в 8,4 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad \text{и} \quad 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

корни x_1 и x_2 (пусть $x_2 > x_1$) корни x_3 и x_4 (пусть $x_4 > x_3$)

Пусть прогрессия возрастающая $\Rightarrow x_3 = a_5$ (член прогрессии a)
 (не угадала общности, т.к. $x_1 = a_6$; $x_2 = a_7$; $x_4 = a_8$)

в противном случае $a_8 \leftarrow a_5$; $a_7 \leftarrow a_6$)

$$\begin{aligned} x_3 &= a_1 + 4d \quad (d - \text{шаг прогрессии}) \\ x_4 &= a_1 + 7d \\ x_1 &= a_1 + 5d \\ x_2 &= a_1 + 6d \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 = 2a_1 + 11d = x_3 + x_4$$

По ∇ Буера

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \Rightarrow$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad | \cdot 5$$

$$a(a-4)(5-a) = 0$$

$$a = 0 / 4 / 5$$

$$x^2 - 0 \cdot x - 4 = 0$$

$\Leftarrow$ Пусть $a = 0$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \text{нет корней}$$

противоречие $\Rightarrow$ Пусть $a = 4$

$$x^2 - 0 \cdot x + 16 - 24 + 4 = x^2 - 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$$

$$5x^2 - 0 \cdot x - 128 - 24 - 15 = 5x^2 - 167 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$\text{т.к. } x_2 = a_7, \text{ а } x_1 = a_6; x_3 = a_5$$

$$x_1 - x_2 = x_3 - x_4$$

$$-4 = -\sqrt{\frac{167}{5}} + 2$$

$$-6 \neq -\sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow a \neq 4$$

Пусть $a = 5$

$$D = 5^2 - 4 = 29$$

$$x^2 - (25 - 20)x + 25 - 30 + 4 = a^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15 = 5(x^2 - 5x - 59) = 0 \Rightarrow x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$D = 5^2 + 59 \cdot 4 = 261 = 29 \cdot 9$$

$$\text{прогрессия: } \frac{5 - \sqrt{29}}{2}, \sqrt{29}, \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \sqrt{29}$$

$$d = \sqrt{29}$$

Ответ: $a = 5$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8 \Rightarrow \begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

$y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \Rightarrow$
 $y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ модули раскрываются со своими знаками

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8 \Rightarrow 2y - 40 \leq 8$$

$$2y \leq 48$$

$$y \leq 24$$

$$\begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y < 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

первый модуль + ; второй -

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8 \Rightarrow x \leq 8\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} < 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

первый модуль - ; второй +

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-x \leq 8\sqrt{3} \Rightarrow x \geq -8\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} < 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y < 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

оба модуля -

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-2y + 40 \leq 8$$

$$-2y \leq -32$$

$$y \geq 16$$

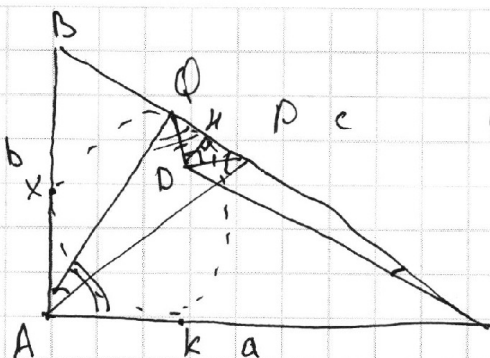


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC = a$; $AB = b$; $BC = c$:

$$QP = CQ + BP - BC = AC + AB - BC = a + b - c$$

проведем высоту в $\triangle QDP$:

т.к. $QD = DP$ по усл. $\Rightarrow \triangle QDP$ - р/б
DH - высота и медиана

$$\begin{aligned} CH &= CQ - QH = CQ - \frac{QP}{2} = \\ &= a - \frac{a+b-c}{2} = \frac{2a-a-b+c}{2} = \frac{a+c-b}{2} = \\ &= r - b \quad (r = \frac{a+b+c}{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BH &= BP - PH = BP - \frac{QP}{2} = b - \frac{a+b-c}{2} = \\ &= \frac{2b-a-b+c}{2} = \frac{b+c-a}{2} = r - a \end{aligned}$$

если на AC отложить от C отрезок $CH = r - b$
пусть $CK = CH$

$$AK = a - r + b = \frac{2a+2b-a-b-c}{2} = r - c$$

$$\text{аналогично } BX = BH \Rightarrow AX = b - r + c = \frac{2a+2b-a-b-c}{2} = r - c$$

точки H, K и X - точки касания вписанной

окружности $\triangle ABC$. $\Rightarrow$ если восстановить из

точки H перпендикуляр внутрь $\triangle ABC$, равный

радиусу вписанной окружности - он попадет в центр

вписанной окружности (т.к. радиус в точку касания $\perp$ касательной) $\Rightarrow$ докажем, что D - центр вписанной; т.к. $DI \perp BC \Rightarrow$

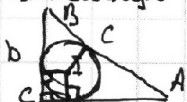
$\Rightarrow$ докажем, что $DI =$ радиусу вписанной $\triangle ABC$ окружности.

т.к. DI - медиана в р/б $\triangle QDP$: $DI = \frac{QP}{2} = \frac{a+b-c}{2} =$ радиусу вписанной $\triangle ABC$ окружности $\Rightarrow$ D - центр вписанной окружности $\triangle ABC \Rightarrow$ D - точка пересечения биссектрис углов $\triangle ABC$

$$\Rightarrow CD - \text{бисс. } \angle ACB \Rightarrow \angle DCB = \frac{\angle ACB}{2} = \frac{90^\circ - \angle CBA}{2} = \frac{90^\circ - 46^\circ}{2} = 22^\circ$$

Ответ: 22° .

Рассмотрим любой п/у $\triangle$ и вписанную в него окруж.



радиус r к a и b $\perp$ a и b соотв. и т.к. $\triangle$ - п/у образовался квадрат со стороной = радиусу впис. окр. с другой стороны расст. от т. C до точек касания равны $r - c = \frac{a+b-c}{2} \Rightarrow r(\text{в п/у } \triangle) = \frac{a+b-c}{2}$

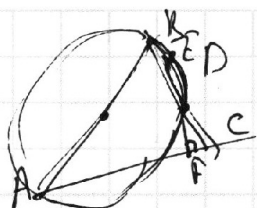


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

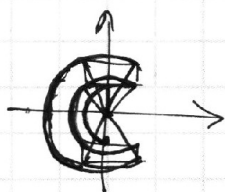
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

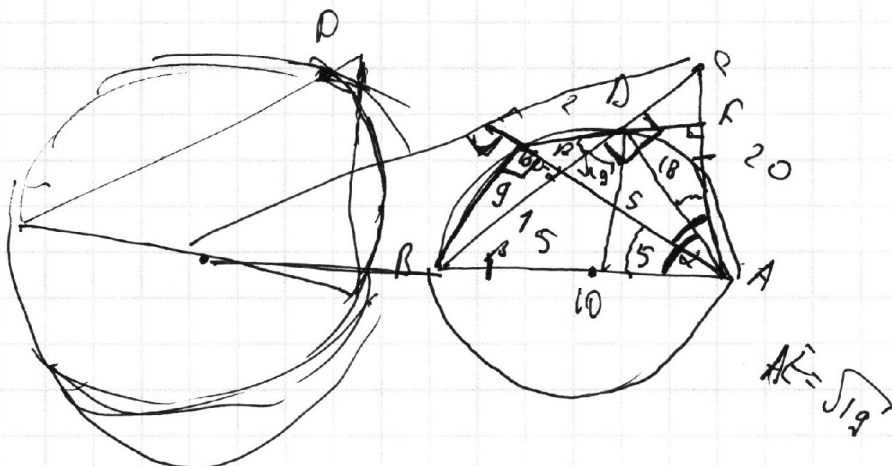
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



0 0 6



$AC=20$ $AB=10$ $BE=9$



$AK=\sqrt{19}$

$$\begin{aligned}x^2 + 4 &= 0 \\x^2 - 4 &= 0 \\5x^2 - 2 \cdot 64 - 4 \cdot 6 - 15 &= \\= 5x^2 - (288 - 24 - 15) &= \\= 5x^2 - 167 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}36 - 288 + 324 &= \\= 360 - 288 &= 72\end{aligned}$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x - a^2 - 6a - 4$$

$$5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^2 - 6a - 15$$

$$\begin{aligned}P_1 &= a^4 - 8a^3 + 46a^2 - \\- 4a^2 + 24a - 16 &= a^4 - 8a^3 + 12a^2 + \\+ 24a - 16\end{aligned}$$

$$a_6 + a_1 = a_0 + a_8$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^2 - 4a^2}{5}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + x^2 &= \\x &= 0\end{aligned}$$

$$a(a-4)\left(1-\frac{a}{5}\right) = 0 \quad 256 \cdot 2 = 512 - 128 =$$

$$a(a-4)(5-a) = 0 \quad = 386$$

$$\begin{aligned}256 - 64 &= \frac{192 \cdot \sqrt{3}}{3} = \\= 64\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$a = 0, 4, 5$$

$$(2-x)(2+x) - 6(2-x) = y(x-2)$$

$$(x-2)(y+2+x+6) = 0$$

$$xy = -6x + x^2$$

$$x = 2$$

$$xy = -6x + x^2$$

$$(x-y)(x+y-6) = -x(x-y)$$

$$x^2 = -6y + y^2 \Rightarrow$$

$$(x-y)(2x+y-6) = 0$$

$$x = y = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= xy + yz + zx \\ x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 &= xy + yz + zx \\ x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z + 108 &= xy + yz + zx \end{aligned}$$

$$\begin{cases} xy = z(z-6) \\ yz = x(x-6) \\ zx = y(y-6) \end{cases} \Rightarrow x-6 = \frac{yz}{x}$$

$$25 + 59.4 = 25 + 236 = 261 = 130 + 131 = 9 \cdot 29$$

$$130 + 81$$

$$= yz - 6x + 36 + 36 + 36 - 6y - 6z + xz + xy = (x-6)(y-6)$$

$$\begin{aligned} (10^{2000} - 1)^3 &= 10^{6000} - 3 \cdot 10^{4000} + 3 \cdot 10^{2000} - 1 \\ &= 999 \dots 700099 \end{aligned}$$

n-коробок

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{6 \cdot 4 \cdot 5}$$

Бкор

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} \cdot \frac{(n-3)(n-4)}{2} = 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$\frac{n(n-1) \dots (n-8)}{9!} \cdot \frac{(n-3)(n-4) \dots (n-8)}{6!} = 8! \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{42}{5} = 8.4 \text{ раза}$$



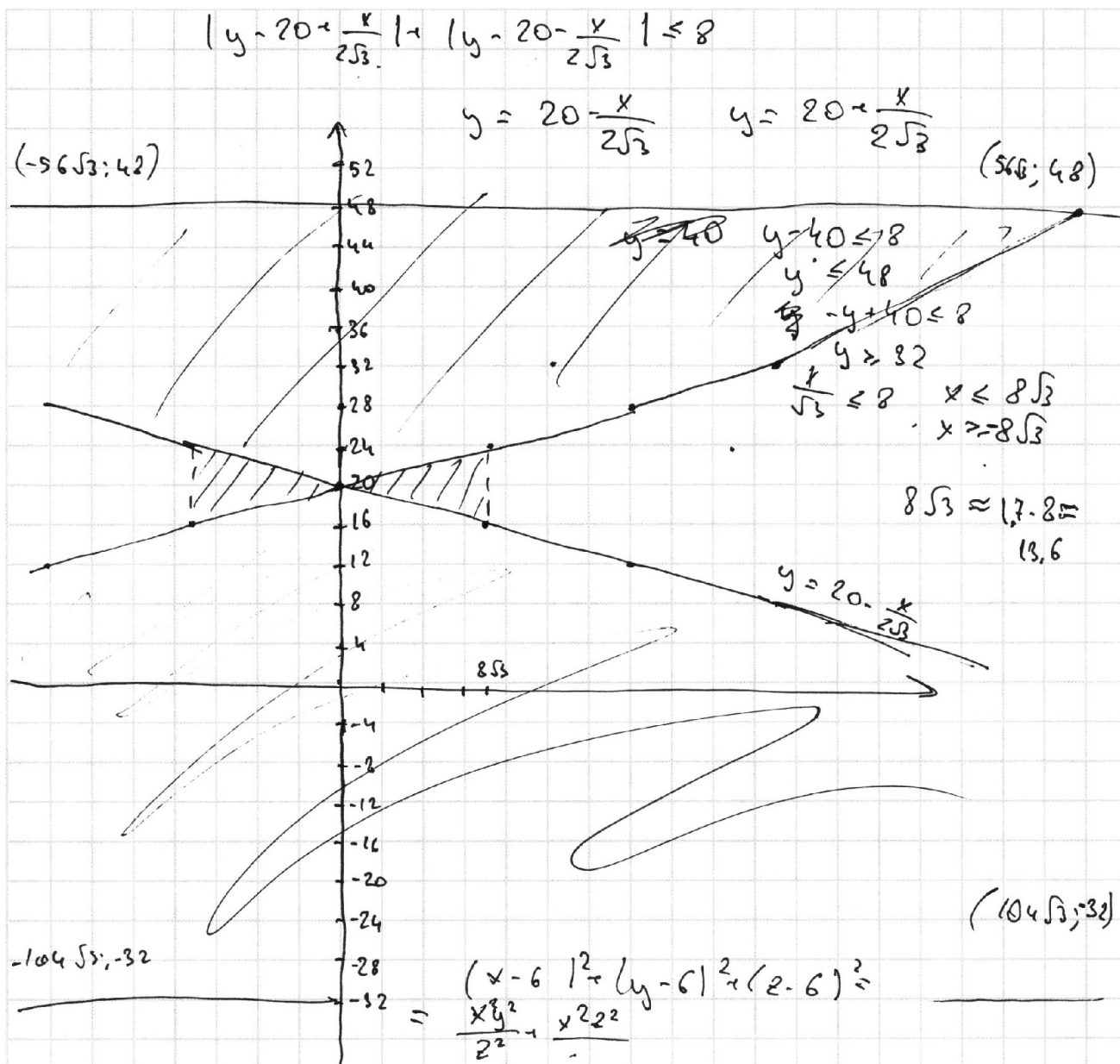
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$xy = z(z-6)$$

$$y^2 = x(x-6)$$

$$z = x = y(y-6) \Rightarrow$$

$$xy(x-6)(y-6) = x^2 y^2 z^2$$

$$(x-6)(y-6) = z^2$$

$$(x-6) + (y-6) + (z-6) = A + 2(z^2 + x^2 + y^2)$$

$$(x + y + z - 18)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 36x + 36y + 36z + 324$$

$$(x + y + z - 18)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 36x + 36y + 36z + 324$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2) - 42(x + y + z) + 324 = A + 2(z^2 + x^2 + y^2)$$

$$A = 324 - 42(x + y + z) + 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

