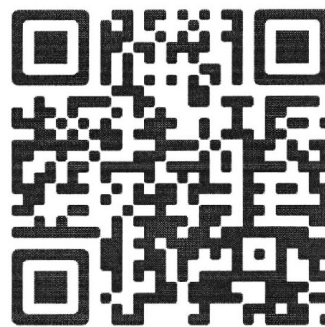




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- ① [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- ② [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- ③ [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
- ④ [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \begin{cases} xy = z(z+3), \\ yz = x(x+3), \\ zx = y(y+3) \end{cases}$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz (x+3)(y+3)(z+3)$$

Т.к. $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ то

$$(x+3)(y+3)(z+3) = xyz.$$

$$\text{Получим } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27 = A.$$

$$(x+3)(y+3)(z+3) = xyz:$$

$$\cancel{xyz} + 3xz + 3xy + 3yz + 9x + 9y + 9z + 27 = \cancel{xyz}$$

Получим значение из суммы (исходной):

$$3y(y+3) + 3x(x+3) + 3z(z+3) + 9x + 9y + 9z + 27 = 0$$

Вместо полученную сумму из A:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3y(y+3) - 3x(x+3) - 3z(z+3) - 3x - 3y - 3z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3y^2 - 9y - 3x^2 - 9x - 3z^2 - 9z - 3x - 3y - 3z = A$$

$$-2x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 12x - 12y - 12z = A;$$

$$-2(x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z) = A$$

$$-2(x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 - 27) = A;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-2((x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 27) = A.$$

$$\text{Итак, что } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = A.$$

$$-24 + 54 = A;$$

$$30 = 54$$

$$A = 18$$

Необходимо, 18 — единственное значение, которое может принимать выражение $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ при таких x, y, z , соответствующих условию задачи.

Ответ: 18 .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Пусть дано число k , состоящее из m девяток.

$$k = \underbrace{999\dots 99}_m. \text{ Тогда}$$

$$k = 10^m - 1$$

$$k^3 = (10^m - 1)^3 = 10^{3m} - 3 \cdot 10^{2m} + 3 \cdot 10^m - 1 =$$

$$= 10^{2m} (10^m - 3) + 3 \cdot 10^m - 1 =$$

$$= \underbrace{99\dots 997}_{m-1} \cdot 10^{2m} + 2 \underbrace{99\dots 99}_m.$$

Всего нулевое число k^3 состоит из $(2m-1)$ девяток.

Тогда ~~где $k = 40000$~~

Тогда где $k = n = \underbrace{999\dots 99}_{40000}$, т.е. $m = 40000$:

$$40000 \cdot 2 - 1 = 79999 - k^3 \text{ состоит из}$$

такого количества

Ответ: 79999.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$HF = AE \cdot \cos \alpha$$

$$\text{в } \triangle ABE: \cos \alpha = \frac{AE}{AB}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$HF = \frac{5\sqrt{11}}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{55}{18}$$

$$\text{Ответ: } HF = \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- ④ Пусть всего y ведрущего x коробок. Тогда
 C_x^5 способами игрок может выбрать 5 коробок,
 $C_{x-3}^{5-3} = C_{x-3}^2$ способами ~~можно~~ ~~расположить~~ все 3
~~шарика~~ ~~рядом~~ игрок может ~~вытащить~~ выбрать
 5 коробок с 3 шариками в них (или как бы, "брон-
 зой" 3 коробки по шарикам и положить количество
 способов взять к ним 2 пустые коробки)

$$P_1 = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} - \text{вероятность выигрыша в 1-м туре,}$$

$$C_x^6 \text{ способами игрок может выбрать 6 коробок,}$$

$$C_{x-3}^{6-3} = C_{x-3}^3 \text{ благоприятных способов выбрать 6 коробок,}$$

$$P_2 = \frac{C_{x-3}^3}{C_x^6} - \text{вероятность выигрыша во 2-м туре.}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_x^6 \cdot C_{x-3}^2} = \frac{(x-3)! \cdot x! \cdot 6! \cdot (x-6)! \cdot 2! \cdot (x-5)!}{3! \cdot (x-6)! \cdot 5! \cdot (x-5)! \cdot x! \cdot (x-3)!} =$$

$$= \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = 2$$

Ответ: в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Выясним, как будет выглядеть фигура

$$|x-y| + |x+y| \leq 3$$

$x-y$	-	-y	-	y	+	x
$x+y$	-	-y	+	y	+	x

Если $x < -y$, то

$$-x-y - x-y \leq 3;$$

$$x \geq -1,5$$

Если $-y \leq x \leq y$, то

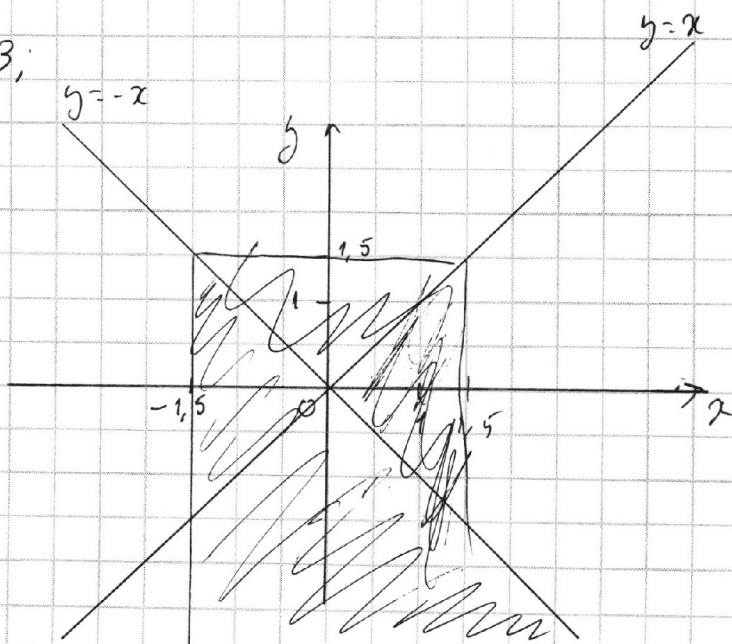
$$-x+y + x-y \leq 3;$$

$$y \leq 1,5$$

Если $x > y$, то

$$x-y + x+y \leq 3;$$

$$x \leq 1,5$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

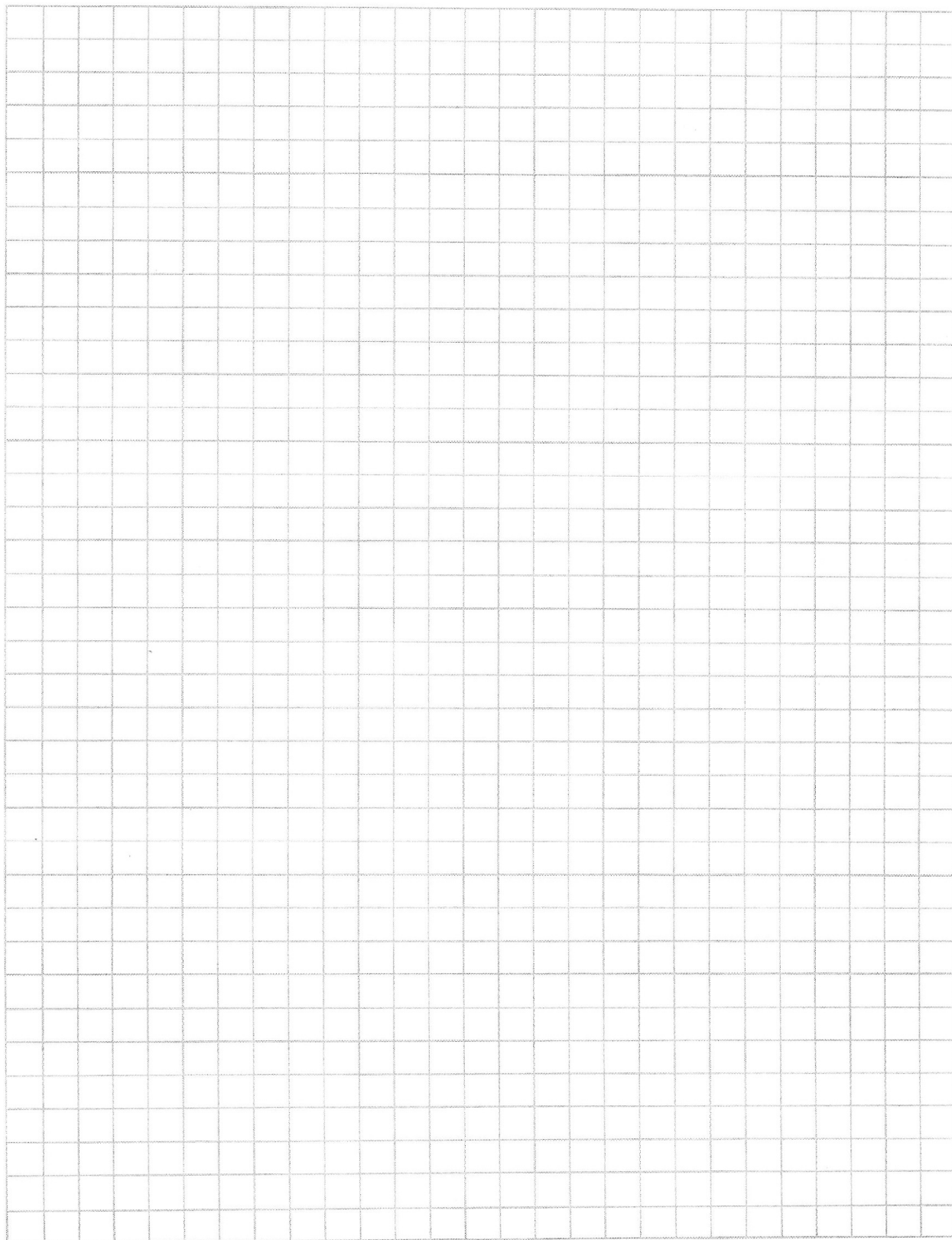
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы **по каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle AOC \sim \triangle AEB \sim \triangle OFC$$

$$\frac{AO}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{AO}{\sqrt{11}} = \frac{10}{6}$$

$$AO = \frac{5\sqrt{11}}{3}$$

$$\frac{AO}{OF} = \frac{AC}{OC} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{6}{5}$$

$$OF = AO \cos \alpha = \frac{5\sqrt{11}}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{55}{18}$$

$$|x-y| + |x+y| \leq 4$$

Решение

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x-y & -y & - & y & + \\ x+y & -y & + & y & + \end{array}$$

$$-x-y \leq x-y \leq 4$$

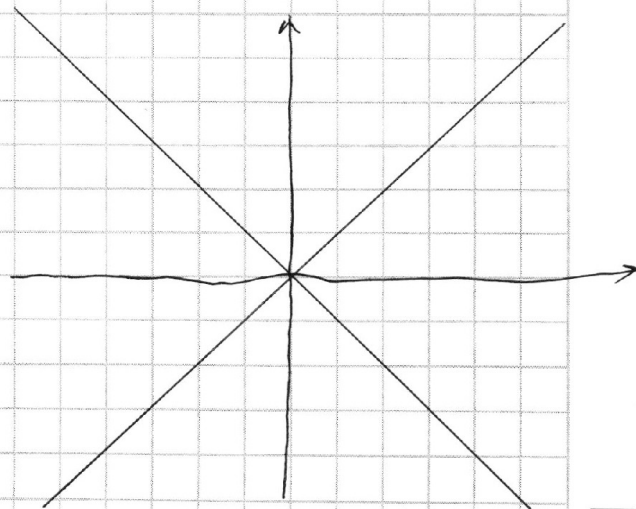
$$x \geq -2$$

$$-x+y \leq x+y \leq 4;$$

$$y \leq 2$$

$$x-y \leq x+y \leq 4$$

$$x \leq 2$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

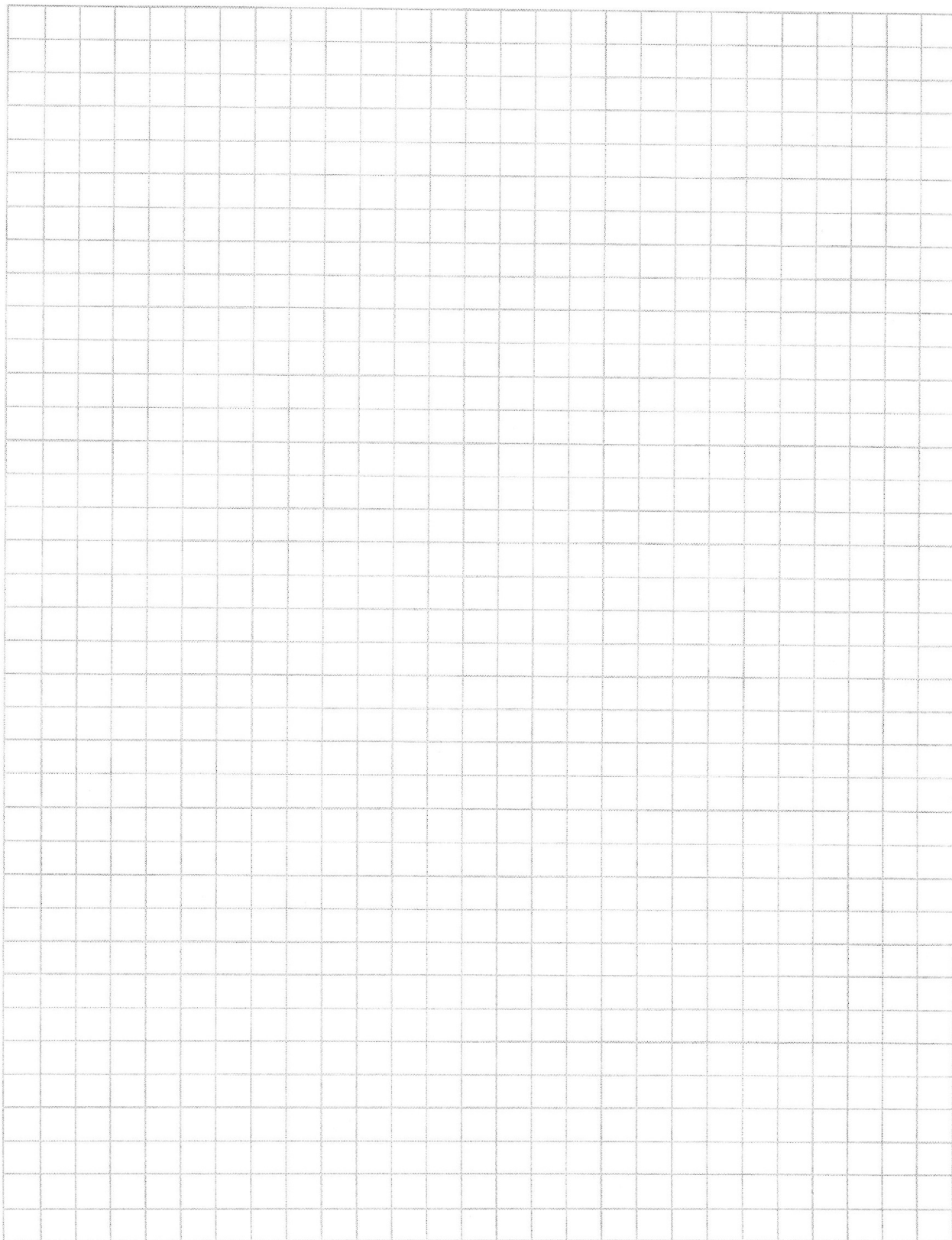
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ zx = y(y+3) \end{cases}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \cdot \frac{z+3}{z+3}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z+3}{x+3}$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$3y(y+3) + 3x(x+3) + 3z(z+3) + 9(x+y+z) - 27 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3(x+y+z) - 3y(y+3) - 3x(x+3) - 3z(z+3) = A$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z - 3y^2 - 9y - 3x^2 - 9x - 3z^2 - 9z = A;$$

$$-2x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 12x - 12y - 12z = A$$

$$-2(x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z) = A$$

$$-2(x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 - 27) = A$$

$$-2A + 54 = A;$$

$$3A = 54,$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

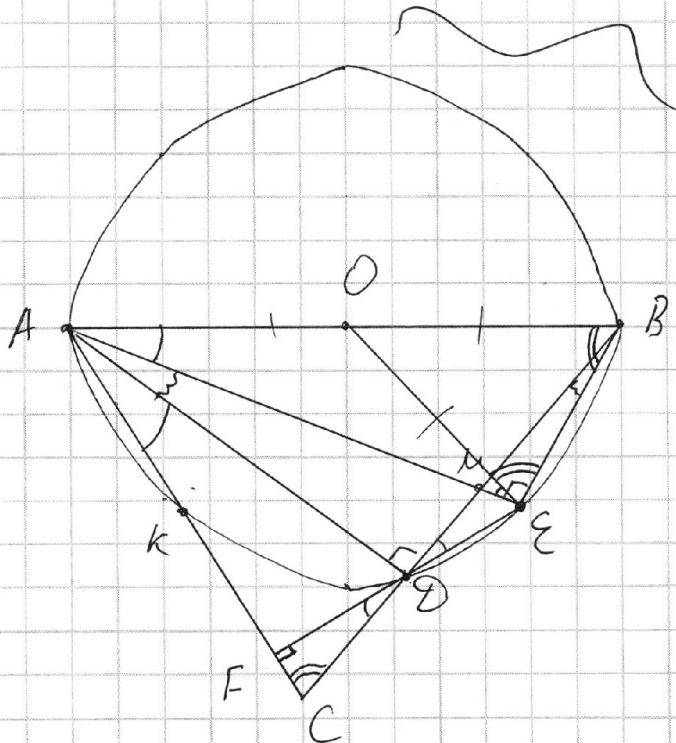
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3



$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5$$

$$AF = ?$$

$$R = 3$$

$$1) \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow AE^2 = AB^2 - BE^2, AE^2 = 6^2 - 5^2 = 11$$

$$2) \angle AFE = \frac{\angle AEB - \angle ADB}{2} \\ \angle ACB = \frac{\angle ADB - \angle AEB}{2} \Rightarrow \angle AFE - \angle ACB = \frac{\angle AEB - \angle ADB}{2} = \frac{BE}{2} = \angle BAE$$

$$\angle AFE - \angle ACB = \angle FDC \Rightarrow \angle BAE = \angle FDC,$$

$$\triangle AEB \sim \triangle FDC \text{ по 2-м углам}$$

$$3) \triangle ADM \sim \triangle BEM \text{ по 2-м углам}$$

$$4) AO = OE \Rightarrow \angle OAE = \angle OEA$$

$$EO = OB \Rightarrow \angle OBE = \angle OEB = \angle OBA$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999 \dots 99}_{40000}$$

$$n^3 = ?$$

$$9^3 = 729$$

$$99^3 = (100-1)^3 = 100000 - 3 \cdot 10000 + 300 - 1 =$$

$$= \cancel{99999} \quad \cancel{99999} \quad 970 \quad 299$$

$$(100-1)^3 = 10000 - 2000 + 1 =$$

$$= 9801$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline \end{array}$$

$$88209$$

$$88209$$

$$970299$$

$$n = \underbrace{1000 \dots 00}_{40000} - 1$$

$$n^3 = (\underbrace{1000 \dots 00}_{40000} - 1)^3 = \underbrace{1000 \dots 00}_{120000} - 3 \cdot \underbrace{100 \dots 00}_{20000} +$$

$$+ 3 \cdot \underbrace{1000 \dots 00}_{40000} - 1 =$$

$$k = \underbrace{99 \dots 99}_m$$

$$k = 10^m - 1$$

$$k^3 = (10^m - 1)^3 = 10^{3m} - 3 \cdot 10^{2m} + 3 \cdot 10^m - 1 =$$

$$= 10^{2m} (\underbrace{10^m - 3}_{m-1 \text{ разряда}}) + \underbrace{3 \cdot 10^m - 1}_{m \text{ разряда}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$x^2 y^2 z^2 = z(z+3)x(x+3)y(y+3)$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$y^2 = \frac{z(z+3)x(x+3)}{y(y+3)}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = A$$

$$\text{лож} \quad (x+3)(y+3)(z+3) = (x+3)(yz + 3z + 3y + 9) =$$

$$= xyz + 3xz + 3xy + 9x + 3yz + 9z + 9y + 27$$

$$3xz + 3xy + 3yz + 9(x+y+z) + 27 = 0$$

$$\leftarrow A = \cancel{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\sim A = -x^2 - y^2 - z^2 + 3xz + 3xy + 3yz + 3x + 3y + 3z$$

$$A = \underbrace{x^2 + y^2 + z^2} - \underbrace{3xz} - \underbrace{3xy} - \underbrace{3yz} - \underbrace{3x} - \underbrace{3y} - \underbrace{3z} =$$

$$x(x - 3z - 3) + y(y - 3x - 3) + z(z - 3y - 3)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = C_x^5 \\ m_1 = C_{x-3}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow P_1 = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$$

$$\left. \begin{array}{l} n_2 = C_x^6 \\ m_2 = C_{x-3}^3 \end{array} \right\} \Rightarrow P_2 = \frac{C_{x-3}^3}{C_x^6}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_x^6 \cdot C_{x-3}^2} = \frac{(x-3)! \cdot x! \cdot 6! \cdot (x-6)! \cdot 2! \cdot (x-2)!}{3! \cdot (x-6)! \cdot 5! \cdot (x-3)! \cdot x! \cdot (x-2)!}$$

$$= \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 2}{6} = 2$$

$$|x-y| + |x+y| \leq 3$$

или $x \neq$

$x-y$	$-y$	$-$	y	$+$	x
$x+y$	$-$	$+$	y	$+$	x

или $x < -y$, то

$$-x + y - (-y) \leq 3;$$

$$x \geq 1,5$$

или $-y \leq x \leq y$, то

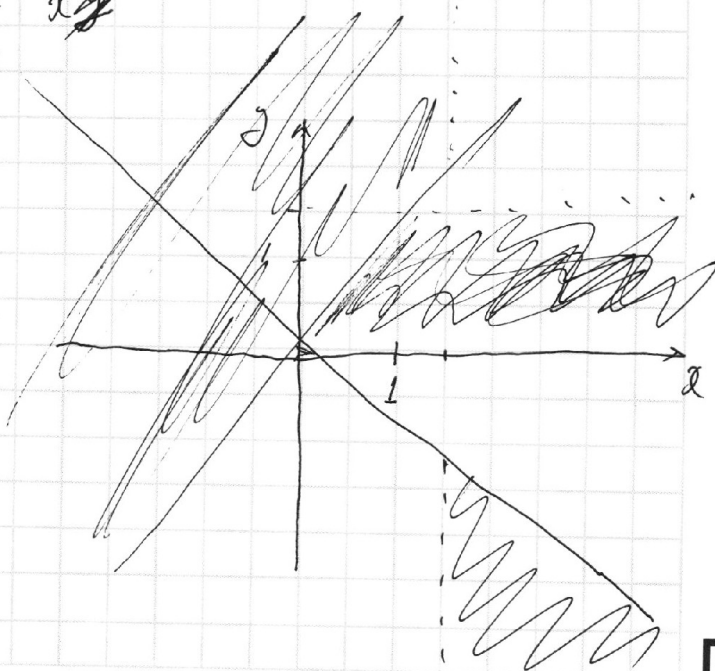
$$-x + y + x + y \leq 3;$$

$$y \leq 1,5$$

или $x > y$, то

$$x - y + x + y \leq 3;$$

$$x \leq 1,5$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P(\text{шарик в коробке}) = \frac{3}{x}$$

$$P(\text{3 шара в 6-й коробке}) = C_5^3 \cdot \frac{27}{x^3} \cdot \frac{(x-3)^2}{x^2}$$

При $x=6$:

$$P = \frac{5! \cdot 27 \cdot 3^2}{3! \cdot 2! \cdot 6^3 \cdot 6^2} = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \frac{1}{32} = \frac{5}{16}$$

Вероятность, что шарик в 6-й коробке — $\frac{3}{x}$.

$$P = C_5^3 \cdot \frac{27}{x^3} \cdot \frac{(x-3)^2}{x^2}$$

При $x=6$:

$$P = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot \frac{1}{32} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{10}{32} = \frac{10}{160} = \frac{1}{16}$$

или $P = \text{шар в единицу} + \text{шар в единицу} + \text{шар в единицу} + \text{шар в единицу}$

$$\text{шар в единицу} = C_x^5 \cdot C_5^3 \cdot \frac{27}{x^3} \cdot \frac{(x-3)^2}{x^2}$$

$$n = C_x^5$$

$$m = C_{x-3}^{5-3} \cdot C_{x-3}^2$$

$$m = C_{x-3}^{5-3} \cdot C_{x-3}^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

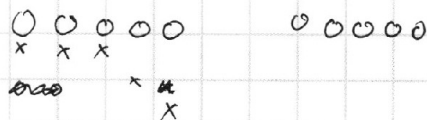
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

④ 2 коробки всего.

$$n_1 = C_x^5$$

$$m_1 = C_5^3 \Rightarrow P_1 = \frac{C_x^3}{C_x^5}$$



$$n_2 = C_x^6$$

$$m_2 = C_6^3 \Rightarrow P_2 = \frac{C_6^3}{C_x^6}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_6^3 - C_x^3}{C_x^6 - C_5^3} = \frac{6! \cdot 3! \cdot 6! \cdot (x-6)! \cdot 3! \cdot 2!}{3! \cdot 3! \cdot 5! \cdot (x-5)! \cdot 2! \cdot 5!}$$

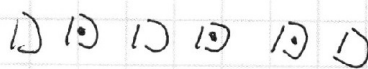
$$= \frac{2 \cdot 6!}{5!} \cdot \frac{(x-6)!}{(x-5)!} = 6 \cdot \frac{(x-6)!}{(x-5)!} = \frac{6}{x-5}$$

$$n_1 = C_x^5$$

$$m_1 =$$

$$n = C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$$

Сколько раз 3 шарика могут оказаться среди 5 выданных шариков?



$$n = C_6^5 = \frac{6!}{5!} = 6$$

$$m = C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3 \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

2 - есть шарик
и - нет шарика

$$P(3 \text{ шарика среди 5 выданных}) = P(еееи) + P(еееи) + \dots + P(иинеи) =$$

$$= C_5^3 \cdot P(шарик в коробке)^3 \cdot P(шарик не в коробке)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10000 - 1)^3 = 10000000000 - 3000000 \times 3000 - 1 =$$
$$= 997000000 + 3000 - 1 = 997002999$$

$$\begin{array}{r} 10000000000 \\ - 3000000 \\ \hline + 997000000 \\ \hline 3000 \\ \hline - 997003000 \\ \hline 1 \\ \hline 997002999 \end{array}$$

$$k = 2n - 1$$

$$(10000 - 1)^3 = 10^{12} - 3 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^4 - 1 =$$
$$= 10^8 (10^4 - 3) + 3 \cdot 10^4 - 1 = 9997 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^4 - 1 =$$
$$= 9997 \cdot 10^8 + 29999 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AE^2 = AF^2 + FE^2$$

$$AE^2 = 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^2 \cos \angle AOE$$

$$11 = 18 - 18 \cos \angle AOE$$

$$11 = 18 - 18 \cos \angle AOE$$

$$\cos \angle AOE = \frac{7}{18} \quad AE^2 = AF^2 + FE^2$$

$$AD^2 = AB^2 - DB^2$$

$$AF^2 + FE^2 = AB^2 - DB^2$$

$$DF^2 = \frac{AE^2 \cdot EC^2}{EB^2}$$

$$\sin \angle BAE = \frac{3}{6}$$

$$r = 3$$

$$r = 3$$

$$AC = 10$$

$$BE = 5$$

$$AF = ?$$

$$\angle ACB = \angle ADE = 120^\circ$$

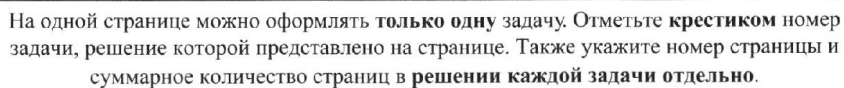
$$90^\circ - \angle ACB = \angle ADE$$

$$\triangle AEB \sim \triangle DFC$$

$$\frac{EB}{FC} = \frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DF}$$

$$\angle AFE = 120^\circ$$

$$\angle ACB \sim \frac{120^\circ - \angle KED}{2} \quad \Rightarrow \quad \angle AFE - \angle ACB = \frac{\angle AFE - 120^\circ}{2}$$



СТРАНИЦА
ИЗ

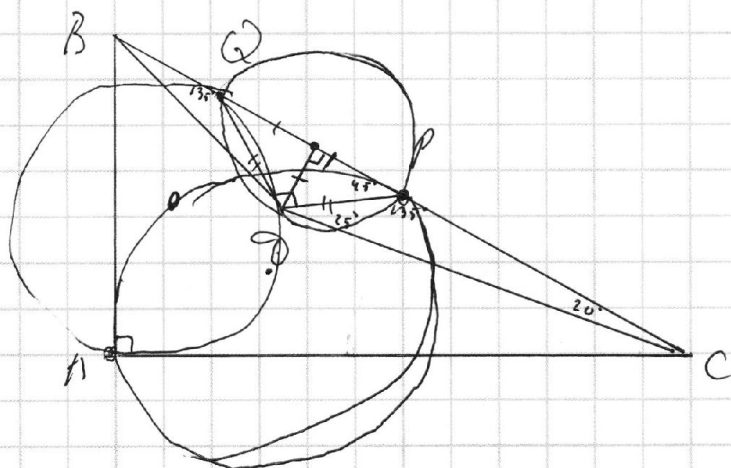
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = CG$$

$$\angle D C B = 20^\circ$$

1. $\partial BC - ?$



$$x^2 - a_4(a-1)/x + a-5 = 0$$

$$\begin{aligned} \textcircled{D} &= a^2(a-1)^2 - 4a + 20 \\ x_{1,2} &= \frac{a(a-1) \pm \sqrt{a^2(a-1)^2 - 4a + 20}}{2} \end{aligned}$$

$$9x^2 - a^2(a-1)x + 2a^2(a^2+1) - a^6 - 4 = 0$$