

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! \cdot (1 + n + n(n+1)) = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

т.к. $289 = 17^2$, то ~~$(n+1)^2 : 289$~~

при $n_{\min} = 16$, а $(n-1)! : 289$ при $n_{\min} = 290$,

~~оба они будут кратны~~
~~оба не могут одновременно~~
кратны 17 одновременно, при $n \leq 15$.
17 - простое число и тогда $(n-1)! : 17 \Rightarrow$
 $n \geq 18$

Ответ: $n = 16$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

- 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$N^5 = (n-3)^2 + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 - 28$$

$$N^5 = 7n^2$$

$$N^5 : 7 \Rightarrow N : 7, N = 7k$$

$$7^5 k^5 = 7n^2$$

$$7^4 k^5 = n^2, n^2 : 7 \Rightarrow n : 7, n = 7m$$

$$7^4 k^5 = 7m^2$$

$$7^3 k^5 = m^2, m^2 : 7 \Rightarrow m : 7, m = 7z$$

$$7^2 k^5 = 7z^2 \Rightarrow z^2$$

$$k^5 = z^2$$

$$N = 7k$$

$$n = 49z = 49a^5$$

$$z = \sqrt{k^5} \Rightarrow k = a^2$$

$$z = a^5, \text{ если взять } a = 1, 10.$$

$$N = (49)^2 = N^5$$

$$n = 49 \Rightarrow N^5 = 7^5 \text{ но } N \text{ должно быть } \geq 8 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow n = 49 \cdot 2^5 \Rightarrow N^5 = 7^5 \cdot 2^{10} \Rightarrow$$

$$N = 7 \cdot 2^2 = 28$$

$$\text{Ответ: } N = 28$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

Чтобы неравенство имело смысл

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$\begin{array}{|c|} \hline -1 \quad 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow x \leq -1 \text{ или } x \geq 2$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$1) x \in (-\infty; -1]$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \text{ всегда } > 0.$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 = \sqrt{x^2 - x - 2} - (1 - x)$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \sqrt{1 - x}$$

$1 - x > 0$, т.к. $x \leq -1$, $\Rightarrow$ возведем
можем возвести обе части в
квадрат.

$$x^2 - x - 2 \leq 1 - 2x + x^2$$

$$x \leq 3.$$

$$x < 3 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} - (1 - x) = (1 - x) - \sqrt{x^2 - x - 2}.$$

$$6 - x > 0, \text{ т.к. } x < -1 \Rightarrow |6 - x| = 6 - x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 6 - (1 - x) - \sqrt{x^2 - x - 2} + 6 - x.$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2 - 2x.$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x, \text{ мы уже решали это неравенство.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и получим что $1-x > \sqrt{x^2-x-2}$ при $x \leq -1 \Rightarrow$ в этом промежутке $x \in \emptyset$.

2) $x \in [2; 6]$.

$$\sqrt{x^2-x-2} + (1-x)$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + x - 1 \geq 0, \text{ т.к. } x-1 \geq 0 (x \geq 1), \text{ и}$$

$$\sqrt{x^2-x-2} > 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2-x-2} + x - 1| = \sqrt{x^2-x-2} + x - 1$$

$$|6-x| = 6-x.$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + 6 - x$$

$0 \geq 0$ — верное равенство $\Rightarrow$ в этом промежутке подходят все значения, $x \in [2; 6]$.

3) $x > 6$.

Все останется так же кроме

$|6-x|$, он будет равен $x-6$.

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + x - 6.$$

$$12 \geq 2x$$

$x \leq 6$, но $x > 6 \Rightarrow$ в этом промежутке $x \in \emptyset$.

Ответ: $x \in [2; 6]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 13

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

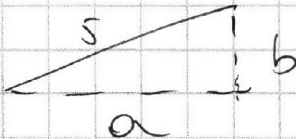
Задача 4.

Если две вершины ромба находятся у 6 вершинных клеток, то их можно соединить отрезком. У нас может быть 6 видов ромбов.



Задача 4.

Т.к. вершины ромба совпадают с вершинами клеток $\Rightarrow$ их можно соединить отрезком и построить три угла. Или еще это есть прямая горизонтальная или вертикальная.

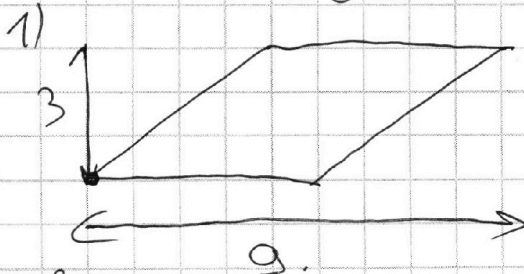


$a, b \in \mathbb{Z}$. По Пифагора

$$a^2 + b^2 = 5.$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ a=4 \\ b=3 \end{cases}$$

Тогда у нас будет 6 видов ромбов.



Будем считать 301. Если мы хотим получить можно представить эту точку вот 190 36 по x и по 190 42 по y $\Rightarrow$

всего таких ромбов будет 12-36, т.к. по каждому x можно представить по каждому y.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☒

5
☐

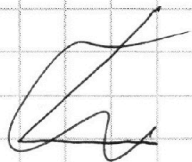
6
☐

7
☐

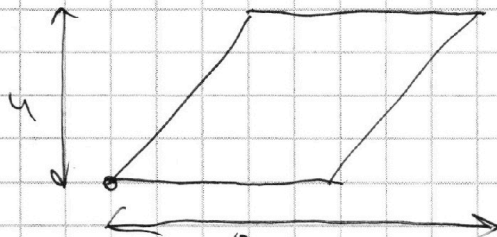
СТРАНИЦА
24 ИЗ 33

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

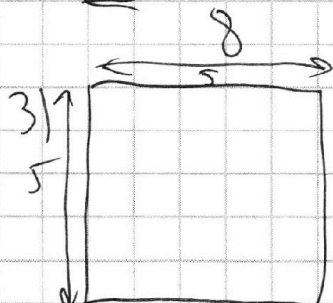
2)



Аналогично ^{1-му} ~~получаем~~ ^{получаем}

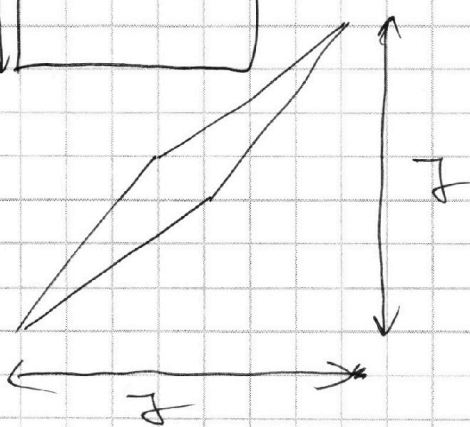


41-37.



40²

4)



38²

5)



42-36

6)



41-37.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего будет $40^2 + 38^2 + 237 + 41 + 2 \cdot 36 \cdot 42$.

Чтобы было легче считать обозначим
39 за n .

$$(n+1)^2 + (n-1)^2 + 2(n-2)(n+2) + 2(n-3)(n+3) =$$
$$= 2n^2 + 2 + 2n^2 - 8 + 2n^2 - 18 = 6n^2 - 24 = 6(n^2 - 4).$$

$$6(38^2 - 4) = 6 \cdot ((40-2)^2 - 4) = 6 \cdot (1600 - 80 + 4 - 4) =$$
$$= 9600 - 83 \cdot 6 = 9600 - 498 = 9102.$$

Ответ: 9102.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
18 ИЗ 42

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$y - 45 = a$$

$$y + 45 = a + 90$$

$$a \in \mathbb{Z}, \text{ т.к. } y \in \mathbb{Z}.$$

$$23 \cdot 2^x = a^2 + 90a$$

$$a^2 + 90a - 23 \cdot 2^{x+2} = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{8100 + 23 \cdot 2^{x+2}}$$

$$\sqrt{D} \in \mathbb{Z}, \text{ т.к. } a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \exists D = c^2, c \in \mathbb{Z}.$$

$$23 \cdot 2^{x+2} = (c - 90)(c + 90)$$

$$\nexists k \in \mathbb{Z}, \Rightarrow \text{невозможно}$$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^{x-a} \Rightarrow 2^{x-a} > 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^{x-a}$$

$$y = 2^{x-a-1} + 23 \cdot 2^{a-1}$$

$$y = 2^{x-2} + 23$$

$$y = 45 + 46 = 91$$

$$2^{x-2} = 68 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}, ?!$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 45 = 2^m$$

$$y + 45 = 23 \cdot 2^n$$

$$y = 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{m-1}$$

$$\begin{cases} m=1, \text{ т.к. } y \neq 2 \\ n=1 \end{cases}$$

$$1) m=1 \Rightarrow y = 23 \cdot 2^{n-1} + 1, y = 47 \Rightarrow$$

$$23 \cdot 2^{n-1} + 1 = 47$$

$$2^{n-1} = 2$$

$$n=2$$

$$x = n + m = 3$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=47 \end{cases}$$

$$2) n=1 \Rightarrow y = 2^{m-1} + 23, y = 1 \Rightarrow 2^{m-1} = -22$$

($y > 0$, для значений $y < 0$ будет тоже самое, т.к. $y \neq 0$)

Ответ: $(3, 47), (3, -47)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

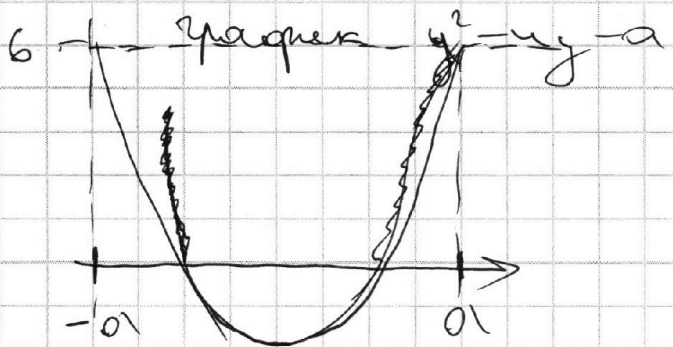
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
10 ИЗ 11.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Значения y ограничены. Они находятся в пределах от $-a$ до a $-a \leq y \leq a$.



$$\begin{cases} y = a \\ y = -a \end{cases}$$

$$1) a^2 - 4a - a = b.$$

$$a^2 - 5a - b = 0$$

$$a = 1$$

$$a = b$$

$$2) a^2 + 4a - a = b.$$

$$a^2 + 3a - b = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{9 + 4b} = \sqrt{33} \Rightarrow$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = b \\ a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \\ a = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $a = \begin{cases} 1 \\ \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \\ \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} \end{cases}$



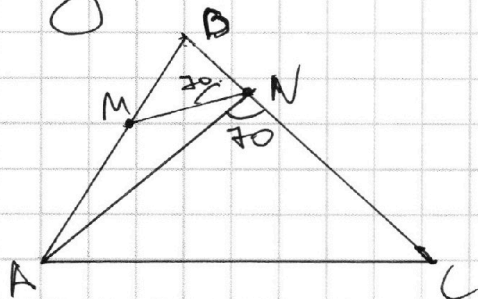
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

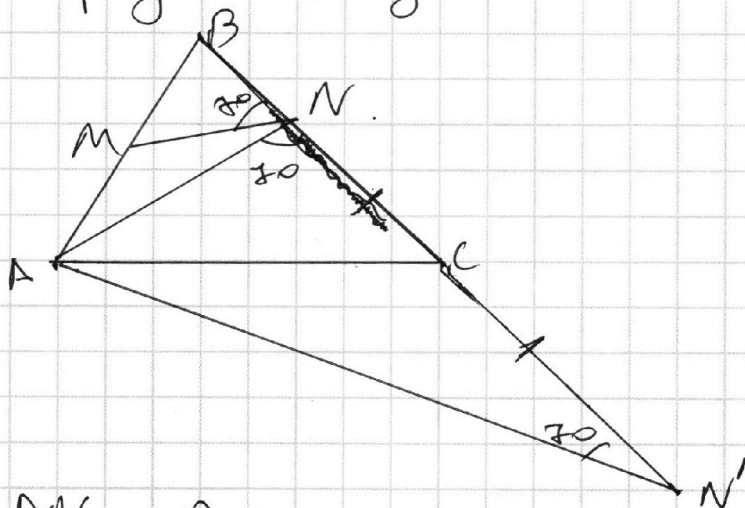
Задача 7



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Продлим BC за точку C на $CN' = NC$.



$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow \frac{BN}{BN + NC} = \frac{BM}{BM + MA} \Rightarrow \triangle MBN \sim \triangle MBN';$$

по общему углу $\angle B$, и 2 пропорциональным сторонам $\Rightarrow \angle AN'C = 70^\circ \Rightarrow \triangle ANN' =$
 равнобедренный $\Rightarrow AC$ — медиана
 высоты $\Rightarrow \angle CAN = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

Ответ: 20° .

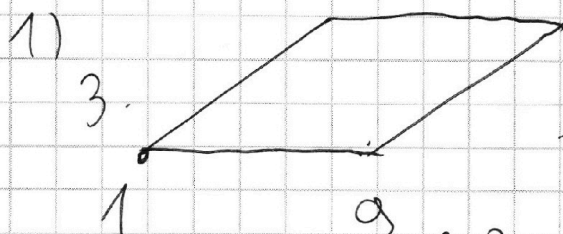
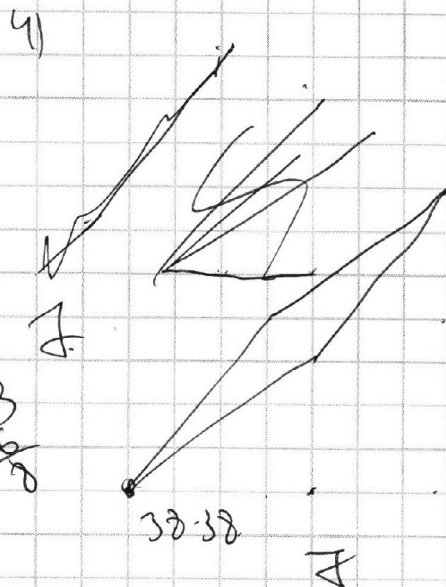
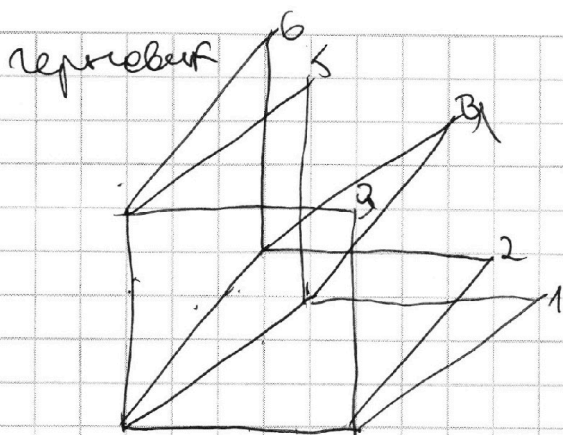


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

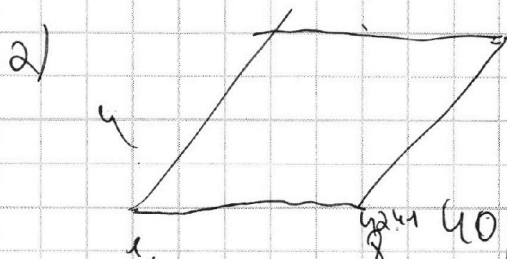
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2n^2 + 2 + 2n^2 - 8 + 2n^2 - 18 = 36 \cdot 42.$$

$$6n^2 - 24 = 6(n^2 - 4) = 4(4n^2 - 6) = 5) = 4 \cdot (40^2 - 80 + 1 - 6) = 4 \cdot 40^2 - 85 \cdot 4 = 6400 - 340 = 6060$$

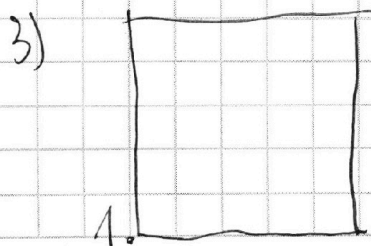


$$2(n-2)(n+2)$$

$$6n^2 + n - n^2 + 2(n-2)(n+2) + 2(n-3)(n+3).$$

$$37 \cdot 41.$$

$$6) 38 \cdot 42$$



$$40 \cdot 40.$$

$$\text{Ответ: } 40^2 + 2 \cdot 37 \cdot 41 + 36 \cdot 42 = 6060$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

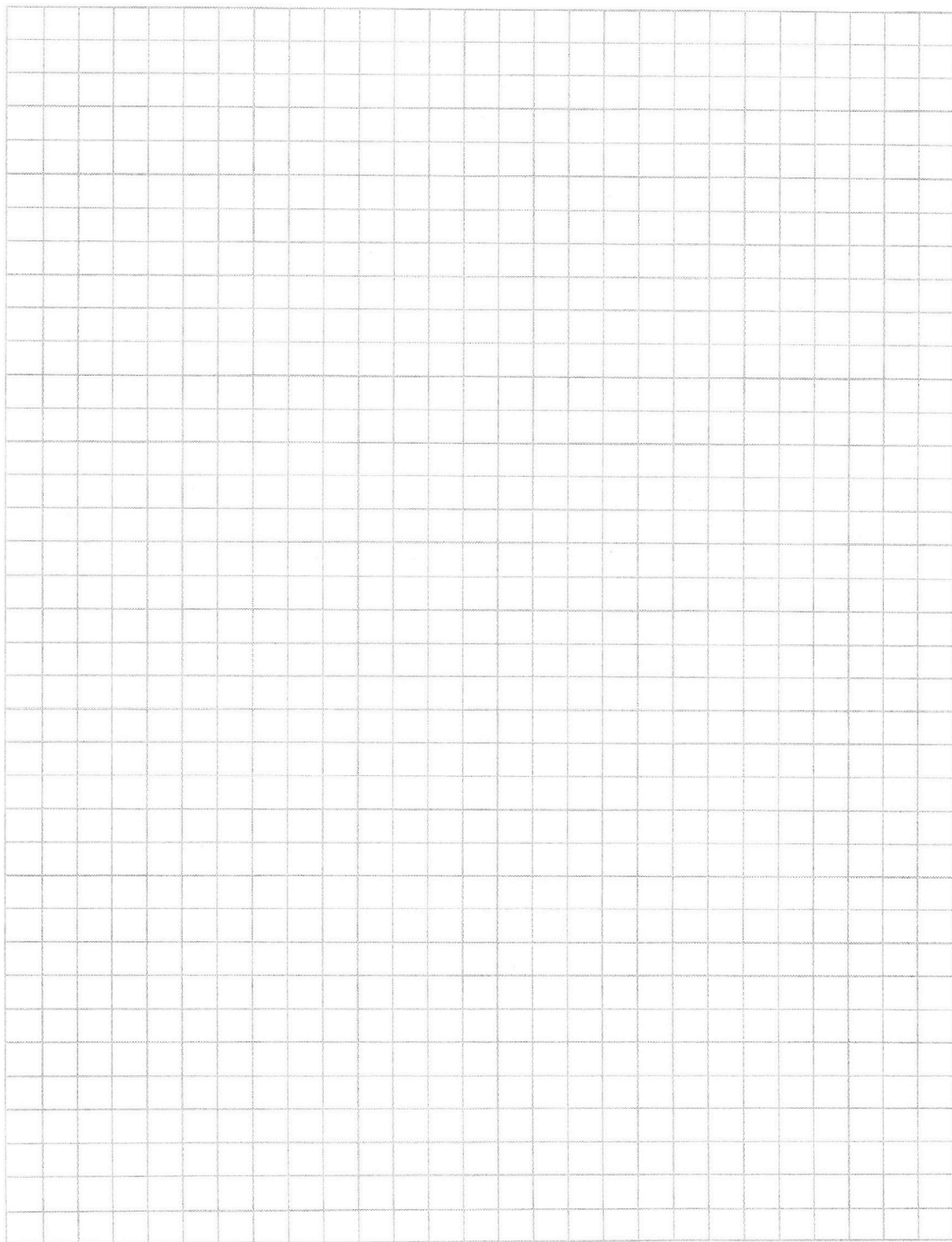
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

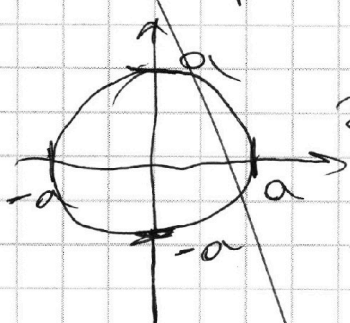
7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

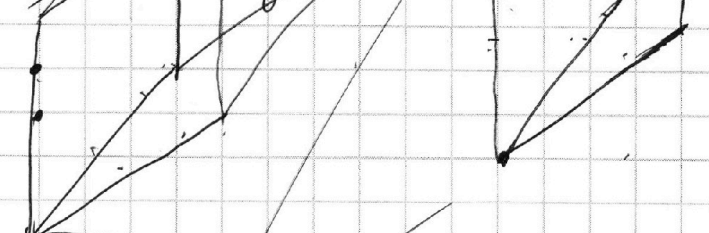
Задача 6.

График



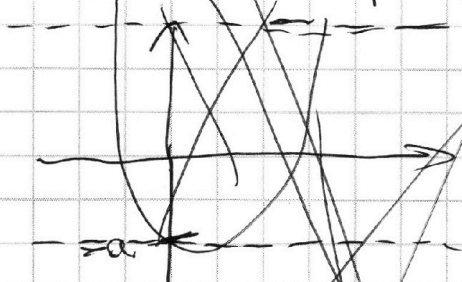
$x^2 + y^2 = a^2$ вынесем в факт.

$-x \geq 0$ отсюда.



~~График~~

График $y^2 = a - x$.



значения y ограничены

$$-a \leq y \leq a$$

a.



$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 > 0.$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} > 1 - x.$$

$$x^2 - x - 2 > 1 - 2x + x^2 \Rightarrow x > 3 \Rightarrow 1 - x < \sqrt{x^2 - x - 2}.$$

$$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2).$$

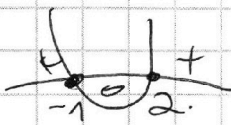
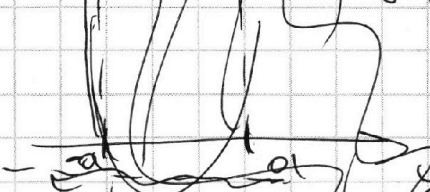


График $y^2 = a - x$



$$6. \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow x \in [1; 6].$$

$$x \notin (2; -1).$$

$$0 \geq 0 \Rightarrow 12 \geq 2x$$

$$x \geq 6. \Rightarrow 1 + x - 6. \Rightarrow 6 \geq x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq x - 1 \Rightarrow x \geq 6$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x + 6 - x \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2 + 2x$$

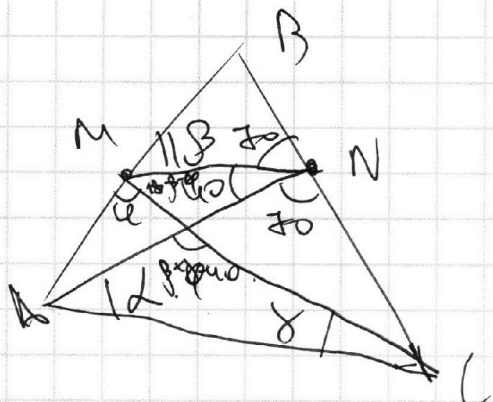


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

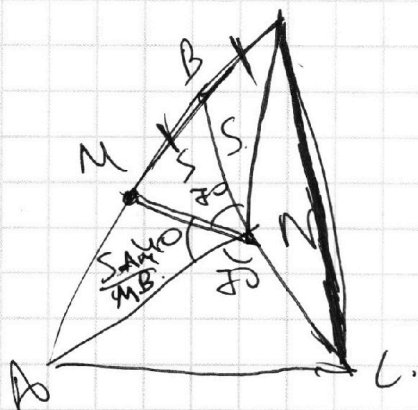
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{NC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \gamma}$$

$$\frac{2MB}{2 \sin \gamma} = \frac{BN}{\sin \beta}$$

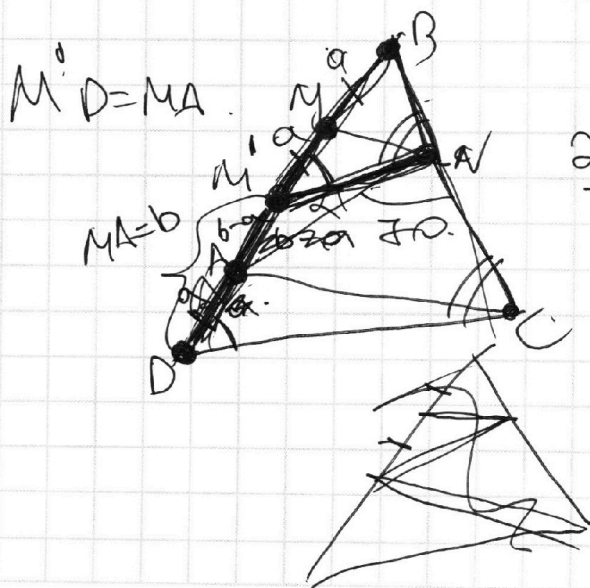


$$\frac{NC \cdot 2MB}{\sin \alpha} = \frac{AC \cdot BN}{\sin \beta}$$

$$\frac{MA}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$$

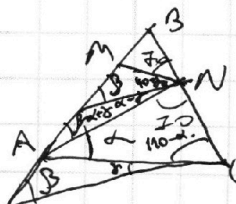
$$\frac{MA}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \gamma}$$

$$\beta + \gamma + \alpha = 220$$



$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{2BM}{MA + BM} = \frac{BN}{BN + NC}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

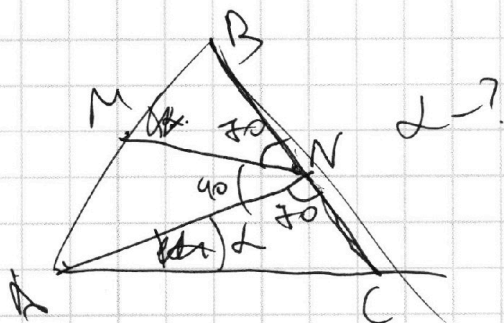
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$23 \cdot 2^x = (y+5)(y-5)$
 $23 \cdot 2^a = 2^b$
 $|y| > 45$
 $(-2)^2 - 1^2 = 3$
 $(-2-1)(-2+1) =$
 $23 \cdot 2^{a-1} + 2^{b-1} = |y|/2$
 $(-y+5)(-y-5) =$
 $y-45$
 $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$
1) $a=1 \Rightarrow y = 2^{b-1} + 23$
 $y-45 = 46$
 $y = 91 \Rightarrow 2^{b-1} = 68$?!

2) $b=1 \Rightarrow y = 43$
 $y = 23 \cdot 2^{a-1}$
 $23 \cdot 2^{a-1} = 43$
 $23 \cdot 2^{a-1} = 43$



$BM \cdot NC = BN \cdot AM$

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\frac{BM}{BM \cdot AM} = \frac{BN}{BN \cdot NC} \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$23 \cdot 2^x \leftarrow 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45). \quad a+b=x.$$

$$y = 2^{a-1} \cdot 23 \cdot 2^{b-1}$$

$$y = 2^{a-1} \cdot 23 \cdot 2^{b-1}$$

$$a=1.$$

$$y = 23 \cdot 2^{b-1}$$

$$y = 91.$$

$$2^{b-1} = 68. \quad ?!$$

$$y+45 = 2^{b+m}$$

$$y+45 = 23 \cdot 2^n.$$

$$n+m=x.$$

$$y = 2^{n-1} + 23 \cdot 2^{n-1}$$

$$y = 2^{n-1} + 23.$$

$$y = -1. \quad ?!$$

$$2k^2 = 45 + 23 \cdot 2^x + 18$$

$$x = -1.$$

$$a^2 + 90a - 23 \cdot 2^x = 0.$$

$$23 \cdot 2^x = a^2 + 90a.$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{90^2 + 4 \cdot 23 \cdot 2^x} = \sqrt{C^2}$$

$$a = -90 \pm C$$

$$C^2 = 90^2 + 23 \cdot 2^{x+2}$$

$$4k^2 = 90^2 + 23 \cdot 2^{x+2} \quad C^2 : 2$$

$$2(45 + 23 \cdot 2^{x+1})$$

$$C^2 = 90^2 + 23 \cdot 2 = 482(45 + 23)$$

$$68 = 34 \cdot x.$$

$$C^2 : 4. \quad ?!$$

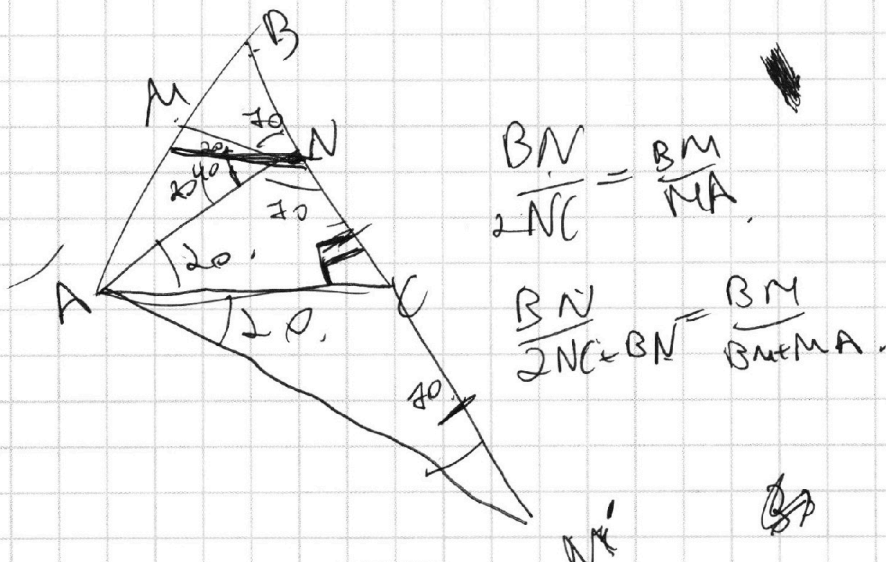
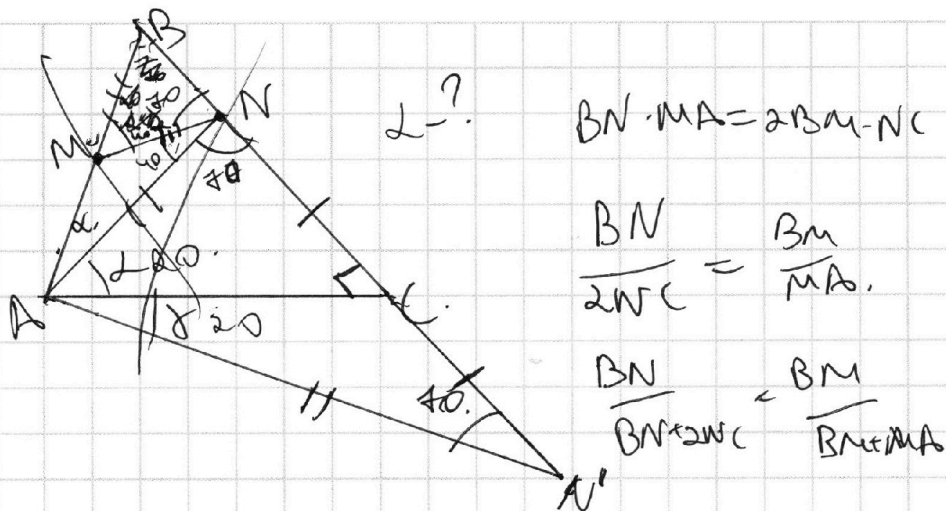


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

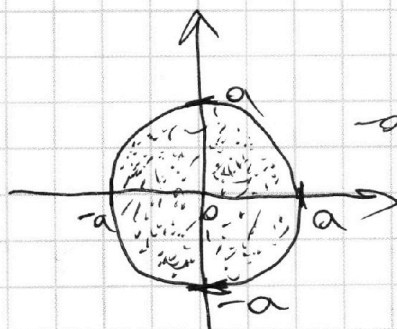
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$\sqrt{x^2 + 25} = \sqrt{x^2 - 2} + \sqrt{x^2 - 1}$~~



$a \leq y \leq a$

$y^2 - 4y - 01 = 6$
 $a = 6$
 ~~$a = 6$~~
 ~~$a = 6$~~

$y^2 - 4y - 01$
 $a^2 - 4a - a = 6$
 $a^2 - 5a = 6$
 $a(a - 5) = 6$

$a = 6$
 $a = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$23 \cdot 2^a \quad 2^{x-a}$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^{x-a}$$

$$2y = 23 \cdot 2^a + 2^{x-a}$$

$$2^{x-a} - 23 \cdot 2^a = 90$$

$$2^{x-a-1} - 23 \cdot 2^{a-1} = 45$$

$$(y - 45)(y + 45) = 23 \cdot 2^x$$

$23 \cdot 2^a \quad 2^b$

$$a + b = x$$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^b \quad b > a$$

$$y = 23 \cdot 2^{a-1} + 2^{b-1}$$

$$y - 45 = 23 \Rightarrow a = 1, b = x - 1$$

$$y - 45 = 23$$

$$y + 45 = 2^{x-1}$$

~~$$y = 23 + 2^{b-1}$$~~

~~$$y = 23 + 2^{b-1}$$~~

$$289 = 17^2$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$(y - 45)(y + 45) = 23 \cdot 2^x$$

$23 \cdot 2^m \quad 2^{x-m}$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^m$$

$$y + 45 = 2^{x-m}$$

$$2y = 23 \cdot 2^m + 2^{x-m}$$

$$y = 23 \cdot 2^{m-1} + 2^{x-m-1}$$

$$N^5 = 7n^2$$

$$N^5 : 7 = N^5 : 7$$

$$N = 7n$$

$$N^5 = (n-3)^2 \cdot (n-2)^2 \cdot (n-1)^2 \cdot n^2 \cdot (n+1)^2 \cdot (n+2)^2 \cdot (n+3)^2 - 28$$

$$N^5 = 7n^2 + 18n + 8 + 2 - 28$$

$$((n-1)! + n! + (n+1)!)$$

$$(n-1)! \cdot (n + (n+1)n)$$

$$(n-1)! \cdot (1 + 2n + n^2)$$

$$(n-1)! \cdot (1 + n)^2$$

$$289 \text{ при } n = 18 \text{ и } 290$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N^5 = 7n^2$$

$$N = 7K$$

$$7^5 K^5 = 7n^2$$

$$7^4 K^5 = n^2$$

$$n = 7m$$

$$7^4 K^5 = 7^2 m^2$$

$$7^2 K^5 = m^2$$

$$m = 7z$$

$$K^5 = 7z^2$$

$$n = 49z = 49 \cdot 2^5 = 7^2 \cdot 2^5$$

$$N = 7K = 7 \cdot 2^2$$

$$7^5 \cdot 2^{10} = 7^4 \cdot 2^{10}$$

$$N = 7 \cdot 2^2 = 28$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$\begin{array}{r} 2^2 \\ 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$45$$

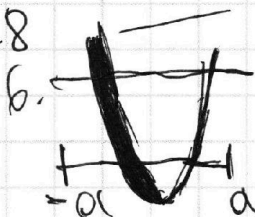
$$45 + 23 \cdot 2^{a-1} = 2^{x-a-1}$$

$$45 + 23 = 2^{x-2}$$

$$68 = 2^{x-2}$$

$$x-2 = \log_2 68$$

$$x = \log_2 68 + 2$$



$$2^{m-1} + 23 \cdot 2^{n-1} = y$$

$$m > n \cdot 23$$

$$n = 1$$

$$2^{m-1} + 23 = y$$

$$y-45 = 23-45 = -22$$

$$y = 1$$

$$a^2 - 4aa = 6 \cdot (a-2)(a+3)$$

$$a^2 - 4aa - 6 = 0$$

$$a^2 - 30a - 6 = 0$$

$$a^2 - 50a - 6 = 0$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ 6 \end{array}$$