



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- † 1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $\frac{abc}{2^{17} \cdot 3^5 \cdot 5^4}$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- † 5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- † 6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
- а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
- б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Введем несколько переменных:

$a_2; a_3; a_5$  - стороны вомгденя в  $a_2; 3; 5$  соответственно

аналогично  $b_2; b_3; b_5; c_2; c_3; c_5$ . Все  $a_i, b_i, c_i$  целые и неотрицательные

Из условий:  $ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}; ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}; bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$

Тогда выпишем несколько систем:

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 6 \\ a_2 + c_2 \geq 10 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 18 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 13 \\ a_3 + c_3 \geq 25 \\ b_3 + c_3 \geq 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_3 + b_3 + c_3 \in \mathbb{Z} \\ a_3 + b_3 + c_3 \geq 29,5 \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5 + b_5 \geq 11 \\ a_5 + c_5 \geq 28 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_5 + b_5 + c_5 \geq 26 \\ a_5 + c_5 \geq 28 \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 28 \\ b_5 \geq 0 \end{cases}$$

Вполне очевидно, что в текущих обозначениях  $a_2 + b_2 + c_2; a_3 + b_3 + c_3; a_5 + b_5 + c_5$  - стороны вомгденя  $2; 3; 5$  соответственно в  $abc$

Тогда  $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$  достижимо, к примеру, при  $\begin{cases} a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14} \\ b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14} \end{cases}$

Ответ:  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Высота делит гипотенузу в отношении 5:2 (из условия),

что даёт нам подобные т.о., то стороны прямоугольного

треугольника как  $\sqrt{14} : \sqrt{35} : 7$

вернёмся к координатному методу:

$A(0; \sqrt{14}t); C(0;0); B(\sqrt{35}t; 0)$ , где  $t > 0$ ,  $t$  — какое-то число

Тогда очевидно найдём координаты точки D

Пусть E имеет абсциссу  $a$ . Тогда (если  $E \in CD$ ), ордината равна  $a\sqrt{\frac{5}{2}}$

$AB \parallel EF \Rightarrow CF = BC \cdot \frac{CE}{CB} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow F$  имеет координаты  $(\frac{7}{2}a; 0)$

Центр окружности  $O$  лежит

где-то на  $y = \sqrt{14}t$  (если окружность  $AO \perp AC$ )

$\rho(A; D) = \rho(E; O) = \rho(F; O)$ , так это с.п. пер. к  $AE$ ; с.п. пер. к  $EF$  и

$y = \sqrt{14}t$  должны пересекаться в одной точке

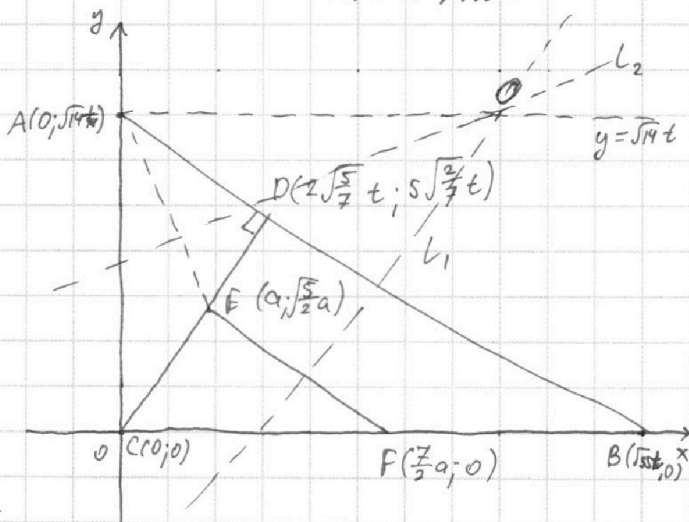
Пусть с.п. пер. к  $EF$  —  $L_1$ . Тогда  $L_1 \perp EF$  и  $\rho(L_1; E) = \rho(L_1; F)$ ,

$L_1$  задаётся как:  $y = \sqrt{\frac{5}{2}}x - \frac{7\sqrt{5}a}{4\sqrt{2}}$

Аналогично найдём  $L_2$ , с.п. пер. к  $AE$ :  $y = \frac{ax}{\sqrt{14}t - \sqrt{5}a} + \frac{\frac{3}{2}a^2 - 14t^2}{2\sqrt{14}t - \sqrt{10}a}$

$(y = \sqrt{14}t) \cap L_1 = (2\sqrt{\frac{7}{5}}t + \frac{7}{4}a; \sqrt{14}t)$

Эта точка должна принадлежать  $L_2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Отсюда: 
$$\sqrt{14}t = \frac{a(2\sqrt{\frac{7}{5}}t + \frac{7}{4}a)}{\sqrt{14}t - \sqrt{\frac{5}{3}}a} + \frac{\frac{3}{2}a^2 - 14t^2}{2\sqrt{14}t - \sqrt{10}a}$$

Отсюда  $a =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

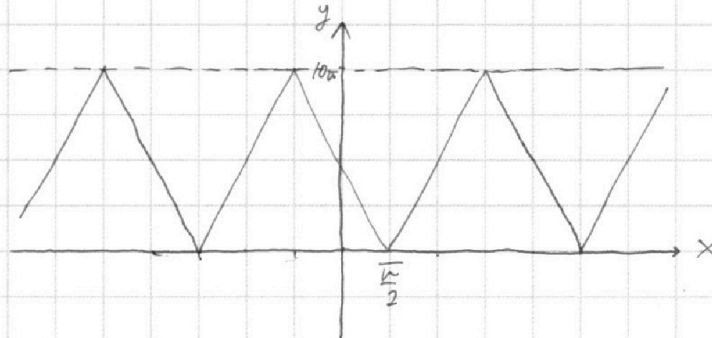


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим графики  $y = 10 \arccos(\cos(\sin x))$  и  $y = 9\pi - 2x$

$y = 10 \arccos(\cos(\sin x))$ , внешне очевидно, имеет график такого вида:



Поняв, рассмотрим на  $f(x) = 9\pi - 2x$ . Она убывает

$f(-\frac{\pi}{2}) = 10\pi$ , а значит при  $x \in (-\omega; \frac{\pi}{2})$  решений нет

$f(4,5\pi) = 0$ , а значит при  $x \in (4,5\pi; +\omega)$  решений нет

Рассмотрим пересечения со всеми фрагментами  $10 \arccos(\cos(\sin x))$

между  $-\frac{\pi}{2}$  и  $\frac{9\pi}{2}$ . Каждый фрагмент имеет угловой коэффициент

10 или -10, а значит пересекаться  $9\pi - 2x$  с фрагментами может

либо единоразово. Пересекаться с фрагментами  $[-\frac{\pi}{2}; 0]$  и  $[3,5\pi; 4,5\pi]$

или уже ранее рассмотрим  $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$ ,  $[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$ ,  $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$

Первый фрагмент - часть прямой  $y = 10x - 5\pi$ .

$(y = 10x - 5\pi) \cap (y = 9\pi - 2x) = (\frac{7\pi}{6}; \frac{20\pi}{3})$ , это лежит на фрагменте

Второй - часть прямой  $y = 25\pi - 10x$  фрагментно  
 $(y = 25\pi - 10x) \cap (y = 9\pi - 2x) = (2\pi; 5\pi)$ , это лежит на фрагменте

Третий - часть  $y = 10x - 25\pi$

$(y = 10x - 25\pi) \cap (y = 9\pi - 2x) = (\frac{17\pi}{6}; \frac{10\pi}{3})$ , это лежит на фрагменте

Ответ:  $\{-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Удобства ради будем считать на происходящее в системе  $YOX$ .

Решения  $(x^2+y^2-5^2)(x^2+(y+9)^2-2^2)=0$ , очевидно, лежат на совокупности окружностей  $\omega_1((0;0);5)$  и  $\omega_2((-9;0);2)$ .

$5x+6ay-b=0$  задают прямую  $x=-\frac{6a}{5}y+\frac{b}{5}$ .

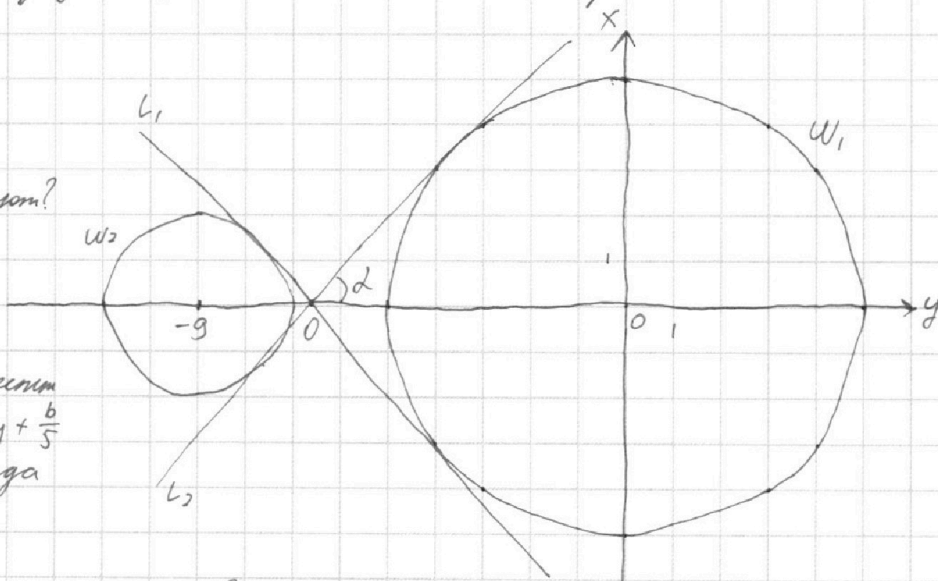
Чтобы система имела 4 решения, прямая должна пересекать  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в двух точках каждая.

Построим пару общих касательных <sup>окружностям</sup> к  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Касательные назовём  $l_1$  и  $l_2$ .  
 $l_1 \perp l_2 = 0$

Что от нас дают?

Поскольку мы свободны менять  $b$ , мы можем переместить прямую  $x=-\frac{6a}{5}y+\frac{b}{5}$  параллельно куда угодно.



Переместим так, чтобы она проходила через  $O$ .

Если  $|\frac{6a}{5}|$  больше углового коэффициента  $l_1$ , то решений  $\chi$  не будет.

Действительно: сдвинем прямую в одну сторону - никогда не пересечём, в обратную сторону - никогда не пересечём  $\omega_2$ .

Зная радиусы окружностей и расстояние между центрами, выведем

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

обычно находим  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{4\sqrt{2}}$ .

Определим, когда  $|\frac{50}{5}| < \frac{7}{4\sqrt{2}}$   $a \in (-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}})$

Ответ:  $(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Преобразуем до удобного нам вида данные в условии равенства

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{11} - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = \frac{-\frac{2}{3}}{\log_{11} x} - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - 5 \frac{1}{3} = 0, \log_{11} x \neq 0 \Leftrightarrow \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x = 5 \frac{1}{3}$$

$$\text{Аналогично } \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-\frac{1}{3}}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^5 0,5y + 5 \log_{11} 0,5y + 5 \frac{1}{3} = 0, \log_{11} 0,5y \neq 0 \Leftrightarrow \log_{11}^5 0,5y + 5 \log_{11} 0,5y = -5 \frac{1}{3}$$

Взглянем в свойства  $f(z) = z^5 + 5z$ :  
① она всегда возрастает  
② она ~~возрастает~~ не имеет

Тогда  $f(z) = 5 \frac{1}{3}$  и  $f(z) = -5 \frac{1}{3}$  имеют по <sup>одному</sup> корню, причем эти корни противоположны

$$\text{Тогда } \begin{cases} f(\log_{11} x) = 5 \frac{1}{3} \\ f(\log_{11} 0,5y) = -5 \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \log_{11} x + \log_{11} 0,5y = 0 \Rightarrow 0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим прямые вида  $6x + y = t$ ,  $t \in \mathbb{Z}$

Первое, что можно заметить - прямые такого вида параллельны сторонам  $PQ$  и  $QR$  параллелограмма  $PQRO$ .

Но если если у прямой такого вида есть ~~любая~~ точки на границе параллелограмма, то множество таких точек - отрезок, параллельный и равный  $PO$  с концами на  $PQ$  и  $RO$ .

Посмотрим на точки с целыми координатами, таких отрезков: вполне очевидно, они идут с шагом 6 по  $y$  ~~и по  $x$~~ , а поскольку концы отрезка имеют  $y = 0$  и  $90$ , целых точек на таком отрезке 15 или 16: 16 если есть по точке на концах и 15 во всех иных случаях. Но точки на концах, очевидно, есть, если  $t : 6$  для прямой  $6x + y = t$ , содержащей этот отрезок.

То есть  $6x + y = t$  содержит 16 целых точек в  $PQRO$ , если  $t : 6$  и содержит 15 целых точек в  $PQRO$  если  $t \not: 6$ . (Всё верно только для  $t \in \mathbb{Z}; t \in [0; 102]$  ибо иначе прямая и  $PQRO$  не пересекаются)

Пойми теперь, что все пары  $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$  такие, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$   
лежат на  $\vee$  ~~какая-то~~  $6x + y = t_1 - 48$  и  $6x + y = t_1$ , соответственно, где  $t_1 \in \mathbb{Z}$   
 $t_1 \in [48; 102]$

Посчитаем количество пар точек  $(A; B)$ , ~~для~~ ~~каждой~~ ~~пары~~ ~~прямых~~  $6x + y = t_1 - 48$  и  $6x + y = t_1$ , соответственно для каждого ~~значения~~  $t_1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку  $t_1 - 48 \equiv t_1 \pmod{6}$ , на первом этаже  $15^2$  г/д  $t_1 \pmod{6}$  и  $16^2$  г/д  $t_1 \pmod{6}$

Среди допустимых  $t_1$  у нас 10 вариантов  $t_1 \pmod{6}$  и 55  $t_1 \pmod{6}$ .

Значит ответ:  $10 \cdot 16^2 + 55 \cdot 15^2 = 2560 + 12375 = 14935$

Ответ: 14935



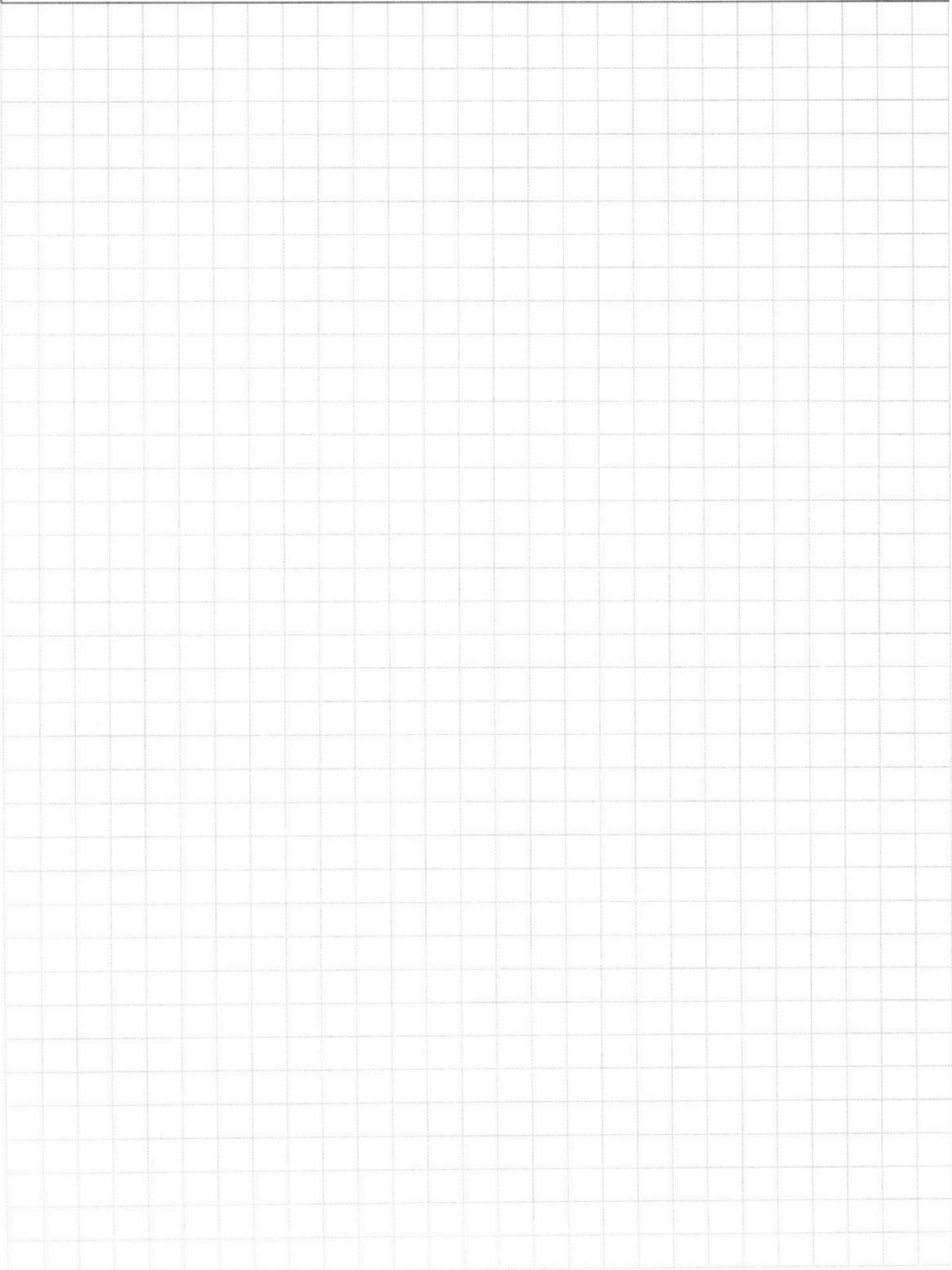
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

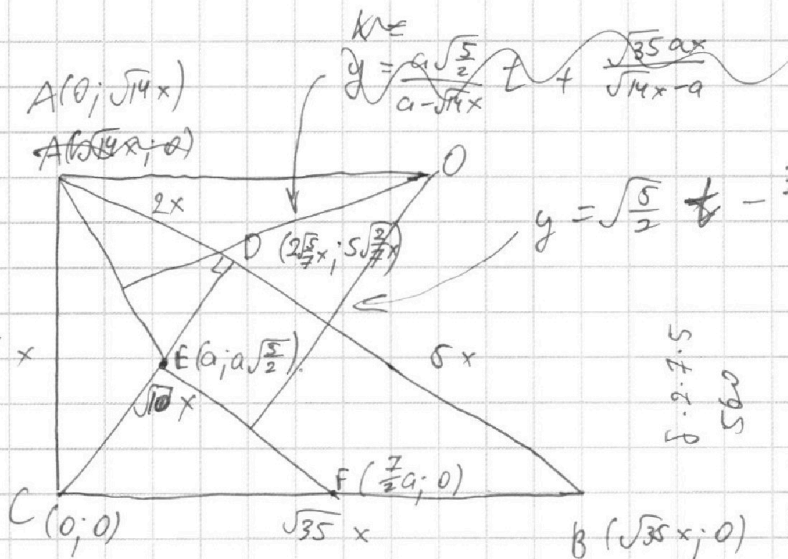


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

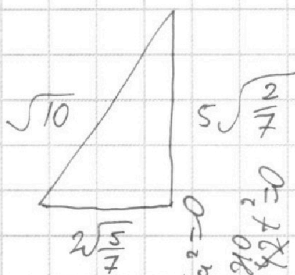


$$2(\sqrt{14}t)(\sqrt{14}t - \sqrt{\frac{5}{2}}a) = 2a(2\sqrt{\frac{7}{2}}t + \frac{7}{4}a) + \frac{3}{2}a^2 - 14t^2$$

$$28t^2 - \sqrt{140}at = 4\sqrt{\frac{7}{2}}at + \frac{7}{2}a^2 + \frac{3}{2}a^2 - 14t^2$$



$$\sqrt{35} \cdot \frac{a}{\sqrt{14}} = a \sqrt{\frac{35 \cdot 7}{20}} = a \sqrt{\frac{5 \cdot 7^2}{5 \cdot 2^2}} = a \frac{7}{2}$$



$$10 - \frac{50}{7} = \frac{20}{7} = \frac{2^2(5\sqrt{100} + 4\sqrt{35})^2 \cdot 100 \cdot 210t^2}{7} - \sqrt{10} \cdot \frac{5}{\sqrt{35}} = \frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{35}} = \sqrt{\frac{250}{35}} = \sqrt{\frac{50}{7}} = 5\sqrt{\frac{12}{7}}$$

$$y = \sqrt{\frac{5}{2}}x - d$$

$$0 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{7a}{2} - d$$

$$d = \frac{7\sqrt{5}a}{4\sqrt{2}}$$

$$42t^2 - \sqrt{140}at - 4\sqrt{\frac{7}{2}}at + 5a^2 = 0$$

$$25a^2 - a(t(5\sqrt{140} + 4\sqrt{\frac{35}}{2}})) + 42t^2 = 0$$

$$10 - \frac{50}{7} = \frac{20}{7}$$

$$y = kx + b$$

$$0 = k\sqrt{14}x + b$$

$$a\sqrt{\frac{5}{2}} = ka + b$$

$$b = -k\sqrt{14}x = \frac{\sqrt{14}x a \sqrt{\frac{5}{2}}}{\sqrt{14}x - a} = \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x - a}$$

$$a\sqrt{\frac{5}{2}} = k(a - \sqrt{14}x)$$

$$k = \frac{a\sqrt{\frac{5}{2}}}{a - \sqrt{14}x} \quad b = \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x - a}$$

$$b \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 = 560$$

$$35 \cdot 4 \cdot 35 = 4900$$

$$t^2(25 \cdot 140 + 40 \cdot 70 + 16 \cdot 35 - 100 \cdot 210)$$

$$t^2(3500 + 2800 + 560 - 21000)$$

$$k \neq \frac{y}{x} = \frac{a\sqrt{\frac{5}{2}}t + \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x - a}}{a - \sqrt{14}x}$$

$$y = \sqrt{\frac{5}{2}}x - \frac{7\sqrt{5}a}{4\sqrt{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

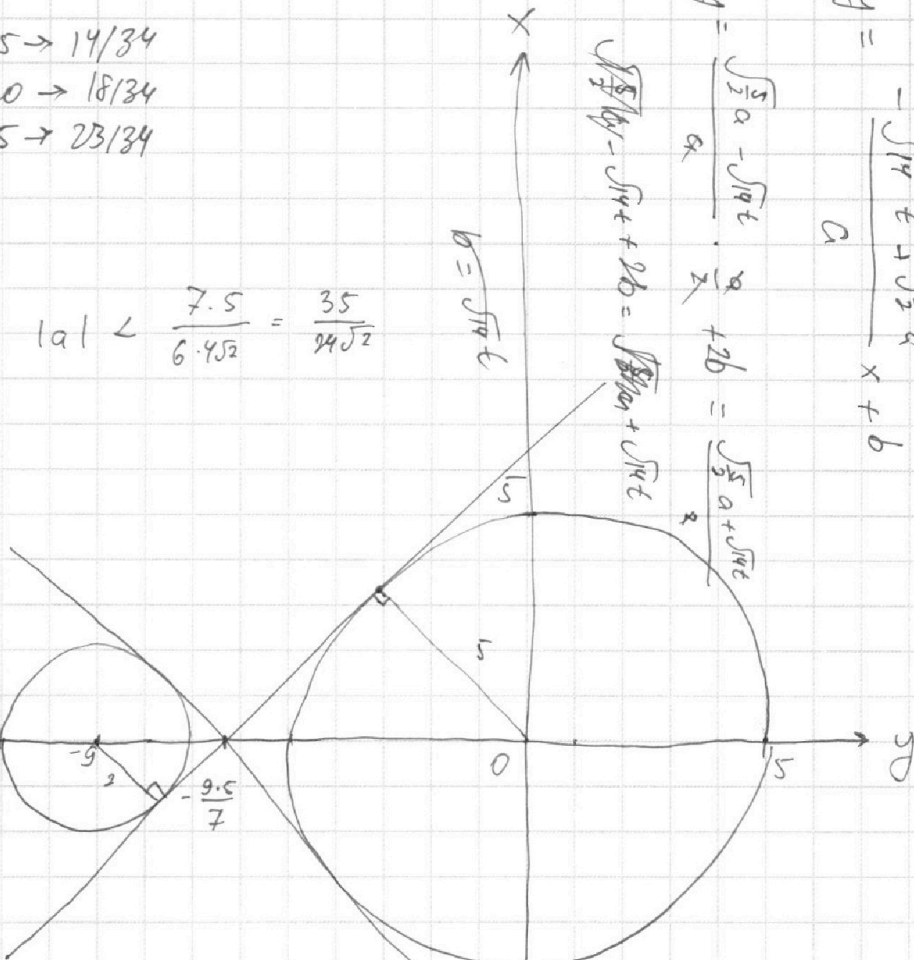
0:45 → 14/34

1:00 → 18/34

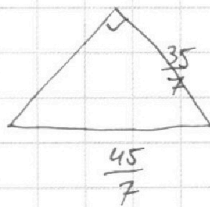
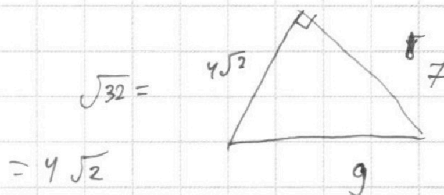
1:15 → 23/34

$$|a| \leftarrow \frac{7.5}{6 \cdot 4\sqrt{2}} = \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{9 \cdot \frac{9}{2}}{\sqrt{14t - \sqrt{5}a} + b} = \frac{\sqrt{5}a + \sqrt{14t}}{2}$$



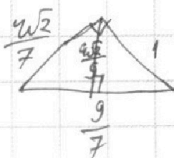
$$\frac{7}{4\sqrt{2}}$$



$$\sqrt{81 - 49} = 32$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2 - \left(\frac{1}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{49} - \frac{1}{81}} = \sqrt{\frac{32}{(7 \cdot 9)^2}} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{9} \cdot \frac{1}{\frac{9}{7}} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$



$$\frac{81}{49} - 1 = \frac{81 - 49}{49} = \frac{32}{49} = \frac{4}{7} \sqrt{2}$$

$$b = \frac{\frac{5}{2}a^2 - (14t^2 - a^2)}{2\sqrt{14t} - \sqrt{10}a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



0A

$$\sqrt{14}x = \frac{a\sqrt{5}}{a-\sqrt{14}x}t + \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x-9}$$

$$xa\sqrt{14} - 14x^2 = at\sqrt{5} - \sqrt{35}ax$$

$$b\frac{5}{9a} - \frac{5}{9} = \frac{5}{9a - 9} = x$$

$$t(3t^2 + 15) = 16$$

$$6t^5 + 25t =$$

$$3t^5 + 15t - 16 = 0$$

$$t = \log_{11} x$$

$$3t^5 + 15t + 16 = 20$$

$$t = \log_{11} 5t$$

$$\log_{11} x = -\log_{11} 9.5t$$

$$\log_{11} 0.5xy = 0$$

$$xy = 2$$

$$f(k) = 3k^5 + 15k$$

$$f'(k) = 15k^4 + 15 = (k^4 + 1)5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = \frac{2}{3} - 5$$

$$t^5 - 6 = -\frac{2}{3} - 5t$$

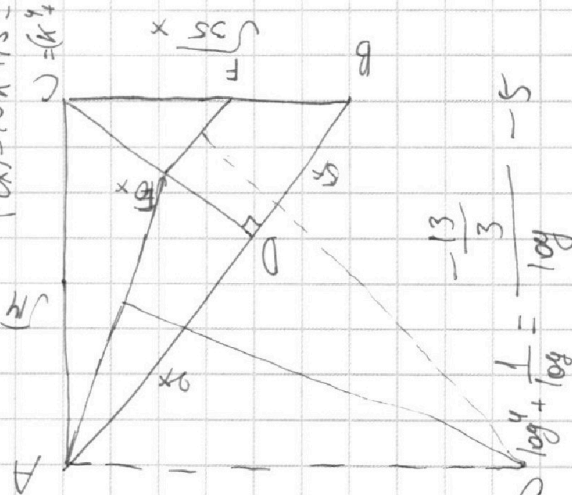
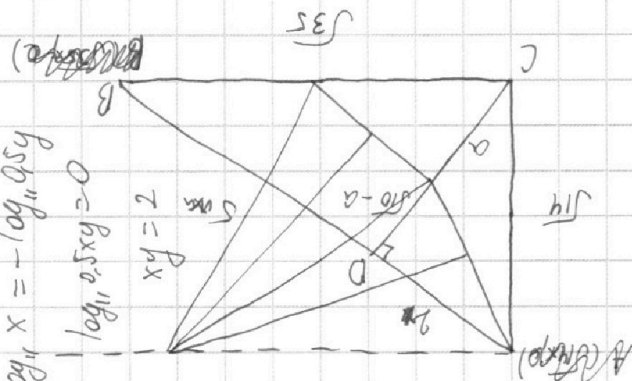
$$t^5 + 5t - 5\frac{1}{3} = 0$$

$$(\log_{11} x^3)^2 =$$

$$= -2 \log_{11}^3 x =$$

$$= -\frac{2}{3} \log_{11}^3 x$$

$$= -\frac{2}{3} \log_{11}^3 x$$



$$0 = 91 + \log_{11} 5 + 16 = 0$$

$$3 \log_{11} 5 + \log_{11} 5 =$$

$$\frac{13}{3}$$

$$\log_{11} \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - 5$$

$$\log_{11} \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$[48; 102]$   
6-8 6-12-17

$17-8+1=10$

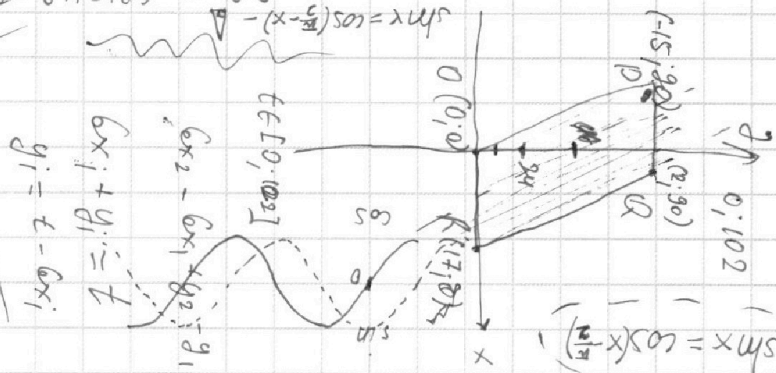
$102-48+1=103-48=55$

$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$

$bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$

$ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$

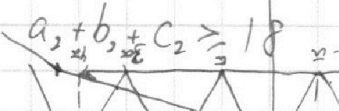
$a^2 b^3 c^2: 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$



$a_2 + b_2 \geq 6$

$b_2 + c_2 \geq 14$

$a_2 + c_2 \geq 16$



$a_5 + b_5 \geq 11$   
 $b_5 + c_5 \geq 13 \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 28$   
 $a_5 + c_5 \geq 28$

$a_3 + b_3 \geq 19$  (общее 13)

$b_3 + c_3 \geq 21 \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq 30$

$a_3 + c_3 \geq 25$

$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$

$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0$

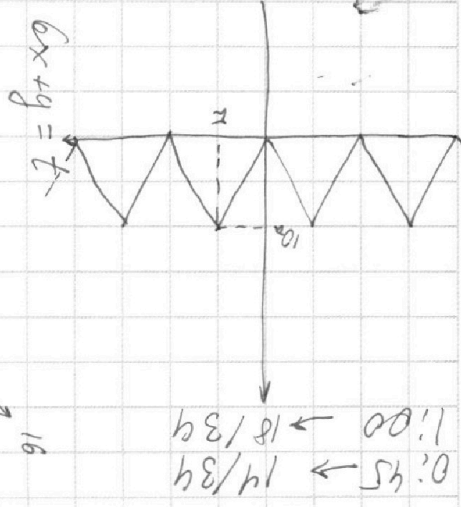
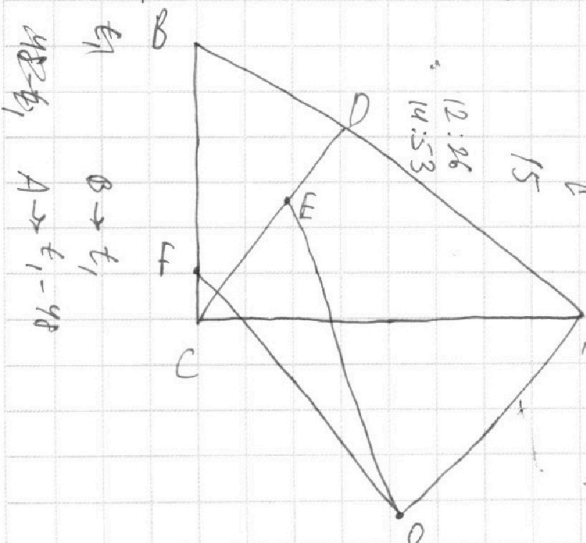
$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$

$\min(abc) = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$48=t$

$t_1 - 48 \in [0; 102]$  46 59

$t_1 \in [48; 102]$  60



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{14}x = \frac{a\sqrt{\frac{5}{2}}t}{a - \sqrt{14}x} + \frac{\sqrt{35}ax}{\sqrt{14}x - a}$$

$$\sqrt{14}ax = \sqrt{\frac{5}{2}}at - \sqrt{35}ax - 14x^2$$

$$ax(\sqrt{14} + \sqrt{35}) - 14x^2 = \sqrt{\frac{5}{2}}at$$

$$\sqrt{7}ax(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 14x^2 = \sqrt{\frac{5}{2}}at$$

$$t = \frac{\sqrt{7}ax(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 14x^2}{\sqrt{\frac{5}{2}}a} = \frac{\sqrt{\frac{14}{5}}x(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 14\sqrt{\frac{2}{5}}\frac{x^2}{a}}{\sqrt{\frac{5}{2}}a}$$

$$t = 2\sqrt{\frac{7}{5}}x + \frac{7}{4}a$$

$$2\sqrt{\frac{7}{5}}x + \frac{7}{4}a =$$

$$\sqrt{14}x = \sqrt{\frac{5}{2}}t - \frac{7\sqrt{5}a}{4\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{14}x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} = t - \frac{7}{4}a$$

$$\sqrt{\frac{28}{5}}x + \frac{7}{4}a = t$$

$$2\sqrt{\frac{7}{5}}x + \frac{7}{4}a = t$$

$$16^2 = 256$$

$$25600 +$$

$$\begin{array}{r} 1125 \\ \times 225 \\ \hline 2250 \\ 22500 \\ 112500 \\ \hline 251250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11250 \\ + 2375 \\ \hline 14625 \\ + 14935 \\ \hline 29560 \\ + 1125 \\ \hline 30685 \end{array}$$

$$96:91$$

$$9.5:41$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$25a - 10x = 9a - 2x$$

$$16a = 8x$$

$$x = 2a$$

$$10x - 25a = 9a - 2x$$

$$12x = 34a$$

$$x = \frac{17a}{6}$$

$$9a - \frac{17a}{3}$$

$$\frac{27a}{3} - \frac{17a}{3} = \frac{10a}{3}$$

3

$$0 = (25a - 10x) +$$

$g =$

$$10x - 5a = 9x - 2a$$

$$x = 3a$$

$$10x - 5a = 9x - 2a$$

$$12x = 14a$$

$$x = \frac{7a}{6} = 1,16a$$

$$\frac{70}{6} - 5 = \frac{70 - 30}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

