

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Шайба массой $m=0,2$ кг движется поступательно по гладкой горизонтальной плоскости. Скорость шайбы изменяется со временем по закону $\vec{V}(t) = \vec{V}_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)$, здесь $\vec{V}_0$ – вектор начальной скорости, модуль начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, постоянная $T = 2$ с.

1. Найдите путь S , пройденный шайбой за время от $t=0$ до $t=4T$.

2. Найдите модуль F горизонтальной силы, действующей на шайбу.

3. Найдите работу A силы F за время от $t=0$ до $t=T$.

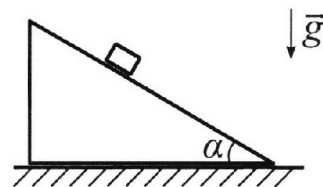
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Через $T = 4$ с мяч падает на площадку. Известно, что отношение максимальной и минимальной скоростей мяча в процессе полета $\frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = n = 2$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1. Найдите максимальную высоту H полета.

2. Найдите горизонтальную дальность S полета.

3. Найдите радиус R кривизны начального участка траектории.

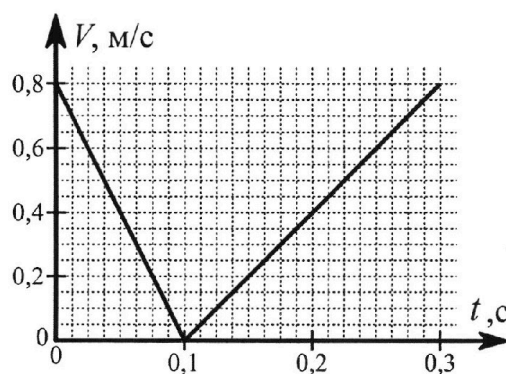
3. На шероховатой горизонтальной плоскости стоит клин. Шайбу кладут на шероховатую наклонную плоскость клина и сообщают шайбе начальную скорость. Шайба движется по покоящемуся клину. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Поступательное движение шайбы до и после остановки происходит по одной и той же прямой. Масса шайбы $m = 0,2$ кг, масса клина $2m$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость клина образует с горизонтом.

2. Найдите модуль $F_{тр}$ наибольшей силы трения, с которой горизонтальная плоскость действует на клин в процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,3$ с.

3. При каких значениях коэффициента μ трения скольжения клина по горизонтальной плоскости клин будет находиться в покое при $0 < t < 0,3$ с?





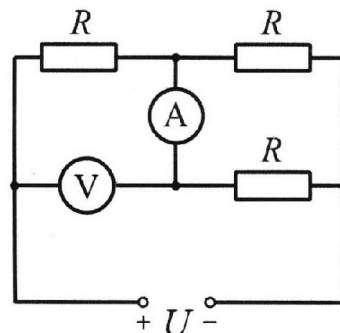
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. В электрической цепи (см. схему на рис.) сопротивления трех резисторов одинаковы и равны $R = 100$ Ом. Цепь подключена к источнику постоянного напряжения $U = 30$ В. Сопротивление амперметра пренебрежимо мало по сравнению с R , сопротивление вольтметра очень велико по сравнению с R .



1 Найдите силу I тока, текущего через источник.

2 Найдите показание U_V вольтметра.

3 Какая мощность P рассеивается в цепи?

5. В калориметр, содержащий воду при температуре $t_1 = 10$ °С, помещают лед. Масса льда равна массе воды. После установления теплового равновесия отношение массы льда к массе воды $n = 9/7$.

1. Найдите долю δ массы воды, превратившейся в лед.

2. Найдите начальную температуру t_2 льда.

В теплообмене участвуют только лед и вода. Удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,36 \cdot 10^5$ Дж/кг, температура плавления льда $t_0 = 0$ °С.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из условия $\vec{V}(t) = \vec{V}_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)$. Этот закон можно переписать в виде:

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 - \frac{\vec{V}_0}{T} \cdot t; \quad (1)$$

поскольку величины $\vec{V}_0$ и T — константы, то можно утверждать, что из полученной записи следует, что скорость тела $\vec{V}$ линейно (линейное t в первой степени) уменьшается (знак минус перед слагаемым $\frac{\vec{V}_0}{T} \cdot t$) до момента времени, пока $\vec{V}$ не обратится в $\vec{0}$. Вычисления шайбы до этого момента можно считать равнозамедленной по определению. При этом на весь интервал времени, когда шайба движется, её движение можно считать равнопеременным по определению ($\vec{V}$ линейно уменьшается с течением времени).

Верен закон равнопеременного движения:

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \vec{a}t, \text{ где } \vec{a} = \text{const} - \text{ускорение шайбы} \\ \text{(вектор ускорения)}$$

Требуя соответствия между двумя полученными законами для $\vec{V}$, можно утверждать, что



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\vec{a} = -\frac{\vec{V}_0}{T}$, то есть $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{V}_0$. Поскольку $\vec{a} = \text{const}$, то до момента остановки, т.е. $\vec{V} \uparrow \uparrow \vec{V}_0$, то $\vec{V} \uparrow \downarrow \vec{a}$ — равнозамедленное движение, после остановки $\vec{V} \uparrow \downarrow \vec{V}_0$ (шайба скользит направлением движения), значит $\vec{V} \uparrow \uparrow \vec{a}$ — равноускоренное движение.

Из записи (1) найду момент остановки, то есть t такое, что $\vec{V}(t) = 0$:

$$0 = \vec{V}_0 - \frac{\vec{V}_0}{T} \cdot t$$

$$1 = \frac{t}{T}$$

$$t = T$$

Значит в промежуток времени $[0; T)$ шайба двигалась равнозамедленно, а при $t \in [T; +\infty)$ — равноускоренно. Поскольку на каждом из этих интервалов времени шайба не скользит направлением движения, то пройденный путь равен модулю перемещения тела S . Верен закон равнопеременного движения:

$$S = v_0 t \pm \frac{a t^2}{2}, \text{ где } v_0 - \text{начальная скорость тела,}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a — модуль его ускорения, знак $\pm$ определяется как $+$, если движение равноускоренное, $-$ — если равнозамедленное, $\pm$ — время движения.

Пусть на интервале времени $[0; T)$ машина проехала путь S_1 , её перемещение равно S_1 , а на интервале времени $[T; 4T]$ путь равен S_2 , перемещение равно S_2 . Поскольку $|\vec{a}| = \text{const} = a$, на первом интервале $v_0 = V_0$, а на втором $v_0 = 0$, при этом при $t \in [0; T)$ дв-е равнозамедленное, а при $t \in [T; 4T]$ — равноускоренное, то верны равенства:

$$S_1 = S_1 = V_0 \tau_1 - \frac{a \tau_1^2}{2}, \text{ где } \tau_1 - \text{время движения при } t \in [0; T)$$

$$S_2 = S_2 = 0 \cdot \tau_2 + \frac{a \tau_2^2}{2} = \frac{a \tau_2^2}{2}, \text{ где } \tau_2 - \text{время дв-е при } t \in [T; 4T].$$

Поскольку $\tau_1 = T - 0 = T$; $\tau_2 = 4T - T = 3T$, и при этом $\vec{a} = -\frac{\vec{V}_0}{T}$, то есть $a = \frac{V_0}{T}$, то с учетом

подстановки получаем:

$$S_1 = V_0 T - \frac{\frac{V_0}{T} \cdot T^2}{2} = \frac{V_0 T}{2},$$

$$S_2 = \frac{\frac{V_0}{T} \cdot (3T)^2}{2} = \frac{9V_0 T}{2}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть, пройденной телом на интервале $[0; 4T]$ можно найти как сумму путей на интервалах $[0; T]$ и $[T; 4T]$:

$S = S_1 + S_2$; с учётом подстановки:

$$S = \frac{V_0 T}{2} + \frac{g V_0 T}{2} = 5 V_0 T.$$

$$S = 5 \cdot 4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2 \text{с} = 40 \text{ м}.$$

2. Поскольку в данной задаче разусерации шайбы можно пренебречь, и при этом на шайбу по условию действует единственная сила $\vec{F}$, то для неё верен второй закон Ньютона:

$$\vec{F} = m \vec{a}.$$

Поскольку из п.1 $\vec{a} = -\frac{\vec{V}_0}{T}$, то $\vec{F}$ равно:

$$\vec{F} = -\frac{m \vec{V}_0}{T} \quad (2)$$

Модуль силы F можно тогда найти как:

$$F = \frac{m V_0}{T}.$$

$$F = \frac{0,2 \text{ кг} \cdot 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \text{ с}} = 0,4 \text{ Н}.$$

3. Из записи (2) (см. п.2) следует, что $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{V}_0$. На интервале времени $[0; T]$ движение шайбы



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

можно считать равнозамедленным, значит $\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{v}_0$; тогда $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{v}$. В данном интервале направленные движения тела не прекращаются, поэтому $\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{z}$, где $\vec{z}$ - вектор перемещения тела. Отсюда следует, что $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{z}$, то есть на заданном интервале времени работа силы F отрицательна и равна:

$$A = -F \cdot S_1$$

Подставим значение F из п.2 и S_1 из п.1, получая:

$$A = -\frac{mV_0}{T} \cdot \frac{V_0 T}{2} = -\frac{mV_0^2}{2}$$

$$A = -\frac{0,2 \text{ кг} \cdot (4 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2}{2} = -1,6 \text{ Дж}$$

Ответ: 1. $S = 40 \text{ м}$;

2. $F = 0,4 \text{ Н}$;

3. $A = -1,6 \text{ Дж}$.



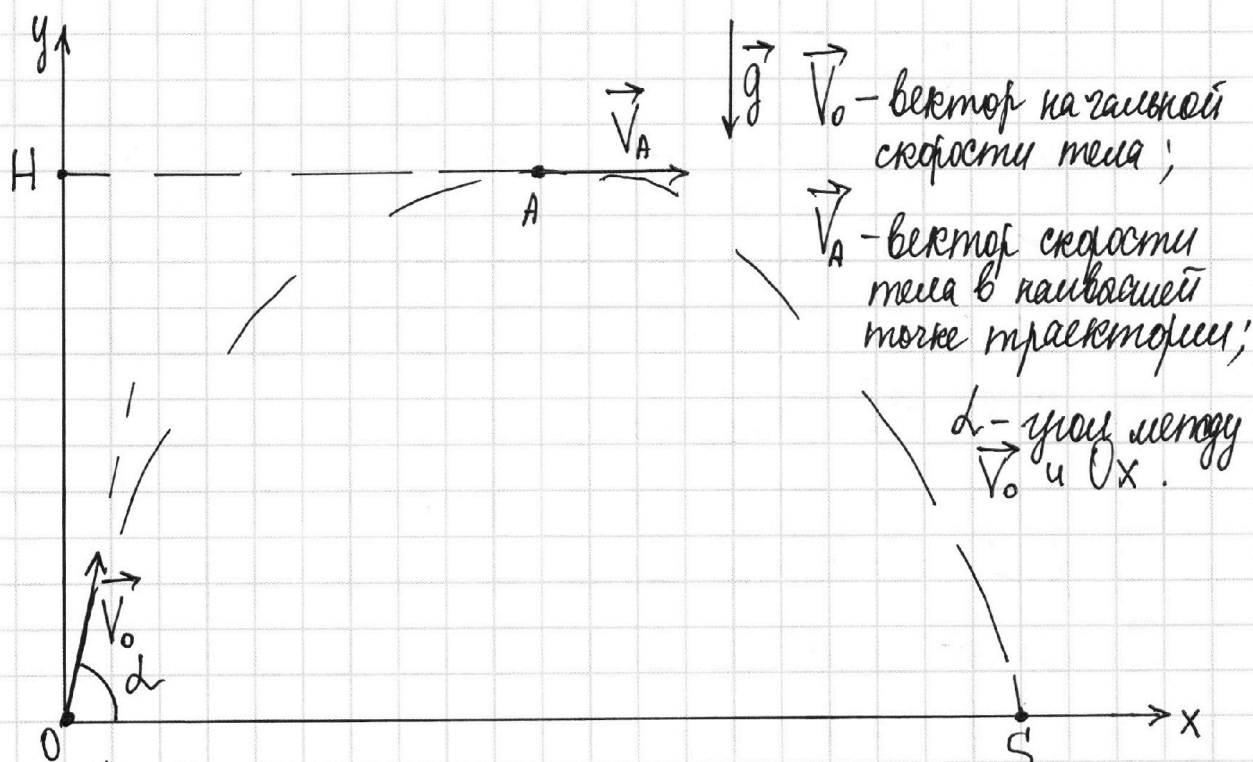
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Введу привнесённую систему координат xOy , где ось Oy — вертикальная, Ox — горизонтальная. В данной системе отсчёта, масса тела, в которой будет двигаться точка, в которой имелось в начальной момент времени, траектория движения тела будет выглядеть так:



В проекциях на данные оси координат запишу закон движения тела:

1. $\begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}$ — начальные скорость тела в проекциях на оси Ox и Oy .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{cases} V_x = V_{0x} + \frac{g_x t^2}{2} \\ V_y = V_{0y} + \frac{g_y t^2}{2} \end{cases}$$

— (с учетом того, что $\vec{g} = \text{const}$)
закон движения тела $\vec{V} = \vec{V}(t)$
в проекциях на оси Ox и Oy
в общем виде

$$3. \begin{cases} g_x = \text{const} = 0 \\ g_y = \text{const} = -g \end{cases}$$

— проекции $\vec{g}$ на оси Ox и Oy

$$4. \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = V_0 \sin \alpha - gt \end{cases}$$

— закон движения $\vec{V} = \vec{V}(t)$ в проек-
циях на оси Ox и Oy где
нашлось значение

$$5. \begin{cases} x = x_0 + V_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2} \\ y = y_0 + V_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2} \end{cases}$$

— закон движения тела $x = x(t)$
и $y = y(t)$ в общем виде

$$6. \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

— начальные координаты

$$7. \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

— закон движения тела $x = x(t)$
и $y = y(t)$ где нашлось значение

В любой точке траектории скорость тела $\vec{V}$ направлена по касательной к этой траектории.

Заметим, что $V_x = \text{const}$, а V_y линейно уменьшается со временем. В любой момент времени модуль скорости тела V можно найти как:
 $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$.

Поскольку $V_x = \text{const}$, то V максимально



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при V_y^2 максимальном, и минимально
при минимально при максимальном V_y^2 .

Поскольку $\vec{g} \parallel Oy$ и $\vec{g} \perp Ox$, то при движении
шара вверх часть его кинетической энергии, бу-
дет связанная с V_y , будет переходить в потен-
циальную энергию тела поднятого над землей,
и при $y=H$ полностью перейдет в потенциаль-
ную энергию. В этот момент $V_y=0$, так
как часть кинетической энергии, равной $\frac{mV_y^2}{2}=0$.

Значит в этот момент скорость шара
минимальна, так как $V_y \rightarrow \min$, и равна:

$$V = \sqrt{V_x^2 + 0} = |V_x| = V_x.$$

Соответственно, в момент начала и конца
полёта, когда все энергии есть кинетическая
энергия движения ($y=0$, значит потенциальная
энергия равна 0), шар обладает максимальной
скоростью, которая с учетом введенных обозна-
чений и отсутствия потерь энергии, равна V_0 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получаю, что $V_{MAX} = V_0$; $V_{MIN} = V_x = V_0 \cos \alpha$.

Из условия:

$$\frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = n ;$$

$$\frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \frac{V_0}{V_0 \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}, \text{ откуда:}$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} = n$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{n}.$$

Как было сказано ранее, при $y = H$: $V_y = 0$.

Получаю из закона движения, что:

$$\begin{cases} V_y = V_0 \sin \alpha - g t_1 \\ V_y = 0 \end{cases} \Rightarrow V_0 \sin \alpha - g t_1 = 0$$

$$t_1 = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} - \text{время подъёма шара до наивысшей точки.}$$

При $y = H$: $t = t_1$ закон движения $y = y(t)$ переписывается так:

$$H = V_0 \sin \alpha t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$$

Подставив $t_1 = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$, то после преобразования получаю:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$H = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{V_0 \sin \alpha}{g} - g \cdot \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Из основного тригонометрического тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

П.к. $\cos \alpha = \frac{1}{n}$, то получаем:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n^2 - 1}{n^2}$$

Значит H можно найти как:

$$H = \frac{V_0^2 \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2}}{2g} = \frac{V_0^2 (n^2 - 1)}{2n^2 g}$$

Но условием через $t = T$ после кагана полёта шара падает на землю, т.е. T — время полёта шара. Поскольку в этот момент $y = 0$, то можно найти из закона $y = y(t)$ начальную скорость шара V_0 :

$$0 = V_0 \sin \alpha T - \frac{gT^2}{2}$$

$$V_0 = \frac{gT}{2 \sin \alpha}, \text{ или с учетом } \sin \alpha = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{n^2}};$$

$$V_0 = \frac{gTn}{2\sqrt{n^2 - 1}}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Насчитая формулу для вычисления H :

$$H = \frac{\frac{g^2 T^2 n^2}{4(n^2 - 1)} \cdot n^2 - 1}{2n^2 g} = \frac{g T^2}{8}$$

$$H = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (4\text{с})^2}{8} = 25 \text{ м}$$

2. В момент удара меча о землю $t = T$; $x = S$ из условия задачи.

Зная для этого момента времени из закона $x = x(t)$ верно равенство:

$$S = V_0 \cos \alpha T$$

Учтем известные формулы для V_0 и $\cos \alpha$ из п.1, получим S :

$$S = \frac{g T n}{2\sqrt{n^2 - 1}} \cdot \frac{1}{n} \cdot T = \frac{g T^2}{2\sqrt{n^2 - 1}}$$

$$S = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (4\text{с})^2}{2\sqrt{2^2 - 1}} = \frac{160 \text{ м}}{2\sqrt{3}} = \frac{80\sqrt{3}}{3} \text{ м.}$$

3. В любой момент времени нормальное ускорение меча a_n можно найти как:

$$a_n = \frac{V^2}{R}, \text{ откуда } R = \frac{V^2}{a_n}.$$

Мечу во время всего полёта сообщено такое же ускорение свободного падения, поскольку от-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

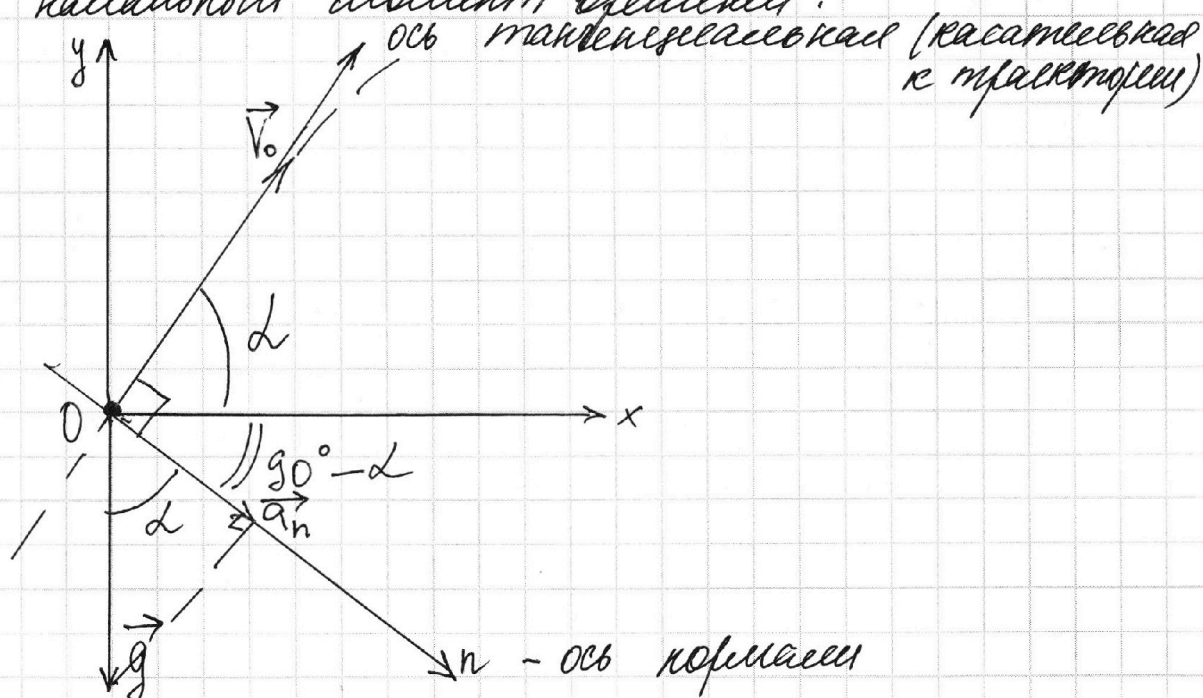
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

существуют все силы трения и вращательные, кроме сил тяжести. Знаем a_n — центростремительное ускорение $\vec{g}$ — вектор $\vec{g}$ на ось нормали к траектории движения тела.

Нужно найти траекторию тела в начальный момент времени:



Из геометрии рисунка $a_n = g \cos \alpha$.

Поскольку в начальный момент времени $V = V_0$, то радиус кривизны в этот момент можно найти как:

$$R = \frac{V_0^2}{g \cos \alpha}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
8 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

С учетом $V_0 = \frac{gTn}{2\sqrt{n^2-1}}$ и $\cos\alpha = \frac{1}{n}$, получаем:

$$R = \frac{\frac{g^2 T^2 n^2}{4(n^2-1)}}{g \cdot \frac{1}{n}} = \frac{g T^2 n^3}{4(n^2-1)}$$

$$R = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (4\text{с})^2 \cdot 2^3}{4(2^2-1)} = \frac{320 \text{ м}}{3} = \frac{320}{3} \text{ м}$$

Ответ: 1. $H = 20 \text{ м}$;

2. $S = \frac{80\sqrt{3}}{3} \text{ м}$;

3. $R = \frac{320}{3} \text{ м}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Остановка шайбы масса произойдет тем-
ко в том случае, если её начальная скорость
была направлена вверх по клину; тогда
действия сил тяжести и силы трения
будут препятствовать движению и остано-
вит шайбу. Значит движение шайбы разби-
вается на два этапа - 1. движение вверх по
клину и 2. движение вниз по клину. В каж-
дом из этих случаев ускорение шайбы бу-
дет стремиться, согласно графика, разогнать
шайбу вниз по клину, то есть из гра-
фика на первом этапе движение будет равноз-
мерным ($\vec{V} \uparrow \vec{a}_1$), на втором - равноуско-
ренным по направлению ($\vec{V} \uparrow \vec{a}_2$), поскольку
на первом этапе $V \downarrow$, на втором $V \uparrow$; здесь
 V - скорость шайбы в данный момент времени,
 a_1 - ускорение шайбы на первом этапе, a_2 - на
втором.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 7

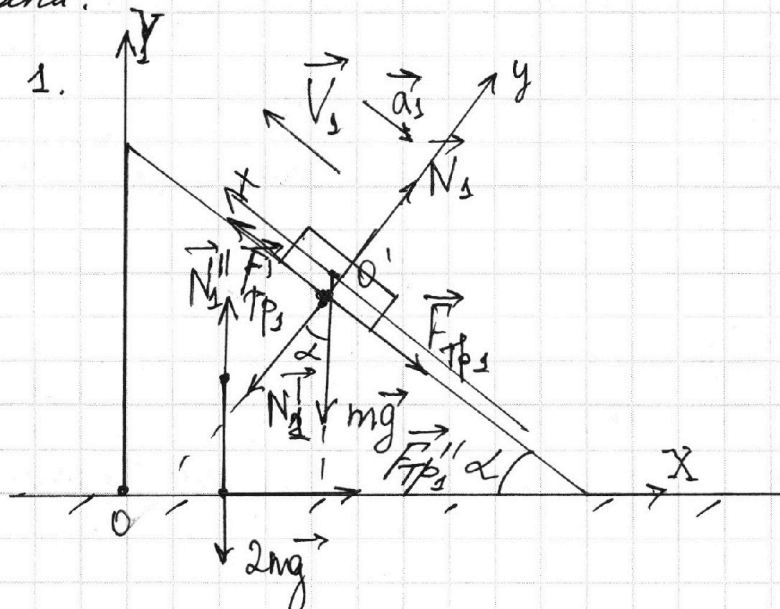
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрю по отдельности каждую сторону.

Для этого буду использовать обозначения:

- N_1 и N_2 - нормальные силы реакции со стороны ^{книжки}
 - N'_1 и N'_2 - нормальные силы реакции со стороны ^{книжки}
 - N''_1 и N''_2 - норм. силы реакции со стороны ^{книжки}
 - F_{TP1} и F_{TP2} - силы трения;
 - V_1 и V_2 - скорости шайбы,
- где индексы 1 и 2 соответствуют номеру

этапа.



Поскольку N'_1 направлена влево, то ей препятствует сила трения со стороны поверхности F_{TP1} , направленная вправо, поскольку книжка движется.

Запишу второй закон Ньютона для книжки и шайбы в проекциях на ось коор-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

гизмат OX и OY ; $O'x$ и $O'y$ соответственно:

Для колеса:

$$\vec{R}_1 = 2m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{R}_1 = \vec{0}$$

$$\vec{0} = 2m\vec{g} + \vec{N}_1' + \vec{N}_2'' + \vec{F}_{\text{тр}1}' + \vec{F}_{\text{тр}2}''$$

$$OX: 0 = F_{\text{тр}2}'' - N_1' \sin \alpha - F_{\text{тр}1}' \cos \alpha$$

$$OY: 0 = N_2'' - 2mg - N_1' \cos \alpha + F_{\text{тр}1}' \sin \alpha$$

$$F_{\text{тр}2}'' = N_1' \sin \alpha + F_{\text{тр}1}' \cos \alpha$$

$$N_2'' = 2mg + N_1' \cos \alpha - F_{\text{тр}1}' \sin \alpha$$

Для шайбы:

$$\vec{R}_1 = m\vec{a}_1$$

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр}1}$$

$$O'x: -ma_1 = -F_{\text{тр}1} - mg \cos \alpha$$

$$O'y: 0 = N_1 - mg \sin \alpha$$

$$ma_1 = F_{\text{тр}1} + mg \cos \alpha$$

$$N_1 = mg \sin \alpha$$

Здесь и далее $F_{\text{тр}}$ — сила трения, действующая со стороны шайбы на колесо.

Мы также учтем, что:

$$N_1 = N_1'; N_2 = N_2'' \text{ по третьему закону Ньютона}$$

$$F_{\text{тр}1} = \mu_0 N_1; F_{\text{тр}1}' = \mu_0 N_1' = \mu_0 N_1; F_{\text{тр}2}'' = \mu N_2'';$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu_0 N_2; F_{\text{тр}2}' = \mu_0 N_2' = \mu_0 N_2; F_{\text{тр}2}'' = \mu N_2'';$$

где μ_0 — коэффициент трения между шайбой и колесом.

С учетом этого получаем:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для куска

$$\begin{cases} \mu N_1'' = N_1 \sin \alpha + \mu_0 N_1 \cos \alpha & (I) \\ N_1'' = 2mg + N_1 \cos \alpha - \mu_0 N_1 \sin \alpha \end{cases}$$

Для шайбы

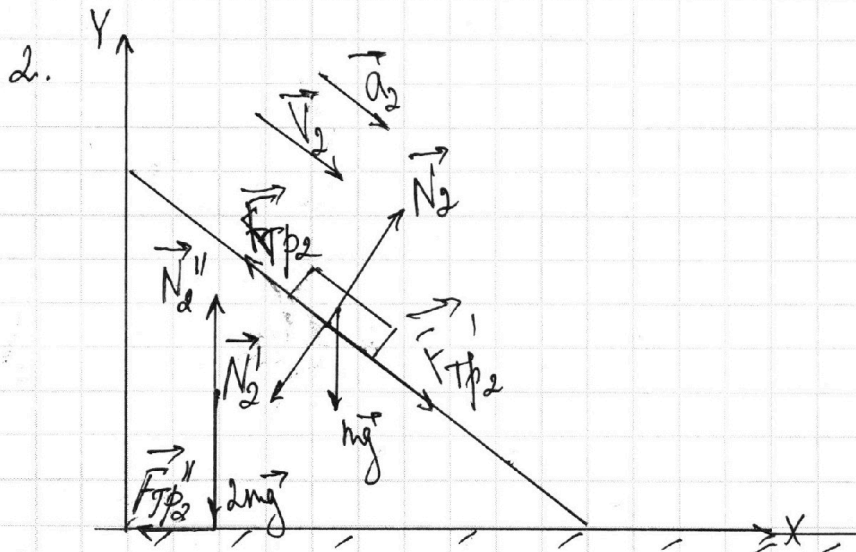
$$\begin{cases} ma_1 = \mu_0 N_1 + mg \cos \alpha \sin \alpha & (II) \\ N_1 = mg \sin \alpha \cos \alpha \\ ma_1 = (\mu_0 \sin \alpha + \cos \alpha) mg \\ a_1 = (\mu_0 \sin \alpha + \cos \alpha) g \end{cases}$$

$$\mu(2mg + N_1 \cos \alpha - \mu_0 N_1 \sin \alpha) = N_1 \sin \alpha + \mu_0 N_1 \cos \alpha \Rightarrow$$
$$N_1 = mg \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{N_1 (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha)}{2mg + N_1 (\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha)} = \frac{mg \sin \alpha (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha)}{mg(2 + \sin \alpha (\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha))}$$

$$\text{т.е. } \mu \geq \frac{\sin \alpha (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha)}{2 + \sin \alpha (\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha)} \quad \text{конец выведен}$$

проектируем.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запомним, что данной случай относится
от этапа 1 лишь с помощью знаков проекции
 F_{TP} , F_{TP}' и F_{TP}'' с точностью до перестанов-
ки индексов. Значит можно переписать
системы (I) и (II) изменив знаки перед слагаемо-
ми с μ_0 или μ и заменив индекс 1
на индекс 2:

Для камня	Для шайбы
$F_{TP}'' = N_2 \sin \alpha - \mu_0 N_2 \cos \alpha$ $N_2'' = 2mg + N_2 \cos \alpha + \mu_0 N_2 \sin \alpha$ $F_{TP}''' = N_2 (\mu_0 \cos \alpha - \sin \alpha)$ $N_2'' = 2mg + N_2 (\cos \alpha + \mu_0 \sin \alpha)$ $\mu \geq \frac{\cos \alpha (\mu_0 \cos \alpha - \sin \alpha)}{2 + \cos \alpha (\cos \alpha + \mu_0 \sin \alpha)}$	$F_{TP}'' = -\mu_0 N_2 + mg \sin \alpha$ $N_2 = mg \sin \alpha \cos \alpha$ $\Rightarrow a_2 = g \frac{\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha}{\sin \alpha - \mu_0 \cos \alpha}$

Отсюда, с учетом того,
что $a_1 = g(\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha)$;
 $a_1 + a_2 = 2g \sin \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g}$

Из графика в условии находим a_1 и a_2 :

$$a_1 = - \frac{0,05 \frac{M}{c} - 0,8 \frac{M}{c}}{0,5c - 0,0c} = 8 \frac{M}{c^2}$$

$$a_2 = \frac{0,8 \frac{M}{c} - 0,0 \frac{M}{c}}{0,5c - 0,1c} = 4 \frac{M}{c^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
6 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Можу найти $\sin \alpha$:

$$\sin \alpha = \frac{8 \frac{m}{c^2} + 14 \frac{m}{c^2}}{2 \cdot 10 \frac{m}{c^2}} = 0,8$$

2. Из ранее полученных записей есть две формулы для $F_{\text{тр}}''$:

$$1. F_{\text{тр}1}'' = N_1 (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha) = mg \cos \alpha (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha)$$

$$2. F_{\text{тр}2}'' = N_2 (\mu_0 \cos \alpha - \sin \alpha) = mg \cos \alpha (\mu_0 \cos \alpha - \sin \alpha)$$

В силу того, что $\sin \alpha > 0$, то $F_{\text{тр}1}'' > F_{\text{тр}2}''$.

Значит $F_{\text{тр}} = F_{\text{тр}1}''$:

$$F_{\text{тр}} = mg \cos \alpha (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha).$$

Начесть из ОТВЕТ:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - 0,8^2} = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0,6$$

Из полученной для a_1 формулы:

$$a_1 = g (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha)$$

$$\text{Отсюда } \mu_0 = \frac{a_1}{g \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\mu_0 = \frac{8 \frac{m}{c^2}}{10 \frac{m}{c^2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot 0,6} - \frac{0,8}{\frac{\sqrt{5}}{5} \cdot 0,6} = \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отсюда $F_{\text{тр}}$:

$$F_{\text{тр}} = 0,2 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,8 \cdot \left(0,6 + \frac{1}{4} \cdot 0,8 \right) = 1,28 \text{ Н}$$

3. Из п. 1:

$$\left\{ \begin{aligned} \mu &\geq \frac{\cos \alpha (\mu_0 \cos \alpha + \sin \alpha)}{2 + \cos \alpha (\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha)} \\ \mu &\geq \frac{\cos \alpha (\mu_0 \cos \alpha - \sin \alpha)}{2 + \cos \alpha (\cos \alpha + \mu_0 \sin \alpha)} \end{aligned} \right.$$

Найдем граничные значения μ :

$$\left\{ \begin{aligned} \mu &\geq \frac{0,8 \left(\frac{1}{4} \cdot 0,8 + 0,6 \right)}{2 + 0,8 \left(0,8 - \frac{1}{4} \cdot 0,6 \right)} = \frac{0,64}{2,52} = \frac{16}{63} \\ \mu &\geq \frac{0,8 \left(\frac{1}{4} \cdot 0,8 - 0,6 \right)}{2 + 0,8 \left(0,8 + \frac{1}{4} \cdot 0,6 \right)} \leq 0 \end{aligned} \right.$$

Знаком кисти показан при $\mu \geq \frac{16}{63}$.

Ответ: 1. $\sin \alpha = 0,6$;

2. $F_{\text{тр}} = 1,28 \text{ Н}$;

3. $\mu \in \left[\frac{16}{63}; +\infty \right)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

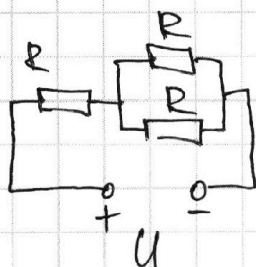
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

С учетом сопротивления амперметра ($\ll R$)
и сопротивления вольтметра ($\gg R$), можно рассмотреть
эквивалентную цепь:



Сопротивление параллельного
соединения $R_1 = \frac{R}{2}$ по з. парал-
лельного соединения; послед-
овательного соединения
 R и R_1 по з. последова-
тельного соединения R_{Σ} :

$$R_{\Sigma} = R + R_1 = \frac{3R}{2}$$

1. Ток в цепи по з. Ома равен:

$$I = \frac{U}{R_{\Sigma}} = \frac{2U}{3R}$$

$$I = \frac{2 \cdot 30 \text{ В}}{3 \cdot 100 \text{ Ом}} = 0,2 \text{ А}$$

2. Вольтметр показывает напряжение на
резисторе слева, равное по з. Ома:

$$U_R = \frac{I R}{R}, \text{ где } I_R - \text{ток через резистор,}$$

равен I по з. последоват. соед.

$$U_R = I R.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$U_B = 0,2 \text{ A} \cdot 100 \text{ Ом} = 20 \text{ В}.$$

3. Мощность P в цепи все рассеивается в окр. среду и равна мощности на резисторе P_g :

$$P = P_g = \frac{U^2}{R_{\text{г}}} = \frac{2U^2}{3R}.$$

$$P = \frac{2 \cdot (20 \text{ В})^2}{3 \cdot 100 \text{ Ом}} = 6 \text{ Вт}$$

Ответ: 1. $I = 0,2 \text{ A}.$

2. $U_B = 20 \text{ В}.$

3. $P = 6 \text{ Вт}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть начальная масса воды m , тогда начальная масса льда также m . Масса совершенного калориметра равна:

$$m + m = 2m.$$

После установившегося теплового равновесия масса льда равна m_L , а воды m_B .

Из условия верно равенство:

$$\begin{cases} m_L + m_B = 2m \\ \frac{m_L}{m_B} = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_B = \frac{2}{1+n} m \\ m_L = \frac{2n}{1+n} m \end{cases}$$

В лед превратилась масса воды Δm , равная:

$$\Delta m = m - m_B = m - \frac{2}{1+n} m = \frac{n-1}{n+1} m, \text{ значит}$$

доли превратившейся воды в лёд S равна:

$$S = \frac{\Delta m}{m} = \frac{n-1}{n+1}.$$

$$S = \frac{\frac{9}{7} - 1}{\frac{9}{7} + 1} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

2. С учетом того, что по условию после установившегося теплового равновесия в калориметре есть и вода, и лёд, то установившаяся



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

се температура равна t_0 , при этом лёд в воду не превращается.

Кол-во Q_1 теплоты, потерянное при нагреве льда равно:

$$Q_1 = c_L m(t_0 - t_2)$$

Кол-во Q_2 теплоты, потерянное при остывании воды равно:

$$Q_2 = c_B m(t_0 - t_1)$$

Кол-во Q_3 теплоты, потерянное при замораживании воды, равно:

$$Q_3 = -\lambda \Delta m = -\lambda \delta m$$

Поскольку потеря в системе нет, то кол-во теплоты в системе не изменилось и верно уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$c_L m(t_0 - t_2) + c_B m(t_0 - t_1) - \lambda \delta m = 0$$

$$c_L t_0 - c_L t_2 + c_B t_0 - c_B t_1 - \lambda \delta = 0$$

$$-c_L t_2 = \lambda \delta - (c_L + c_B)t_0 + c_B t_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t_2 = - \frac{\lambda S + c_p^0 (t_1 - t_0)}{c_{\lambda}} + t_0.$$

$$t_2 = - \frac{3,36 \cdot 10^5 \frac{\text{Jm}}{\text{K}} \cdot \frac{1}{8} + 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Jm}}{\text{K} \cdot \text{C}} (10^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})}{2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Jm}}{\text{K} \cdot \text{C}}} + 10^\circ\text{C} =$$

$$= - \frac{2 \cdot 4,2 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{C}}{2,1 \cdot 10^3} = - 40^\circ\text{C}$$

Ответ: 1. $S = \frac{1}{8}$;

2. $t_2 = -40^\circ\text{C}$.

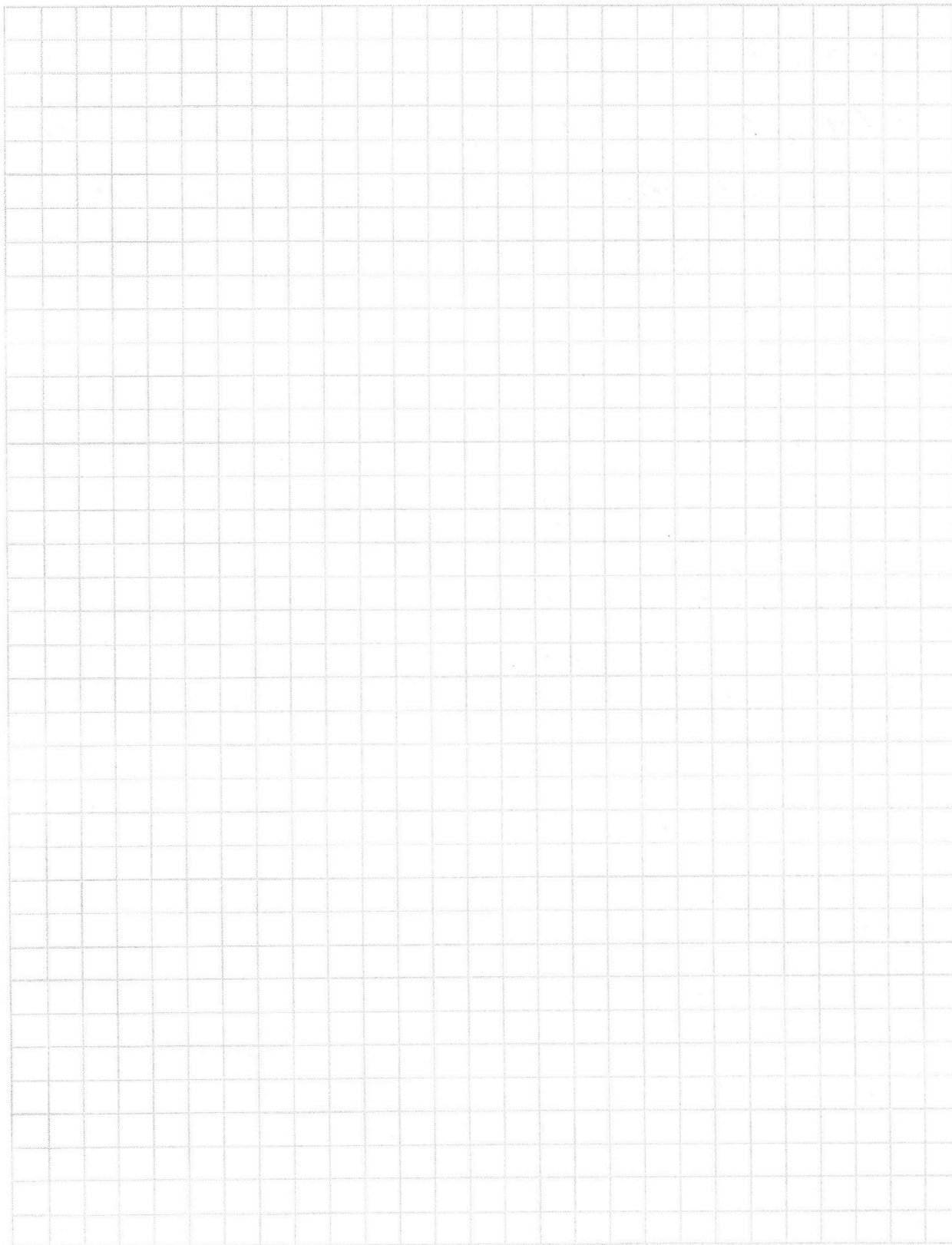


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



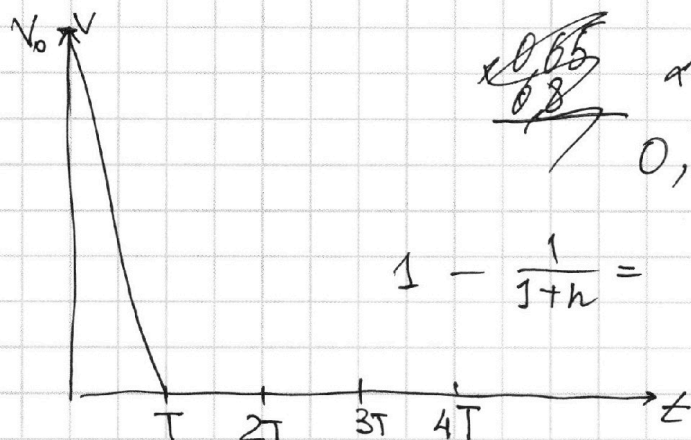


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

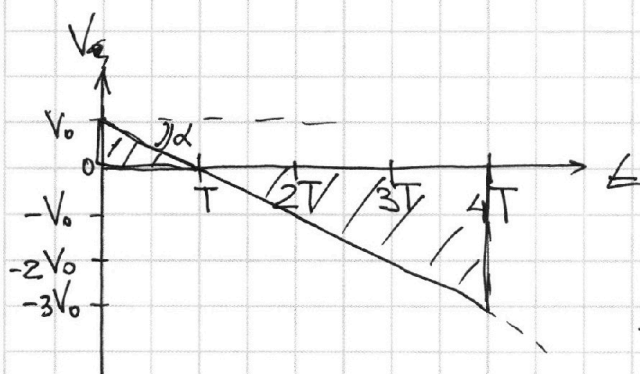
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1 - \frac{1}{1+n} = \frac{s+h-s}{s+n}$$



$$s = \frac{V_0 T}{2} + \frac{3V_0(4T-T)}{2} = \underline{5V_0 T}$$

$$\vec{F} \uparrow \vec{V}_0$$

$$\tan \alpha = \frac{V_0}{T} = a; \vec{a} = -\frac{\vec{V}_0}{T}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F = \frac{mV_0}{T}$$

$$A = -F \cdot s(T) = -\frac{mV_0}{T} \cdot \frac{V_0 T}{2} = \underline{\underline{-\frac{mV_0^2}{2}}}$$

$$\begin{array}{r} 3,36 \overline{) 8} \\ - 32 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 0,42 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

