МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω.

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\dfrac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B, а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже ~~велосипедиста~~ мотоциклиста. Найдите расстояние между A и B.

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC, проходящую через вершину C, в точке Y; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω. Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть n:

Оценка:

$ab : 3^{14} \cdot 7^{13}$ $\quad bc : 3^{19} \cdot 7^{17}$ $\quad ac : 3^{23} \cdot 7^{42} \Rightarrow$

$(abc)^2 : 3^{56} \cdot 7^{72} \Rightarrow abc : 3^{28} \cdot 7^{36} \Rightarrow$

$abc \geq 3^{28} \cdot 7^{36}$, $a,b,c \in \mathbb{N}$. Но $ac : 7^{42} \Rightarrow$

$\Rightarrow abc : 7^{42}$

Пусть:

$a = 3^{9} \cdot 7^{21}$

$b = 3^{5} \cdot 7^{0}$

$c = 3^{14} \cdot 7^{21}$

$abc = 7^{42} \cdot 3^{28}$. Легко видеть, что условие выполняется.

Ответ: $7^{42} \cdot 3^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(a,b)=1$.

Докаж $a+b \vdots m$, $a^2-9ab+b^2 \vdots m$, $m \neq 1$.

$a \underset{m}{\equiv} -b$ $\quad (a,b)=1 \Rightarrow (a,m)=1 \quad (b,m)=1$.

$a^2-9ab+b^2=(a-b)^2-7ab$.

$a-b \underset{m}{\equiv} -2b \Rightarrow (a-b)^2 \underset{m}{\equiv} 4b^2$.

$a^2-9ab+b^2 \vdots m \Rightarrow 4b^2 \equiv 7ab \quad (b,m)=1 \Rightarrow$

$4b \underset{m}{\equiv} 7a \quad a \underset{m}{\equiv} -b \Rightarrow -4a \underset{m}{\equiv} 7a \Rightarrow 11a \underset{m}{\equiv} 0$, но

$(m,a)=1 \Rightarrow 11 \vdots m \Rightarrow m=11$, ~~и это верно для $\forall$ пары нат. чисел a и b, что $a+b \vdots 11$.~~

$a=10$ $b=1$ подходит.

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример

$x = \frac{5}{6}$

При $x = \frac{5}{6}$ $3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 \Rightarrow$

$1.4 = 0,$

$5 - 6x = 5 - 5 = 0 \Rightarrow \Pi.4 = 0 \Rightarrow 1.4 = \Pi.4.$ ✓

Оценка:

~~$6x^2 - 5x +$~~

~~Пусть $x \geq \frac{5}{6}$.~~

Пусть

$f_1(x) = 3x^2 - 5x + 6 \quad f_2(x) = 3x^2 + x + 1.$

~~$\frac{5}{6}$ $f_1(x) \leq f_2$~~

$f_1(x) > 1$ и $f_2(x) > 1$ $\forall x$, так как их дискримин. < 0.

$f_1(x) - f_2(x) = 5 - 6x = \Pi.4.$, а так как в левой части у нас $\sqrt{f_1(x)} - \sqrt{f_2(x)}$, то так как $f_1(x) > 1$ и $f_2(x) > 1$, то $\sqrt{f_1(x)} - \sqrt{f_2(x)} < f_1(x) - f_2(x)$ $\forall x$, кроме случая $f_1(x) - f_2(x) = 0$, а в нем, очевидно следует, что $x = \frac{5}{6}$.

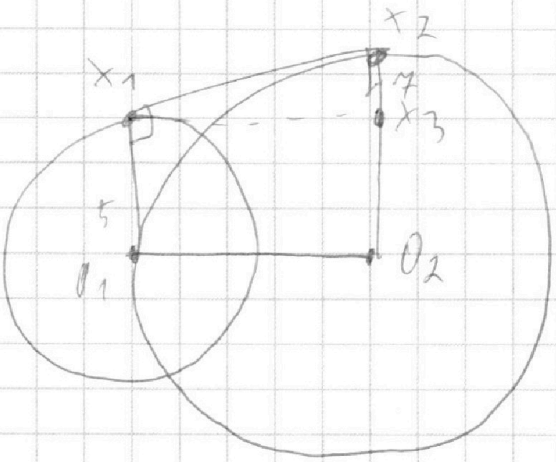
Ответ: $x = \frac{5}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть x_1x_2 - общ. кас. X_3 такая, что

$x_1x_3 \parallel O_1O_2$ $x_3 \in O_1x_2$

$O_1x_1 \parallel O_2x_3 \Rightarrow O_1x_1 = O_2x_3 = 5 \Rightarrow x_3x_2 = 13 - 5 =$

$= 7$ $O_1O_2 = 13$, так как $O_1 \in \Omega \Rightarrow$

$x_1x_3 = 13$

$x_1x_3^2 = x_2x_3^2 + x_1x_2^2 = 13^2 = 7^2 + x_1x_2^2 \Rightarrow$

$x_1x_2^2 = 13^2 - 7^2 = 20 \cdot 6 = 120 \Rightarrow x_1x_2 = \sqrt{120}$.

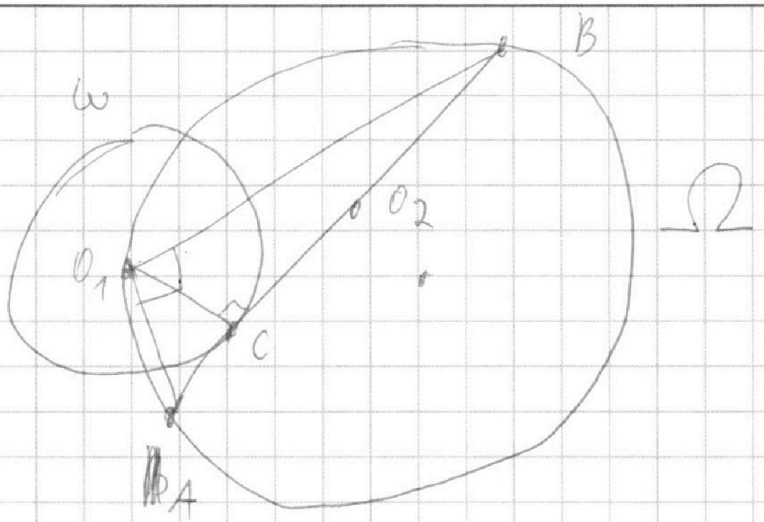
Ответ: $\sqrt{120}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O_1 - центр ω O_2 - центр Ω.

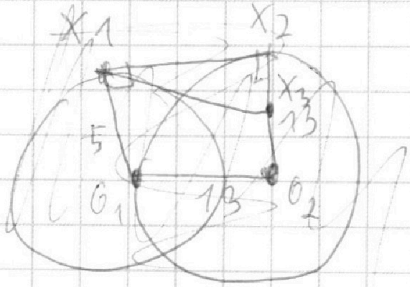
AB - кас ω $\Rightarrow$ $O_1C \perp AB$ $AB = 1+25 = 26$,

$\angle AO_1B = 90$ ($A, O_1, B \in \Omega$ $O_2 \in AB$), $\Rightarrow$

$O_1C = \sqrt{1 \cdot 25} = \sqrt{AC \cdot CB} = 5$.

r - радиус ω, R = радиус Ω.

$r = 5$, $R = \frac{26}{2} = 13$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

т. е. для $x=2$, $z=3$ $y=1$ мы ~~проверили~~, проверили, проверили для $x=2$, $z=\frac{25}{6}$,

$y = 5x - 3z = 10 - 12{,}5 = -2{,}5$,

~~Всё~~

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{100 - \frac{25}{4} - \frac{625}{4}}{\frac{25}{4} + 3\cdot\frac{625}{4}} < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow < 0$, а значит оно и минимум.

Ответ: $\dfrac{100 - \frac{25}{4} - \frac{625}{4}}{\frac{25}{4} + 3\cdot\frac{625}{4}}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что числа $x=2, y=9, z=3$ удовл. ур.

А при них знач. выраж $=9$.

Заметим, что в ~~и~~ в условии, ~~в выражении~~ (~~назовем его $P(x,y,z)$~~), сохраняется однородность, а ст. выражения равна 0, т.е. можно считать, что $x=2$.

$5x-y=3z \quad y=5x-3z$.

$\frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z} \Rightarrow 8yz+xz=15xy \Rightarrow$

$8(5x-3z)z+xz=15x(5x-3z)$

$41xz-24z^2=75x^2-45xz$

$86xz-24z^2=75x^2=75 \quad (x=1)$

~~$86z-24z^2=75$~~

~~$24z^2-86z+75=0$~~

$192z-24z^2=300$.

$24z^2-192z+300=0$

$z_1=3$ подходит (написано выше)

$z_1 \cdot z_2=\frac{c}{a}=\frac{300}{24}=12,5$.

$z_2=\frac{12,5}{3}=\frac{25}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть v_1 - скорость велосипеда. S - длина дороги.
v_2 - скорость мотоциклиста.

~~$\frac{S}{v_2}$~~ S - в км, v - в $\frac{км}{ч}$ =>

$$\frac{S}{v_1} - 1 = \frac{S}{v_2}$$

$$\frac{S}{v_1+7} - \frac{3}{5} = \frac{S}{v_2+7}$$

$\frac{v_1}{v_2} S + 49 = S$ - из 2-ой условия. $\frac{v_1}{v_2} S$ - проехал вел.

S - проехал мотоциклист, 49км - разница.

Итого 3 уравнения с 3 неизвестными. Очень интересно!

$$\frac{S}{v_1} - 1 = \frac{S}{v_2} \Rightarrow \quad S v_2 - v_1 v_2 = S v_1$$

$$S(v_2 - v_1) = v_1 v_2$$

$$S = \frac{v_1 v_2}{v_2 - v_1}$$

$$\frac{v_1}{v_2} S + 49 = S \Rightarrow \quad \frac{v_2 - v_1}{v_2} S = 49 \Rightarrow S = \frac{49 v_2}{v_2 - v_1} =$$

$$= \frac{v_1 v_2}{v_2 - v_1} \Rightarrow v_1 = 49$$

С8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$v_1 = 49$

$\frac{S}{v_1} - 1 = \frac{S}{v_2}$ | $\frac{S}{v_1+7} - \frac{3}{5} = \frac{S}{v_2+7}$

$\frac{v_1}{v_2} S + 49 = S$

$\frac{49}{v_2} S + 49 = S$ ~~$S v_2 - v_1 v_2 =$~~

$\frac{S}{49} - 1 = \frac{S}{v_2}$ | $\frac{S}{56} - \frac{3}{5} = \frac{S}{v_2+7}$

$v_2 S - 49 v_2 = 49 S$ $v_2 S + 7S - \frac{3}{5} \cdot 56 \cdot 7 - \frac{3}{5} \cdot 56 \cdot v_2$

$= 56S$

$v_2 S - 49 v_2 = 49 S$

$v_2 S + 7S - \frac{3}{5} \cdot 56 \cdot 7 - \frac{3}{5} \cdot 56 \cdot v_2 = 56S$

$v_2 S - 49 v_2 = 49 S = v_2 S - \frac{3}{5} \cdot 56 \cdot 7 - \frac{3}{5} \cdot 56 \cdot v_2$

$49 v_2 = \frac{3}{5} \cdot 56 v_2 + \frac{3 \cdot 56 \cdot 7}{5} \Rightarrow$ ~~$v_2 = 7$~~

$245 v_2 = 168 v_2 + 1176$

$77 v_2 = 1176$

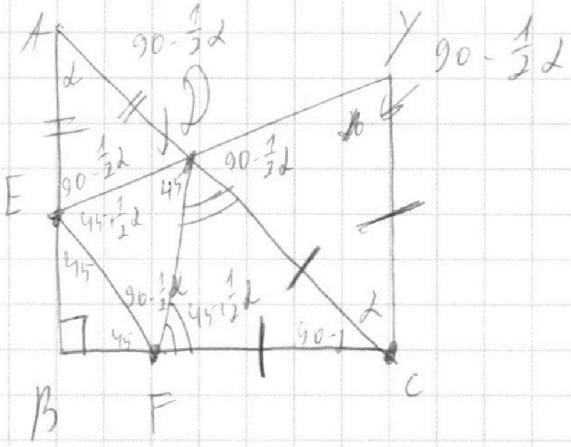
$v_2 = \frac{1176}{77}$ $S = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$, где $v_1 = 49$ $v_2 = \frac{1176}{77}$. Ср.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$FC = CD = CY \quad FD = DY \cdot \sqrt{2}$

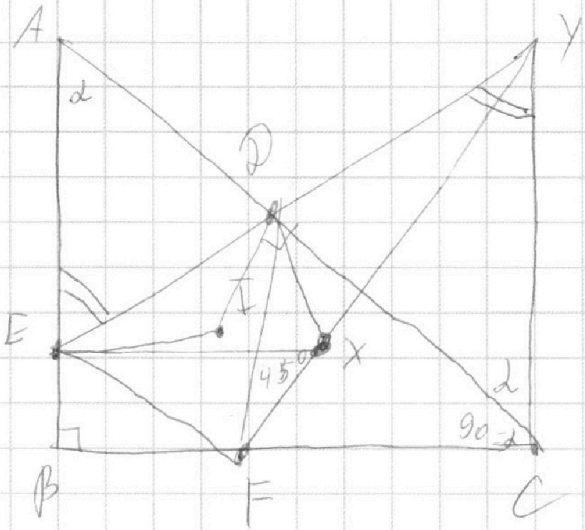
$\angle FED = 90 - \frac{1}{2}\alpha \quad \angle FED = 45 + \frac{1}{2}\alpha \quad \angle EDF = 45^0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\angle A = \alpha$

$EFXD$ - вписан, I - инцентр.

Так как $ADIE$ вписан $\Rightarrow \angle EID = 180 - \alpha \Rightarrow$

$\angle EAD = 90° - \frac{1}{2}\alpha$

$\angle FED = \frac{1}{2}\angle FID = 90° + \alpha \Rightarrow$

$\angle FED = 45° + \frac{1}{2}\alpha = \angle DXY \Rightarrow \angle EXY = 135° \Rightarrow$

$\angle EXF = 45°$.

$EDXF$ - вписан $\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{YF}{YE} \Rightarrow \triangle FDY \sim \triangle FXY$

2 стороны и $\angle Y$. $\Rightarrow \frac{FD}{DY} = \sqrt{2}$

Заметим что, $\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$ $(AE \parallel YC)$

С10

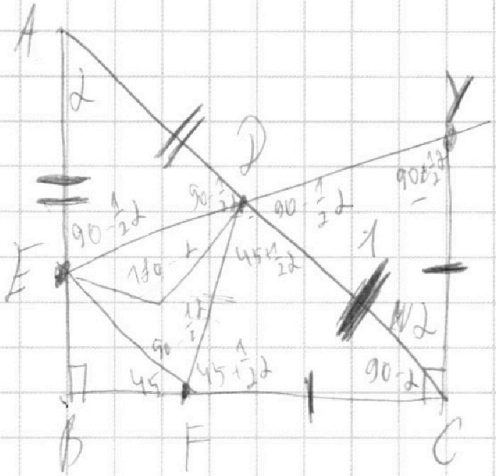
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик, сзади беловик.



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha}\quad\frac{\sin\left(90-\frac{1}{2}\alpha\right)}{\sin\alpha}\cdot\frac{\sin 90-\alpha}{\sin 45+\frac{1}{2}\alpha}=\sqrt{2}$$

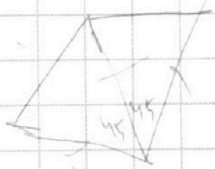
$$\frac{\sin 90-\alpha}{\sin 45-\frac{1}{2}\alpha}\cdot\frac{\sin 90-\frac{1}{2}\alpha}{\sin\alpha}=\sqrt{2}$$

$\alpha=30$

$\alpha=45$

$\alpha=30$







$$\frac{\sin 75}{\sin 30}\cdot\frac{\sin 60}{\sin 60}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\Big/\frac{\sqrt{2}}{2}\qquad\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

<70

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

v_1 - велосипед $\frac{км}{ч}$ S - путь, км

v_2 - мотоцикл

$$\frac{S}{v_1} - 1 = \frac{S}{v_2}$$

$$\frac{S}{v_1+7} - \frac{3}{5} = \frac{S}{v_2+7}$$

$$\frac{v_1}{v_2} S + 49 = S$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_2} S = 49$$

$$\frac{S}{v_2} = \frac{S}{v_1} - 1$$

$$S = \frac{49 v_2}{v_2 - v_1}$$

$$\left(\frac{S}{v_1} - 1\right)(v_2 - v_1) = 49$$

$$S = \frac{49 v_2}{v_2 - v_1}$$

$$v_2 S - v_1 v_2 = v_1 S$$

$$v_2 (S - v_1) = v_1 \cdot S$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

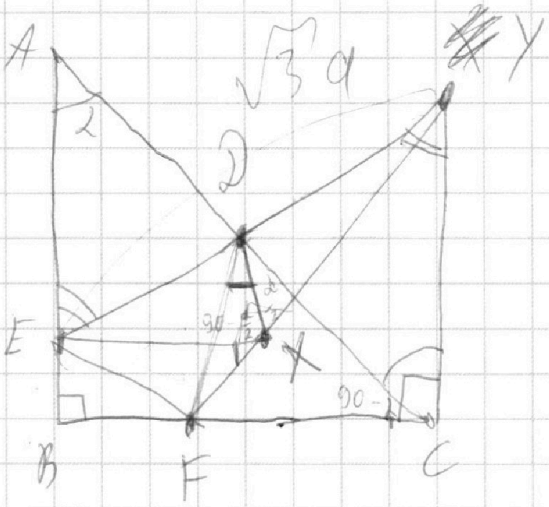
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

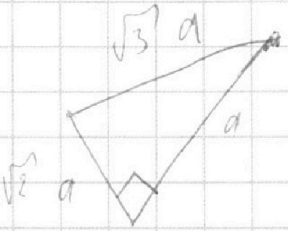
$\frac{S}{v_1} - 1 = \frac{S}{v_2}$

$\frac{S}{v_1 - 7} - \frac{2}{5} = \frac{S}{v_2 - 7}$

$\frac{v_1}{v_2} - \frac{2}{5} = \frac{S}{v_2 + 7}$

$FX = \sqrt{2}\, XY$





$\frac{EX}{XY} = \sqrt{2}$

$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$ $\frac{ED}{DY}$ (?)

$YD \cdot YE = YX \cdot YF$

$\frac{DY}{YF} = \frac{YX}{YE} = \frac{DF}{EF}$

$\frac{EX}{XY} = \frac{FD}{DY} \frac{ED}{FD} = \sqrt{2}$ $\frac{ED}{FD}$ $\frac{ED}{DY} = \frac{ED}{FD} \cdot \sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$

$25-4\cdot5\cdot3$

$(2x-1)^2 - x^2 + x$

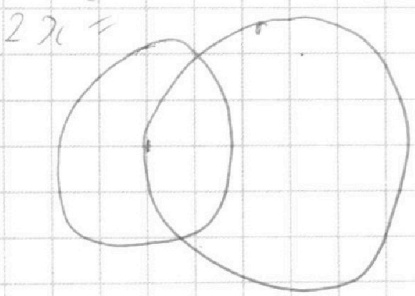
$3x^2-5x+6 = 3x^2+x+1$

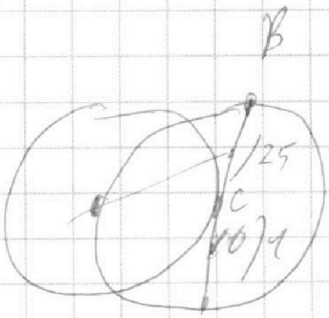
$6x = 5$

$x = \frac{5}{6}$

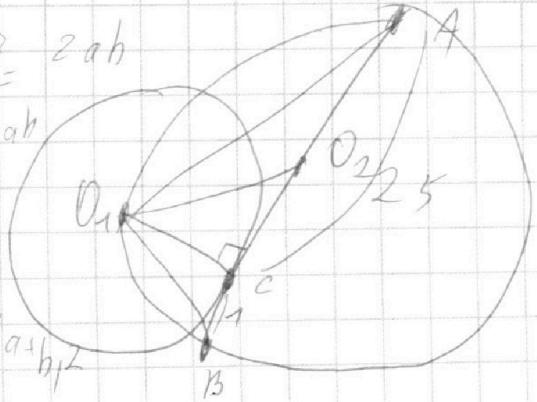
$\sqrt{3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{6} + 6} = \sqrt{\quad}$

$1 + x^2 + x^2 + 25^2 = 26^2$









$x^2 = 2ab$

$x^2 = ab$

$a^2 + 2x^2 + b^2 = (a+b)^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$5x - y = 3z \quad \frac{f}{x} : \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$

$x = 2 \quad y = 1 \quad z = 3$

$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3zz^2}$

$\frac{100 - 1 - 9}{1 + 9} = 9.$

$v_1 \quad S$

v_2

$\frac{f}{x} : \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$

$8yz + xz = 15xy$

$21 \cdot 56$

$5x - y = 3z$

$1120 : 56 = 11\ 76$

$y = 5x - 3z$

$8(5x - 3z)z + xz = 15x(15x - 3z)$

$40xz - 24z^2 + xz = 75x^2 - 45xz$

$86xz - 24z^2 = 75x^2 \qquad x = 1$

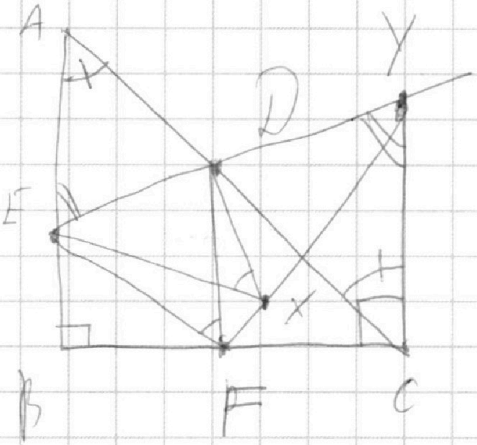
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

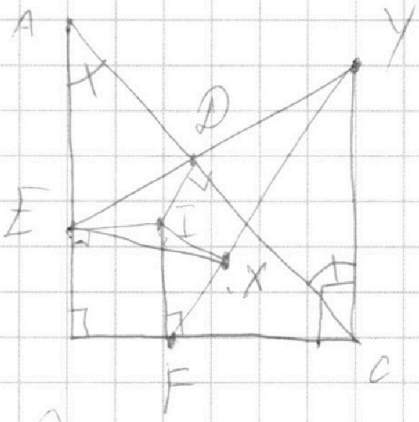
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7.



EDXF - вписанный.



$EX = \sqrt{2} \cdot XY$

$\frac{AD}{DC}$?

$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$

№ 3.

$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$

$3x^2 - 5x + 6 - 3x^2 - x - 1$

$5 - 6x$

$3x^2 - 5x + 6 + 3x^2 + x + 1 - 2\sqrt{}$

$2 -$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$(abc)^2 : 3$ $14+19+23$ $\cdot 7$ $13+17+42$

$(abc) : 3 \cdot 7$

$a+b=14$

$b+c=19$

$a+c=23$

$a=11$

$b=3$

$c=12$

$a+b=13$

$b+c=17$

$a+c=42$

$a=21$

$c=7$

$b=7$

$a^2 - 9ab + b^2$ $\vdots$ $a+b$

$(a-b)^2 - 7ab$

$a+b=0$

$a-b \vdots 3$

$a-b=-2b$

$a=10$ $b=1$

$100 - 90 + 1$

$4b^2 = 7ab$

$4b = 7a$

$-4a = 7a$

$11a = 0$

$(a-b)^2 = 4b^2$