



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$ab \div 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc \div 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac \div 3^{23} \cdot 7^{42}$$

Заметим, что $abc \div 7^{42} (ac \div 7^{42})$,

тогда ~~пусть~~ ^{наименьшее} $abc = 3^x \cdot 7^{42}$
_{значение}

Рассмотрим след. выражение:

$$a^2 b^2 c^2 = (ab) \cdot (bc) \cdot (ac) \div 3^{14} \cdot 3^{19} \cdot 3^{23} = 3^{56}$$

Тогда abc делится хотя бы на $3^{\frac{56}{2}} = 3^{28}$

т. е. минимальное значение $abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$

Пример: $a = 3^9 \cdot 7^{21}$; $b = 3^5$; $c = 3^{14} \cdot 7^{21}$

Ответ: $3^{28} \cdot 7^{42}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$$\begin{aligned} a+b &\div m \\ (a+b)^2 - 11ab &\div m \\ \boxed{11ab \div m} & \quad (1) \end{aligned}$$

Пусть m содержит какой-нибудь простой делитель p числа a или b , тогда

$$\begin{array}{l} a+b \div p, \text{ но } (a, b) = 1, \\ \downarrow \\ b \div p \end{array}$$

поэтому наибольшее

значение $m = 11$ (из строки (1)). Пример на $m = 11$:

$$a = 3; \quad b = 8$$

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 3.

$$(1) \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad | \cdot (\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1})$$

$$3x^2 - 5x + 6 - 3x^2 - x - 1 = (5 - 6x)(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1})$$

$$5 - 6x = (5 - 6x)(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1})$$

1 сл. \circ ~~$5 - 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{6}$, проверим:~~

~~$\sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6} = \sqrt{\frac{-75 - 36}{6}}$, под корнем выражение~~

~~меньше 0, поэтому $x = \frac{5}{6}$ не корень.~~

2 сл. \circ $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1$, прибавим (1):

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x \quad (\text{оба выражения } \geq 0, \text{ можно возвести в квадрат})$$

$$(\sqrt{3x^2 - 5x + 6})^2 = (3 - 3x)^2$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9 + 9x^2 - 18x$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 3 \cdot 6 = 169 - 72 = 97$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}, \text{ подставив в исходное выражение, убеждаемся, что подходит.}$$

Ответ: ~~$\frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}$~~

2 сл. \circ $5 - 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{6}$, проверим:

$$\sqrt{\frac{111}{36}} - \sqrt{\frac{111}{36}} = 0, \text{ значит } \frac{5}{6} \text{ - корень.}$$

Ответ: $\frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}; \frac{5}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

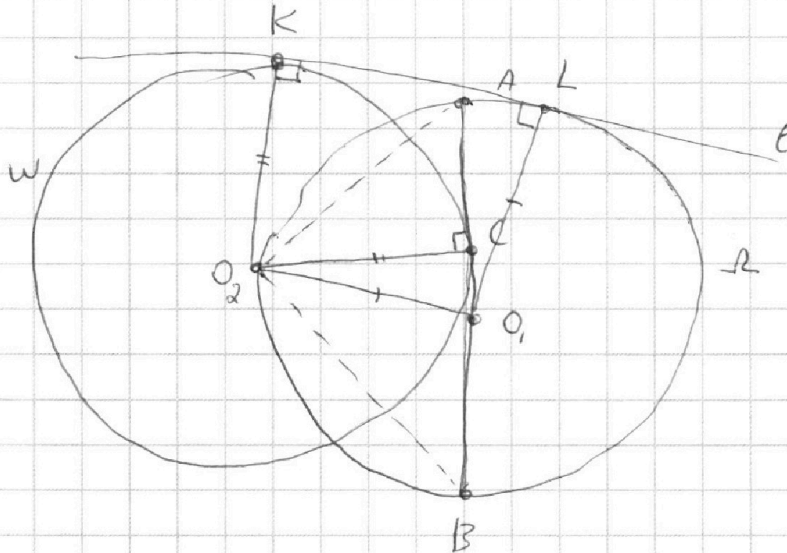
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4

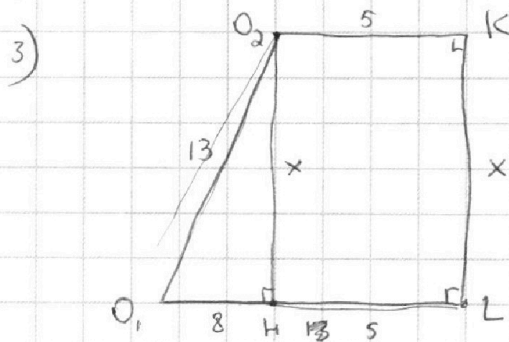


Пусть O_1, O_2 - центры окружностей, K, L - т. касания общей касательной l .

$$1) O_2K = O_2L = \sqrt{AC \cdot CB} = \sqrt{1 \cdot 25} = 5.$$

(т.к. $\triangle AOB$ - прам. и O_2C - высота)

$$2) O_1L = O_1O_2 = \frac{AB}{2} = \frac{AC + CB}{2} = \frac{1 + 25}{2} = 13.$$



3) O_2H - высота на O_1L ,

$$\text{тогда } O_1H = O_1L - HL = O_1L - O_2K = 13 - 5 = 8$$

В прам. $\triangle O_2HO_1$:

$$x^2 + 8^2 = 13^2$$

$$x = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}.$$

Ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~ 5

$$5x - y = 3z \quad \Rightarrow \quad 5x = y + 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$25x^2 = (y + 3z)^2$$

$$25x^2 = y^2 + 9z^2 + 6yz$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 = 8z^2 + 6yz, \text{ т.е.}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

по (4) и (5) :

$$\begin{cases} a+b=49 \\ ab=49 \cdot 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=21 \text{ км/ч} \\ b=28 \text{ км/ч} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{ab}{b-a} = \frac{49 \cdot 12}{7} = 12 \cdot 7 = 84 \text{ км}$$

Ответ 84 км.

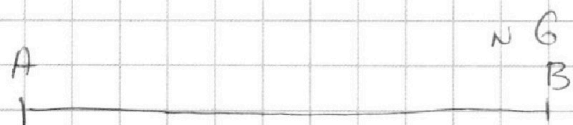
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AB = S$,
 a и b км/ч - скорости
велосипедиста и мотоциклиста
соответственно, тогда
запишем 3 уравнения
по условию задачи:

$$\begin{cases} \frac{S}{a} = \frac{S}{b} + 1 & (1) \\ a \cdot \frac{S}{b} + 49 = b \cdot \frac{S}{a} & (2) \\ \frac{S}{a+7} = \frac{S}{b+7} + \frac{36}{60} & (3) \end{cases}$$

из (1): $S = \frac{ab}{b-a}$

подставим в (2) $S = \frac{ab}{b-a}$: $a \cdot \frac{ab}{(b-a)b} + 49 = b \cdot \frac{ab}{(b-a)a}$

подставим в (3) $S = \frac{ab}{b-a}$:

$$\frac{ab}{(b-a)(a+7)} = \frac{ab}{(b-a)(b+7)} + 0.6 \quad | \cdot (b-a)$$

$$\frac{ab}{a+7} = \frac{ab}{b+7} + 0.6(b-a)$$

умножим все на $(a+7)(b+7)$:

$$ab^2 + 7ab = a^2b + 7ab + 0.6(b-a)(a+7)(b+7)$$

$$ab^2 - a^2b = 0.6(b-a)(a+7)(b+7)$$

$$ab(b-a) = 0.6(b-a)(a+7)(b+7)$$

$$ab = 0.6ab + 0.6 \cdot 7(a+b) + 0.6 \cdot 49; \text{ по (4):}$$

$$0.4ab = 0.6 \cdot 7 \cdot 49 + 0.6 \cdot 49$$

$$0.4ab = 0.6 \cdot 49 \cdot 8$$

$$ab = 49 \cdot 12 \quad (5)$$

$$\frac{a^2}{b-a} + 49 = \frac{b^2}{b-a} \quad | \cdot (b-a)$$

$$a^2 + 49(b-a) = b^2$$

$$a^2 - b^2 = 49(a-b)$$

$$(a-b)(a+b) = 49(a-b)$$

$$a \neq b$$

$$\boxed{a+b=49} \quad (4)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

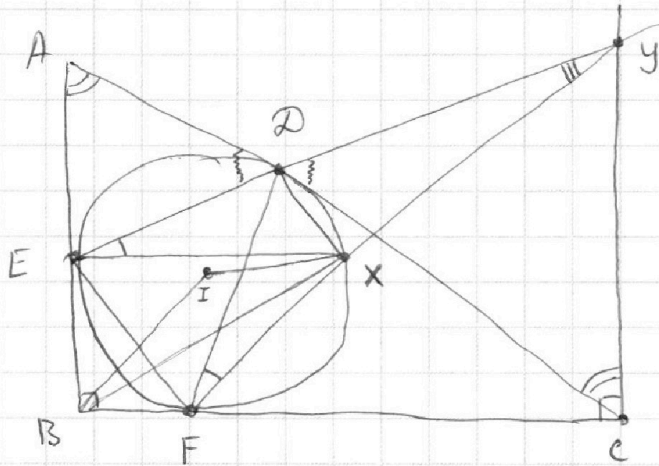
7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 7.



1) $\triangle ADE \sim \triangle CDY \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$
(по 2-м углам)

2) $\triangle EXY \sim \triangle FDY \Rightarrow \frac{EX}{XY} = \frac{FD}{DY} = \sqrt{2}$
(по 2-м углам)

3) Осталось понять, как связаны ED и FD .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$4+1=5$
 $10-1=9$

$x=2$
 $y=1$
 $z=3$

$25 \cdot 4 - 1 - 9 = \frac{90}{1+27} = \frac{45}{14}$

$5x - y = 3z$
 $\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$

$25x^2 = y^2 + 9z^2 + 6yz$
 $8yz + xz = 15xy$
 $25x^2 - y^2 - z^2 = 8z^2 + 6yz$

$\frac{8z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2}$

$3x^2 - 5x + 6 - 3x^2 - x - 1 = (5-6x) \left(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} \right)$
 $(5-6x) = (5-6x) (\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad})$

$\sqrt{3 \cdot \frac{5^2}{6^2} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6} = \sqrt{\frac{5}{6} \left(\frac{15}{6} - 5 \right) + 6} =$
 $= \sqrt{-\frac{5}{6} \cdot \frac{15}{6} + 6} = \sqrt{-\frac{75}{36} + 6} = \sqrt{\frac{6 \cdot 36 - 75}{36}}$

$\sqrt{3 \cdot \frac{5^2}{6^2} + \frac{5}{6} + 1} = \sqrt{\frac{5}{6} \left(\frac{15}{6} + 1 \right) + 1} = \sqrt{\frac{5}{6} \cdot \frac{21}{6} + 1} =$
 $= \sqrt{\frac{105}{36} + \frac{36}{36}} = \sqrt{\frac{141}{36}}$

$\begin{array}{r} \times 36 \\ 126 \\ - 75 \\ \hline 111 \end{array}$

$\frac{xy}{EX} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ$

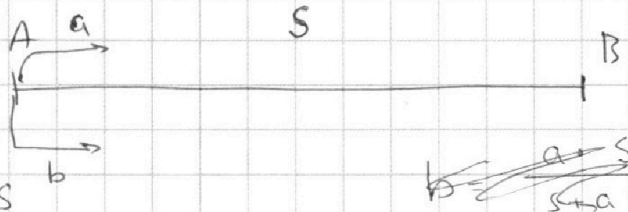
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



a - бен
 b - мос

$$a = \frac{b \cdot S}{S + b}$$

$$\frac{S}{a} = \frac{S}{b} + 1$$

$$a \cdot \frac{S}{b} + 4g = b \cdot \frac{S}{a}$$

$$\frac{S}{a+7} = \frac{S}{b+7} + \frac{6}{10}$$

$$a \cdot \left(\frac{S}{a} + 1 \right) + 4g = b \cdot \frac{S}{a}$$

$$S + a + 4g = \frac{b \cdot S}{a}$$

$$S + a + 4g = \frac{b \cdot S}{S + a}$$

$$S + aS + a^2 + 4gS + 4ga = bS$$

$$2aS + a^2 + 4gS - 4ga = 0$$

$$\frac{S^2}{S+b} + 4g = S+b$$

$$S^2 + 4gS + 4gS + 4gS + 4gS = S^2 + 2b \cdot S + b^2$$

$$\frac{S}{\frac{b \cdot S}{S+b} + 7} = \frac{S}{b+7} + 0.6$$

$$\frac{S}{a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = 1$$

$$S = \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = \frac{ab}{b-a}$$

$$\frac{S \cdot (S+b)}{S \cdot b + 7S + 7b} = \frac{S}{b+7} + 0.6$$

$$a \cdot \frac{ab}{b-a} + 4g = b \cdot \frac{ab}{a}$$

$$\frac{7S(S+b)}{7b \cdot S + 2b \cdot S + b^2} = \frac{S}{b+7} + 0.6$$

$$\frac{a^2}{b-a} + 4g = \frac{b^2}{b-a}$$

$$\frac{7S(S+b)}{9bS + b^2} = \frac{S}{b+7} + 0.6 \quad \frac{ab}{(b-a)(a+7)} = \frac{ab}{(b-a)(b+7)} + 0.6$$

$$\frac{ab}{a+7} = \frac{ab}{b+7} + 0.6b - 0.6a$$

$$a = 4g - b \quad a^2 + 4gSb - 4g^2a = b^2$$

$$a^2 - b^2 = 4ga - 4gb$$

$$ab^2 + 7ab = a^2b + 7ab + 0.6(b-a)(a+7)(b+7) = 4g(ab) = 84$$

$$ab(b-a) = 0.6(b-a)(a+7)(b+7) \quad 7 \cdot 3 + 7 \cdot 4 \quad a+b = 4g \quad a=21$$

$$ab = 49 \cdot 12 = 588 \quad ab = 49 \cdot 12 = 588 \quad ab = \frac{49 \cdot 48}{24} = 98$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~$x=2$~~
 ~~$y=1$~~
 ~~$z=3$~~

$$5x - y = 3z$$

$$8yz + xz = 15xy$$

$$~~8z = y = 3(x+z)~~$$

15·6

$$~~\frac{15}{2} = 7.5~~$$

$$8yz = x(15y - z)$$

$$(5x - y)(5x + y) = 15xz + 3yz$$

$$(5x - y) \cdot \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y}\right) = 45$$

$$25x^2 - y^2$$

$$40 + 1 + 5 \cdot \frac{x}{y} - 8 \frac{y}{x} = 45$$

$$5y + \frac{8}{y} \geq 2\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} = 6$$

$$\frac{5x^2 - 8y^2}{xy} = 6$$

$$5x^2 - 8y^2 = 6xy$$

$$5(x-y)(x+y) = 6xy + 3y^2 = 3y(2x+y)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$11 \quad 12$$

$$bc = 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$b = 7$$

$$abc = 7^{42}$$

$$ac = 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$c = 7^{21}$$

$$abc = 7^{42} \cdot 3^k$$

$$a = 3^{21} \cdot 7$$

$$b = 3^k$$

$$b = 3^4$$

$$b = 3^5$$

$$c = 3^{13}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3^{21} = 3^{24}$$

$$a = 3^{10}$$

$$a = 3^9$$

$$a = 3^8$$

$$b = 7$$

$$c = 3^{15}$$

$$c = 3^{14}$$

$$b = 3^k$$

$$a = 3^{30}$$

$$b = 3^k$$

$$a = 3^{14-k}$$

$$c = 3^{11}$$

$$a = 3^{14-k}$$

$$c = 3^{19-k}$$

$$a + b$$

$$c = 3^{19-k}$$

$$ac = 3^{(19-k)(14-k)} = 3^{23}$$

$$a^2 - 9ab + b^2$$

$$ac = 3^{(19-k)(14-k)}$$

$$ac = 3^{(19-k)(14-k)} = 3^{23}$$

$$= \frac{(a+b)^2 - 11ab}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$$(19-k)(14-k) \geq 23$$

$$(19-k)(14-k) \geq 23$$

$$= \frac{(a+b)^2 - 11ab}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$$19-k+14-k \geq 23$$

$$a+b : m$$

$$m=11 \quad 33-2k \geq 23$$

$$11ab : m$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{8} \quad k \leq 5$$

$$m=11 \cdot p$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - \frac{9}{6x} \quad \frac{73-216}{-143}$$

$$(3x^2 - 5x + 6) - (3x^2 + x + 1) = 25 - \frac{18}{6}$$

$$2 = 25 - 12 \cdot 6$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 3 \\ \hline 216 \\ - 73 \\ \hline 143 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



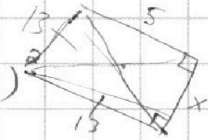
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 - 5x + 6 - 3x^2 - x - 1 - 2 \cdot \sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} = 25 - 16x(5 - 6x)^2$$

~~$$= 6x + 5$$~~

$$5 - 6x - 2 \cdot \sqrt{\dots} = (5 - 6x)$$



$$8^2 + 3^2 = 5^2 + 3^2 = 56$$

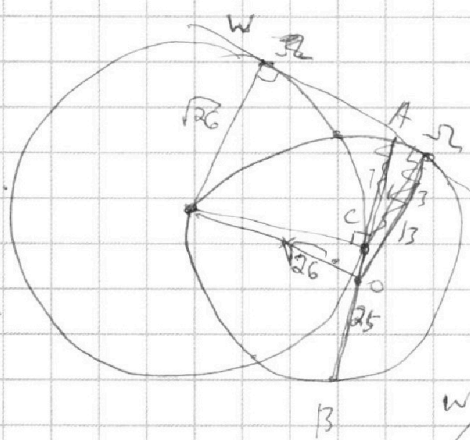
$$8^2 + 2^2 = 56$$

$$28$$

$$\frac{5}{6} \geq x \geq \frac{4}{6} \quad 2 \sqrt{\dots} = (5 - 6x)(5 - 6x - 4)$$

$$(5 - 6x)^2 (6x - 4)^2 = 2^2 (3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)$$

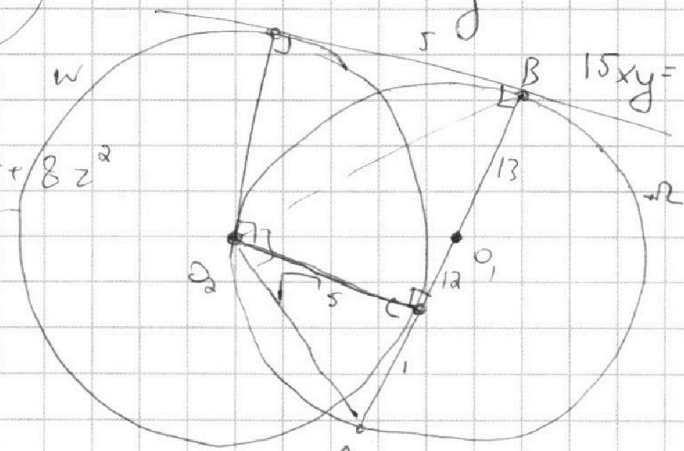
$$\frac{36}{6} \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{2}{3}$$



$$25x^2 = y^2 + 9z^2 - 6yz \quad 5x - y = 3z$$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{8y + x}{xy} = \frac{15}{z}$$



$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2 - 8z^2 + 8z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{8z^2 - 6yz}{y^2 + 3z^2}$$

$$8yz + zx = 15xy$$

$$3y^2 - 9yz = 8yz + zx$$

$$6yz = 15xy - zx - 2yz$$

$$3y^2 + yz = zx$$

$$3z(5x + y) - z^2 = 15xz + 3zy - z^2$$

