



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}, \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{17}, \quad ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Во-первых, $abc: 2^{20} \cdot 7^{37}$, так как

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Чтобы abc было наименьшим, оно не должно делиться на другие делители, кроме 2 и 7, так как иначе abc будет больше.

~~$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$~~

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$
$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$
$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{64} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc: \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64}}$$

$$abc: 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{округляем в большую сторону})$$

$$abc: 2^{26} \cdot 7^{32}$$

На $abc: 7^{37} \Rightarrow$ Наименьше $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Например, $a = 7^{20} \cdot 2^9$ | $\Rightarrow ab = 2^{15} \cdot 7^{20} : 2^{14} \cdot 7^{10}$
 $b = 2^6 \cdot 7^{17}$ | $\Rightarrow bc = 2^{17} \cdot 7^{17} : 2^{17} \cdot 7^{17}$
 $c = 7^{11} \cdot 2^{11}$ | $\Rightarrow ac = 2^{20} \cdot 7^{37} : 2^{20} \cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

~~а~~ ~~а~~ $\frac{a}{b}$ - несократима

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ - сократима на $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow (a+b) : m \Rightarrow (a^2+2ab+b^2) : m \quad / \Rightarrow$$
$$(a^2-6ab+b^2) : m$$

\Rightarrow Так как $a^2+2ab+b^2 : m$, то и $a^2-6ab+b^2 : m$

Есть разность кратна $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow (a^2+2ab+b^2) - (a^2-6ab+b^2) : m$$

$$8ab : m$$

Так как $8ab : m$, значит m - делитель $8ab$.

Но m не должно быть кратно a или b , так как если $m : a$, то

$$(a+b) : a \Rightarrow (a+b) : a \Rightarrow \cancel{a+b} = a \cdot k$$

$\Rightarrow b : a \Rightarrow \frac{a}{b}$ - дробь была бы сокра-

тима, но по условию она несократима $\Rightarrow m \not\vdots a$

Аналогично $m \not\vdots b$, так как иначе $(a+b) : b$ - дробь была бы сократима, а по условию она несократима $\Rightarrow a : b \Rightarrow \frac{a}{b}$ - дробь сократима $\Rightarrow m \not\vdots b$
 $\Rightarrow m \text{ max} = 8$ (например $a=1, b=7$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$m_{\max} = 8$$

Например, $a=1$ $b=7$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{7} \text{ - дробь не сократима}$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} \text{ - дробь сокращается на } 8$$

Также $a^2+2ab+b^2 : m \Rightarrow 3a^2+6ab+3b^2 : m$
Также $a^2-6ab+b^2 : m$

Их сумма также кратна $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4a^2+4b^2 : m$$
$$4(a^2+b^2) : m$$

При $m \nmid 4(a^2+b^2)$ Если m - делитель $a^2+b^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b : a^2+b^2, \text{ но так } a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b \leq a^2+b^2 \Rightarrow \text{Если } a+b < a^2+b^2, \text{ то}$$
$$a+b / a^2+b^2 \Rightarrow m / a^2+b^2$$

$$\text{Если } a+b = a^2+b^2 \Rightarrow a=1 \text{ (при } a, b \in \mathbb{N})$$
$$b=1$$

$\Rightarrow \frac{a}{b}$ - сократима дробь, это не происходит
по условию $\Rightarrow m / a^2+b^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow m$ может быть кратна 4 но мы
ищем максимальное $m \Rightarrow 8 > 4 \Rightarrow m=8$.

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

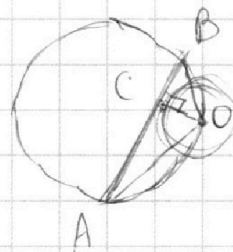
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

Дано: ω , Ω
 AB - кас. к ω

~~Решение:~~

~~$\triangle ABC$~~



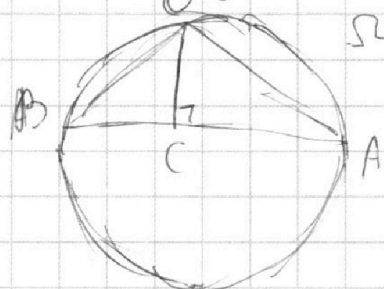
$AC:CB = 7$

~~$R=5$~~
 $r=1$

Найти: AB - ?

Решение: $\triangle ABC$ вписан в окружность Ω .

$$S_{ABO} = \frac{OC \cdot AB}{2}$$



Нам также $S_{ABO} = \frac{OB \cdot BA \cdot \sin \angle AOB}{2} = 4R$
где R - радиус описанной окружности
в нашем случае $R=5$

Так как O лежит на ω - стн Ω .

Так как AB - касательная к ω , где $C \in \omega$
 $\angle OCB = 90^\circ$ $OC = r = 1$

AB - касательная $\Rightarrow OC \perp AB$, где $OC = r$.

По теор. Пифагора: $OC^2 + BC^2 = OB^2$
 $OC^2 + AC^2 = OA^2$

Пусть $BC = x \Rightarrow AC = 7x$ ($\frac{AC}{CB} = 7 \Rightarrow AC = 7 \cdot BC$)
($x > 0$)

$$OC = 1 \Rightarrow OB = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$OA = \sqrt{1 + 49x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{ABO} = \frac{OC \cdot AB}{2}$$

$$OC = 1$$

$$AB = BO + OA = x + 7x = 8x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{ABO} = \frac{1 \cdot 8x}{2} = 4x$$

$$S_{ABO} = \frac{OB \cdot BA \cdot AO}{4R} = \frac{8x \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}}{4 \cdot 5}$$

$$\frac{8x \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}}{4 \cdot 5} = 4x$$

$$\sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2} = 10 \quad \left| \begin{array}{l} \text{возведем в квадрат} \\ \text{обе части} \\ \text{положительные} \end{array} \right.$$

$$(1+x^2)(1+49x^2) = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad x^2 = -\frac{99}{49}$$

$$x = 1 \quad x \in \emptyset$$

$$AB = 8x \rightarrow AB = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x, \quad x \notin \left[\frac{2}{3}; 1\right]$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Замена: } 2x^2 - 5x + 3 &= a, & a > 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 &= b, & b > 0 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда: } \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$(a - \sqrt{a}) = b - \sqrt{b}$$

$$\text{Тогда } a = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\text{Либо } a = 1, b = 0 \Rightarrow \begin{aligned} 2x^2 - 5x + 3 &= 1 \\ 2x^2 + 2x + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$\text{Либо } b = 1, a = 0 \Rightarrow \begin{aligned} 2x^2 - 5x + 3 &= 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 &= 1 \end{aligned}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x$$

$$x = \frac{3}{7}$$

Ответ: $\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

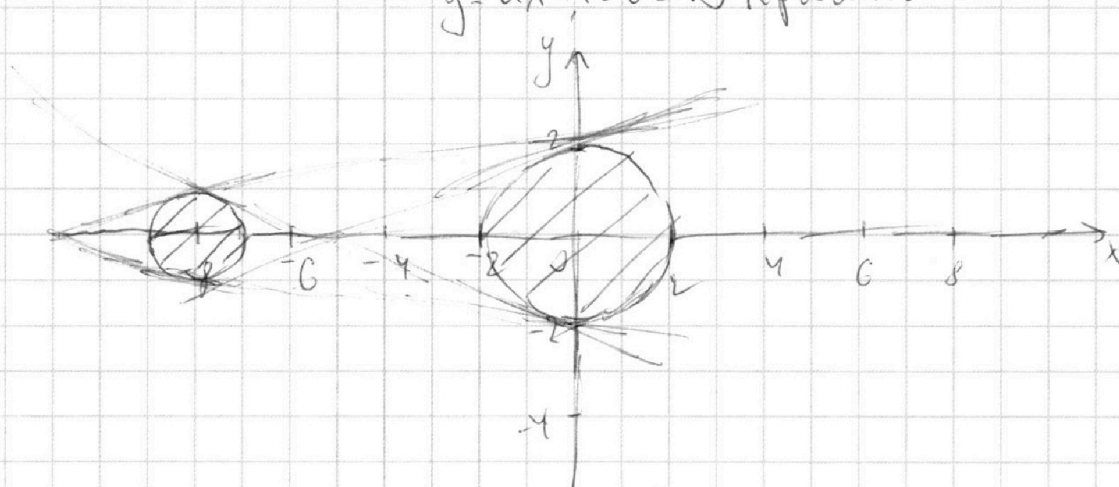
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{N 6} \begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Нарисуем график

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 = 1 & - \text{окружность, центр } (-8; 0) \\ x^2 + y^2 = 4 & - \text{окружность, центр } (0; 0) \\ y = ax + 10b & - \text{прямая} \end{aligned}$$



Заштрихованная область \rightarrow область, которая подпадает под второе неравенство.

Если прямая $y = ax + 10b$ будет пересекать окружность, то будет 2 решения.

Если окружность не будет пересекаться

Чтобы было 2 решения $y = ax + 10b$ должна быть касательной к ~~окружности~~ ~~обеим~~ ~~окружностям~~.

$$\text{Тогда } y = ax + 10b \text{ где } \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 = 1 \\ x_1^2 + y_1^2 = 4 \end{cases}$$

$$y - ax = y_1 - ax_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$y = \frac{y_1}{x}$~~ $y = \pm \sqrt{1 - (x+8)^2}$ $y_1 = \pm \sqrt{1 - x_1^2}$

Всего получается 4 параметра a , при этом.

$$\frac{1 - (x+8)^2}{x^2} = \frac{1 - x_1^2}{x_1^2}$$
$$\frac{-x^2 - 16x - 64}{x^2} = \frac{1 - x_1^2}{x_1^2}$$
$$\frac{-16x - 64}{x^2} = \frac{1}{x_1^2}$$

$a_1 = -a_2$
 $a_3 = -a_4$ \Rightarrow

\Rightarrow Всего y две касательные

Ответ: всего 4 параметра a , при которых найдутся значения b .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \frac{1}{2} h \cdot a = \frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\frac{abc}{4R} = \frac{1}{2} h \cdot a$$

$$\begin{aligned} x^2 + 16x + 64 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 + 16x + 63 &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1} = 2 \cdot 28 \cdot 1$$

$$bc = 2R \cdot h$$

$$y = ax + 106$$

$$(x^2+1)(49x^2+1) = 2500$$

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ y &= ax + 106 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 49x^4 + 50x^2 - 2499 &= 0 \\ 49x^4 + 50x^2 - 99 &= 0 \end{aligned}$$

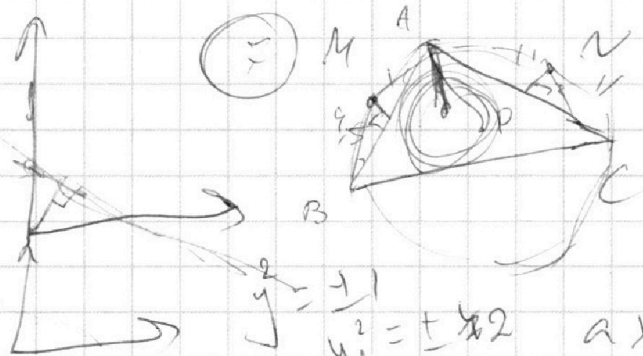
$$y - ax = y_1 - ax_1 \quad x^2 = 1$$

$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 4 \\ y_1 &= \sqrt{4-x_1^2} \quad (x=1) \end{aligned}$$

$$a = \frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$\sqrt{1-(x+8)^2} - ax = \sqrt{4-x_1^2} - ax_1$$

$$AB = 8$$



$$g = \frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{21}{1} = 1$$

$$x + 2y - x - 1 = 0$$

$$g = \frac{|Ax^2 + By + C|}{\sqrt{A+B^2}}$$

$$ax - y + 106 = 0$$

$$y = ax + 106$$

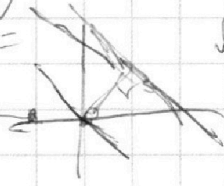
$$\begin{aligned} (x+8)^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$a^2 + (4412 - a^2) = \sqrt{2}$$

$$y = -x$$

$$g = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$y = -x + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 106 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 106 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 106 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$y - ax = y_1 - ax_1$$

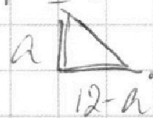
$$(x+8)^2 + y_2^2 = 1$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 4 \quad x = \frac{2}{7}$$

$$\begin{cases} y_1 = \pm \sqrt{4 - x^2} \\ y = \sqrt{1 - (x+8)^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + \frac{9}{49}} - \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{4}{7} + \frac{2}{49}} = 0$$



$$\frac{11}{7} = \frac{11}{7}$$

$$4x^2 - 5x + 3 - 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)} = 4 + 49x^2 - 48x$$

$$-45x^2 + 25x = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)}$$

$$-5x(9x-5) = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)}$$

$$+25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$y = ax + 106$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$D = \frac{4Ax^2 + 4By + C}{4A + 4B + 4C} \quad (a - \sqrt{a}) = b - \sqrt{b}$$

$$a - b = 2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

① $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$ $ac = 2^{20} \cdot 7^{27}$ ~~МЗМЗМЗ~~

~~$a = 2^{10} \cdot 7^3$~~

$a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 7^{64}$

$abc = 2^{20} \cdot 7^{32}$

~~$a = 2^{13} \cdot 7^2$~~

~~$b = 2^4 \cdot 7^5$~~

$abc = 2^8 \cdot 7^2$

$a = 2^8$ $c = 2^{11}$ $b = 7^2$

$ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$
 $bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$
 $ca = n \cdot 2^{20} \cdot 7^{27}$

$a^2 b^2 c^2 = kmn \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$

② $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$
 $1 - 2 + 1$

$a+b : m$
 $a^2-6ab+b^2 : m$

$a^2+2ab+b^2 : m$
 $a^2-6ab+b^2 : m$
 $3a^2+6ab+3b^2 : m$

$a = 1$ $b = 7$

$\frac{a+b}{ab} = \frac{a}{b} + \frac{1}{b}$

$4a^2+6ab+b^2 : m$

$\frac{1+49-42}{8} = \frac{8}{8} = 1$

a, b - ~~равны~~ либо оба четные,
либо разной четности

$\frac{a+b}{a^2+b^2}$

$a+b : n$ $a^2+2ab+b^2 : n$
 $a^2+b^2 : n$ $a^2+b^2 : n$
 $2ab : n$

$\frac{a^2-6ab+b^2}{a^2+b^2}$

Ответ: 8

③ $\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$\Delta = 25 - 24 = 1$ $\Delta = 4 - 8$

~~$x = \frac{5 \pm 1}{4}$~~
 $x \in [\frac{3}{4}, 1]$

$\sqrt{(x-1)(2x-3)} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$(2x^2-5x+3)\sqrt{2x^2+2x+1} = 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 = 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$(2x^2 - 5x + 3)$$

$$4 \quad -6 \quad -2 \quad 1 \quad 3$$

$$(2x^2 - 5x + 3 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3}) =$$

$$1 \quad 4 \quad -2 \quad -4 \quad -3 \quad 0$$

$$= (2x^2 + 2x + 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(4x^3 - 2x^2 - 4x - 3)$$

$$a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}, \quad a, b \geq 0$$

$$4 \quad -2 \quad -4 \quad -3$$

$$a = b$$

$\text{ли } a = 1 \quad b = 0$
 $b = 1 \quad a = 0$

$$\frac{3}{2} \cdot 4 \quad 4 \quad 2 \quad 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$\neq x = 1$

$$-2 \sqrt{(x-1)(x-1,5)} (4x^2 + 4x + 2) = 2 - 7x$$

$$2(2x^2 + 2x + 1)$$

$$a = 16 \quad b = 1 \quad a = 0$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x$$

$$4x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$\neq x = 3$$

$$2(2x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$x = \frac{3}{7}$$

$$(2x^2 + 2x + 1) = (x-1)(x-1,5)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 10x + 6$$

$$2x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$a = 7 \cdot 2^0$$

$$c = 7 \cdot 2^1$$

$$b = 2^6$$

$$2 \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2(x-1) \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$D = 144 - 40 = 104$$

$$\sqrt{12 \pm}$$

$$2 \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2x^2 - 5x + 3$$

$$\neq x = 2$$

$$x = \frac{2}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 10b \end{cases} \quad \begin{matrix} x=0 & y = \pm 2 & y=0 & x = \pm 2 \\ 10b = -2a & & & b = \frac{1}{5} \\ 10b = 2a & & & b = -\frac{1}{5} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ (x_1^2 + 5)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = -8 & y = \pm 1 \\ 1 = -8a + 10b \\ -1 = -8a + 10b \end{matrix}$$

5) $2x_2^2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$x_2 = 6 + x_1$$

$$p = \frac{\sqrt{Ax^2 + By + C}}{|A+B|}$$

$$10 \cdot 24 = 240$$

2) $a=1, b=15$

$$\frac{16}{1+225-90} = \frac{16}{136} = \frac{4}{34} = \frac{2}{17}$$

$$y = ax + 10b$$

$$ax - y + 10b = 0$$

3)

$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \frac{25 \cdot 8x^2}{4 \cdot 255}$$

$$S = 4x \cdot 10x$$

$$S = 4x \cdot \sqrt{25 - 16x^2}$$

$$2x = 4x \cdot \sqrt{25 - 16x^2}$$

$$2 \cdot \sqrt{25 - 16x^2} = 1$$

$$4(25 - 16x^2) = 1$$

$$100 - 64x^2 = 1$$

$$64x^2 = 99$$

$$x^2 = \frac{99}{64}$$

$$x = \frac{3\sqrt{11}}{8}$$

$$p = \frac{\sqrt{10b}}{|a-1|}$$

$$2 = \frac{\sqrt{10b}}{|a-1|}$$

$$100 - 64x^2 = 1$$

$$64x^2 = 99$$

$$x^2 = \frac{99}{64}$$

$$x = \frac{3\sqrt{11}}{8}$$

$$64a = 306$$

$$32a = 153 = \frac{10}{8} \cdot 64a + 10b = 106$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(C)
$$\begin{cases} ax - y + 106 = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 106$$

$$y = a\sqrt{4-x^2} + 106$$

$$y_1 = a\sqrt{41 - (x+8)^2} + 106$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

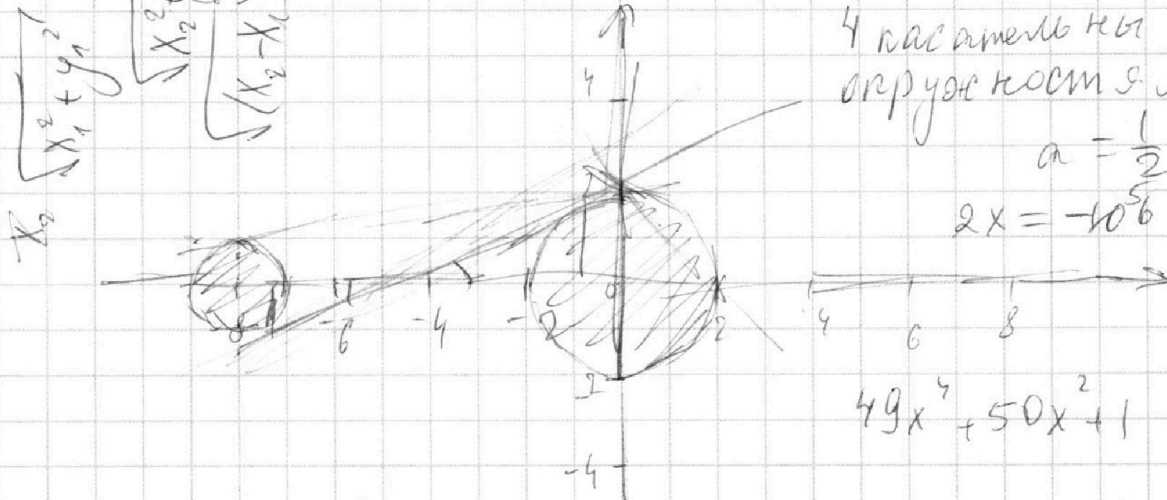
$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

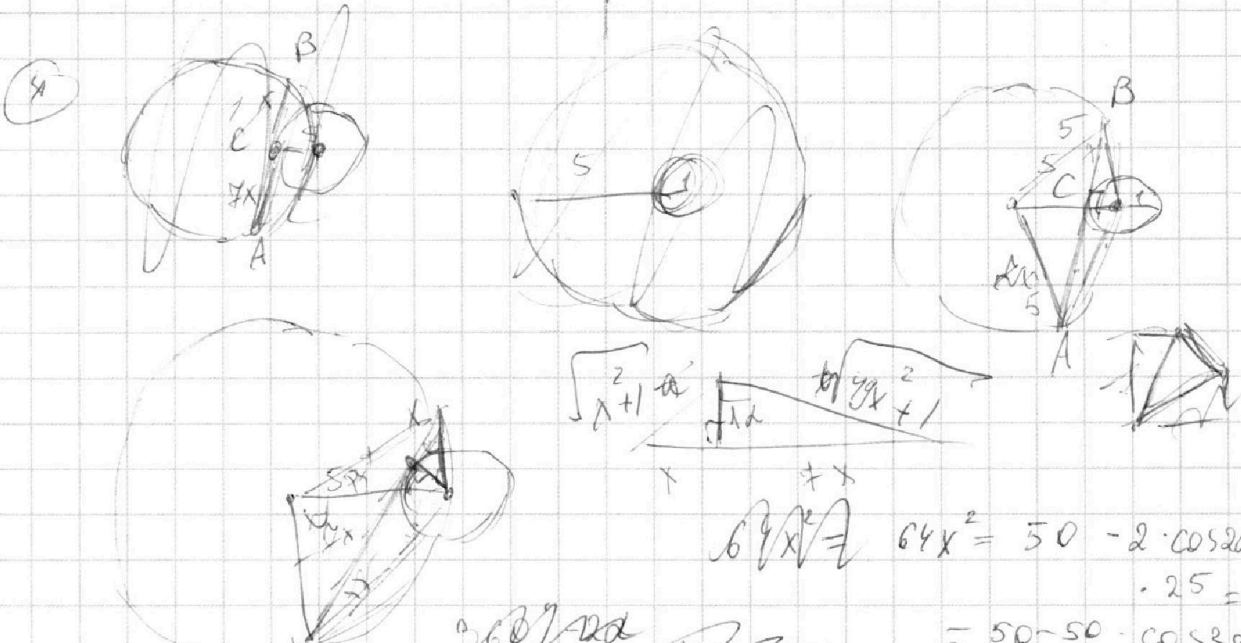
4 касательные к кр. к
 окружностям с ос. x

$$a = \frac{1}{2}$$

$$2x = -106$$



$$49x^4 + 50x^2 + 1$$



$$\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$64x^2 = 50 - 2 \cdot \cos 2\alpha \cdot 25 = 50 - 50 \cdot \cos 2\alpha$$

$$50 - 10 \cdot \sin \alpha \cos \alpha = 50x^2$$

$$64x^2 = 50x^2 + 25 - 2 \cos \alpha \cdot \sqrt{(49x^2 + 1)(x^2 + 1)}$$