



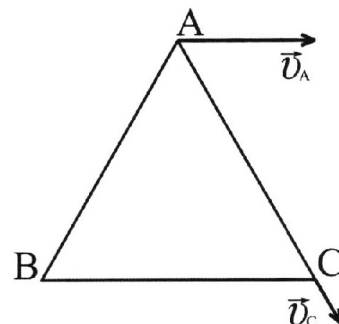
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t = 0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC и по величине равна $v_A = 0,6$ м/с, а скорость $\vec{v}_C$ вершины C направлена вдоль стороны AC. Длины сторон треугольника $a = 0,3$ м.



1. Найдите модуль v_C скорости вершины C.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит восемь оборотов?

Пчела массой $m = 60$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины B.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

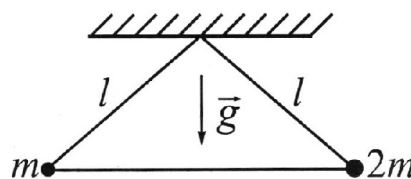
2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали. В процессе подъема на высоте $h = 15$ м фейерверк находился через $\tau = 1$ с после начала полета.

1. На какую максимальную высоту H поднимается фейерверк? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 30$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние L_{MAX} между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

3. Два шарика с массами $m = 200$ г и $2m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарик скреплен с легким стержнем длины $L = 1,2l$. Систему удерживают так, что шарик находится на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_1$ ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_1 ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.



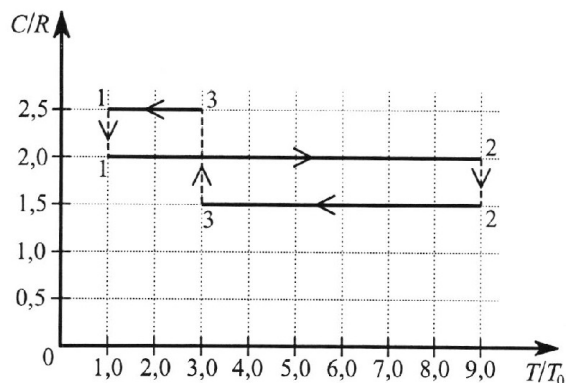
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 200$ К.

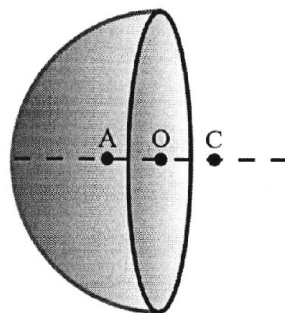


1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.

2. Какое количество Q_1 теплоты подводится к газу в процессе расширения за один цикл?

3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 415$ кг за $N = 25$ циклов тепловой машины? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закреплённой диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . В точке О кинетическая энергия частицы равна K .



1. С какой скоростью V частица движется на большом по сравнению с R расстоянии от точки О? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.

2. Найдите скорость V_C , с которой частица движется в точке С. Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



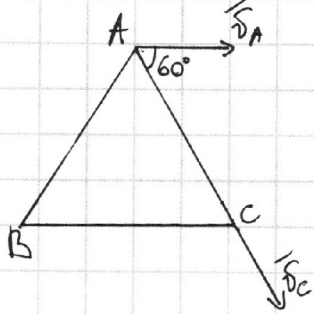
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)

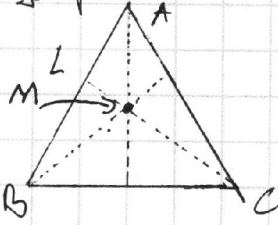


Вектор скорости точки A параллелен BC $\Rightarrow$ составляет угол 60° со стороной AC

Так как длина AC не меняется, то проекции скоростей точек A и C на AC должны быть равны:

$$v_A \cos 60^\circ = v_C \cos 60^\circ \Rightarrow v_C = v_A \cos 60^\circ = \frac{v_A}{2} = 0,3 \text{ м/с}$$

2) Центр масс правильного треугольника лежит на пересечении медиан:



M - центр масс

Причем в системе центра масс (цм) внешних сил) треугольник вращается с постоянной угловой скоростью, тогда вектор скорости каждой точки перпендикулярен направлению на нее от центра масс.

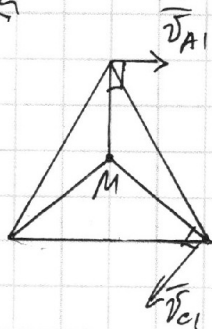
Из этого следует, что вектор скорости центра масс параллелен BC, т.к. для каждой точки ее скорость в системе центра масс у.м. равна:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_0 - \vec{v}_{\text{цм}}; \vec{v}_0 - \text{ее скорость в лаб. СД}; \vec{v}_{\text{цм}} - \text{скорость центра масс.}$$

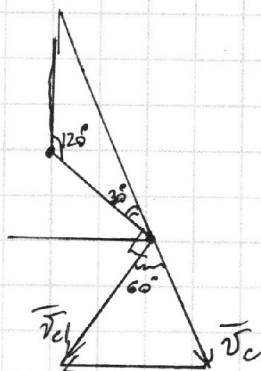
Так как вектор скорости $\vec{v}_A$ должен остаться параллелен вектору скорости $\vec{v}_{A1}$ в системе центра масс, то $\vec{v}_{\text{цм}} \parallel BC$.

В силу симметрии $MA = MC = MB \Rightarrow v_{A1} = v_{C1}$:

Причем



Рассмотрим $\vec{v}_C$:



В треугольнике $\vec{v}_C - \vec{v}_{\text{цм}}$; $\vec{v}_{C1}$ угол между $\vec{v}_{C1}$ и $\vec{v}_C$ равен 60° ; $-\vec{v}_{\text{цм}} \parallel BC \Rightarrow$ угол между $\vec{v}_{C1}$ и $-\vec{v}_{\text{цм}}$ равен $60^\circ \Rightarrow v_C = v_{C1} = v_{\text{цм}} = 0,3 \text{ м/с}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда угл. скорость вращения пластины в системе центра масс равна:

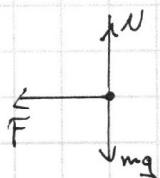
$$\omega = \frac{v_{c1}}{r}; \quad r = \frac{2}{3} CL = \frac{2}{3} a \cos 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = 0,1\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

$$\omega = \frac{v_{c1}}{r} = 10\sqrt{3} \text{ с}^{-1}$$

Время, за которое пластина сделает 8 оборотов, равно:

$$t = \frac{2\pi \cdot 8}{\omega} = \frac{16\pi}{\omega} = \frac{16\pi}{10\sqrt{3}} \text{ с} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3} \text{ с}$$

3) Т.к. пластина будет вращаться вокруг точки M с угл. скоростью ω , то:



$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{mg} + \vec{F}; \quad N = mg \Rightarrow |\vec{R}| = |\vec{F}| = m\omega^2 r$$

$$R = m\omega^2 r = 18\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ Н}$$

$$\text{Ответ: } v_c = 93 \text{ м/с}; \quad t = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3} \text{ с}; \quad R = 18\sqrt{3} \text{ мН}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Так как фрейсверк оказался на высоте h через время t в процессе подъема, то он еще не достиг высшей точки траектории. Уравнение движения фрейсверка вдоль вертикальной оси:

$$h(t) = \cancel{20t} - \frac{gt^2}{2}; \quad h = \cancel{20t} - \frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow \cancel{20t} = h + \frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{20} = \frac{h}{t} + \frac{gt}{2} = 20 \text{ м/с}$$

По закону сохранения энергии (скорость фрейсверка в высшей точке траектории равна 0)

$$\frac{mv^2}{2} = mgh \Leftrightarrow H = \frac{v^2}{2g} = 20 \text{ м}$$

2) Так как расстояние между осколками максимальное, то векторы их скоростей противоположны:

Т.к. в момент разрыва действовали внешние силы, можно пренебречь, то по закону сохранения импульса

0.2 м, = m₁v₀ - m₁v₁ $\Leftrightarrow$ v₁ = v₀ (проекции на ось z $\uparrow \uparrow$ v₀)

Вектор v₀ направлен под углом α к горизонту:

Уравнения движения осколка 1 вдоль вертикальной и горизонтальной осей:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \\ y(t) = \cancel{v_0 t} - \frac{gt^2}{2} + H \end{cases}$$

Для осколка 2 вдоль тех же осей:

$$\begin{cases} x_2(t) = -v_0 \cos \alpha t \\ y_2(t) = \cancel{-v_0 t} - \frac{gt^2}{2} + H \end{cases}$$

Также, в момент разрыва для осколка 1:

$$y_1(t_1) = 0 \Leftrightarrow \frac{gt_1^2}{2} = v_0 t_1 \quad H = 0 \Leftrightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{g}{2} t_1^2 - v_0 t_1 - H = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} \Rightarrow t_1 =$$

Расстояние по земле между осколками равно $L = v_0 \cos \alpha t_1 + v_0 \cos \alpha t_2 = v_0 \cos \alpha (t_1 + t_2)$; t_1, t_2 — время падения каждого осколка.

t_1 и $t_2 \geq 0$, тогда:

$$\begin{cases} \frac{g}{2} t_1^2 - \frac{v_0 \sin \alpha t_1}{\sin \alpha} - H = 0 \\ \frac{g}{2} t_2^2 + \frac{v_0 \sin \alpha t_2}{\sin \alpha} - H = 0 \end{cases} \Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g} + \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g} =$$

$$= \frac{2\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

$$L = \frac{2v_0}{g} \cdot \cos \alpha \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}$$

иначе можно выразить $\cos \alpha \sqrt{a \sin^2 x + b} = f(x)$ $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$

Максимум достигается при

$$f(x) = \cos x \sqrt{a + b - a \cos^2 x} = \sqrt{(a+b) \cos^2 x - a \cos^4 x}; \cos^2 x = t$$

$$f(t) = \sqrt{(a+b)t - at^2} \text{ максимальна при } t = \frac{a+b}{2a} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{v_0^2 + 2gH}{2v_0^2} = \frac{13}{18}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{13}{18}}; \sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{18}}$$

$$L_{\max} = v_0 \cos \alpha \frac{2\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g} = 2\sqrt{4325} \approx 126 \text{ м}$$

Ответ: 20 м; $2\sqrt{4325}$ м



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

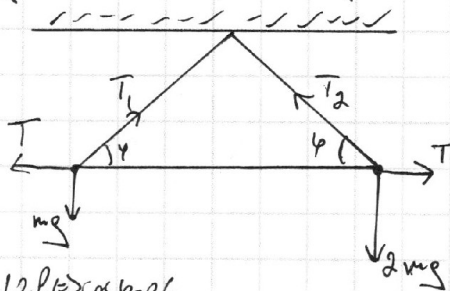
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А) Когда система в равновесии:



1) Когда систему отпустили:



$$2\cos\varphi = 1,2 \Rightarrow \cos\varphi = 0,6$$

Стержень начинает превращаться по часовой стрелке. нити натянуты, тогда шарик массой m начинает вращаться по окружности радиусом l ; его ускорение составит угол $\alpha = 90^\circ - \varphi \Rightarrow \sin\alpha = 0,6$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$V_2 = 3V_0 \Rightarrow \text{из процесса 2-3: } 3V_0(p_2 - p_0) = 6p_0V_0,$$

$$p_2 - p_0 = 2p_0 \Rightarrow p_2 = 3p_0$$

Для зависимости 1-2: рассмотрим малые изменения температуры pV :

$$\delta Q = \nu \cdot 2R \delta T = p \delta V + \frac{3}{2} \delta(pV)$$

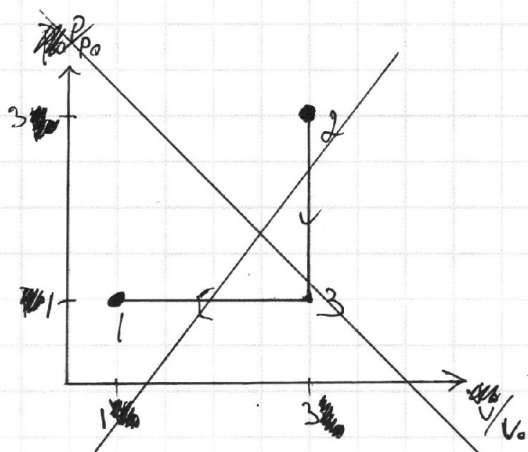
$$\cancel{2} \delta(pV) = p \delta V + \frac{3}{2} \delta(pV)$$

$$2p \delta V = \delta(pV)$$

$$2p \delta V = p \delta V + V \delta p \Leftrightarrow p \delta V = V \delta p$$

$$\frac{p}{V} = \frac{dp}{dV} \Rightarrow p(V) = \alpha V$$

Зависимость линейная



2) $Q_1 = \nu 2R \cdot 8T_0 = 26592 \text{ Дж}$ - теплоприведенное в процессе расширения 1-2

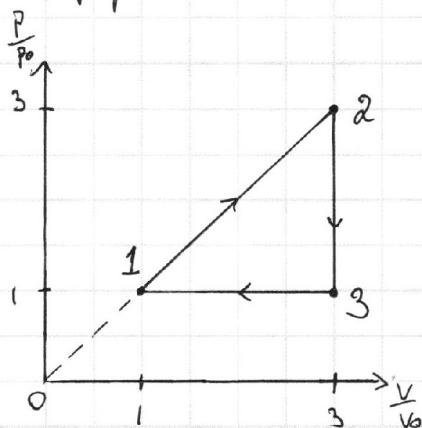
3) Работа, совершенная газом за цикл $A = A_{12} - A_{31}$

$$A = Q_{12} - \frac{3}{2}(9p_0V_0 - p_0V_0) - p_0 \cdot 2V_0 = 16p_0V_0 - 14p_0V_0 = 2p_0V_0 = 2\nu RT_0 = 3324 \text{ Дж}.$$

По ЗСЗ:

$$m_g H = \nu A \frac{1}{2} \Rightarrow H = \frac{\nu A}{2m_g} = \frac{831}{83} \text{ м} \approx 10 \text{ м}$$

1) График к п.1:



Ответ: 26592 Дж ; $\frac{831}{83} \text{ м}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~Температура~~ Молярная теплоемкость одноатомного иди. газа в процессе 2-3 равна $\frac{3}{2}R \Rightarrow$ это изохорный процесс. (т.к. $C_v = \frac{i}{2}R; i=3$)

Аналогично, в процессе 3-1 ~~температура~~ молярная теплоемкость $\frac{5}{2}R \Rightarrow$ этот процесс изобарный (т.к. $C_p = \frac{i+2}{2}R; i=3$)

Уравняем состояния в начальном состоянии 1:

$$p_0 V_0 = \nu R T_0$$

Для процесса 1-2: $C = 2R \Rightarrow Q_{12} = \nu \cdot 2R \cdot 2T_0 = 16 \nu R T_0$

~~$$p_2 V_2 = \nu R T_0 = 9 p_0 V_0$$~~

~~Для процесса 2-3:~~

~~$$C_v = \frac{3}{2}R \Rightarrow |Q_{23}| = \nu C_v \cdot 6T_0 = \Delta U \quad (\text{т.к. в изохорном процессе работа нулевая})$$~~

~~$$\frac{V_0 \Delta p_{23}}{p_0} = \nu \frac{3}{2}R \cdot 6T_0 = \nu \cdot \frac{3}{2}R \cdot \frac{6 p_0 V_0}{\nu R} = 9 p_0 V_0 \Leftrightarrow \Delta V_{23} = 9 V_0$$~~

~~$$\text{Тогда } V_2 = 10 V_0 \quad p_2 = 10 p_0$$~~

~~Для процесса 3-1:~~

~~$$C_p = \frac{5}{2}R \Rightarrow |Q_{31}| = \nu \cdot \frac{5}{2}R \cdot 2T_0 = \nu \cdot \frac{5}{2}R \cdot \frac{2 p_0 V_0}{\nu R} = 5 p_0 V_0$$~~

~~$$p_0 \Delta V_{31} = \nu \cdot \frac{5}{2}R \cdot \frac{2 p_0 V_0}{\nu R} = 5 p_0 V_0 \Leftrightarrow \Delta V_{31} = 5 V_0 \Leftrightarrow V_3 = 6 V_0$$~~

Для процесса 2-3:

$$C_v = \frac{3}{2}R \Rightarrow |Q_{23}| = \nu C_v \cdot 6T_0 = 9 \nu R T_0 = \Delta U_{23} \quad (A_{23} = 0)$$

$$\frac{3}{2} V_3 \Delta p_{23} = 9 \nu R T_0 = 9 p_0 V_0 \Leftrightarrow V_3 (p_2 - p_0) = V_2 (p_2 - p_0) = 6 \nu R T_0 = 6 p_0 V_0$$

Для процесса 2-1:

$$C_p = \frac{5}{2}R \Rightarrow |Q_{21}| = \nu C_p \cdot 2T_0 = 5 \nu R T_0 = |A_{31}| + |\Delta U_{31}| = p_0 \Delta V_{31} + p_0 (V_3 - V_0) + \frac{3}{2} p_0 (V_3 - V_0) = \frac{5}{2} p_0 (V_3 - V_0) = 5 p_0 V_0 \Leftrightarrow p_0 (V_2 - V_0) = 2 p_0 V_0 \Leftrightarrow V_2 = 3 V_0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Потенциал на поверхности сферы в точке O по принципу суперпозиции равен сумме ~~всех~~ потенциалов, создаваемых полем каждой точки сферы. Для точки: ~~$\Delta\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R}$~~ $d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow \varphi = \sum d\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

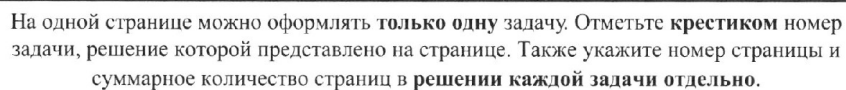
Тогда можно также рассчитать ~~энергию~~ энергию системы в точке O :

~~$K = \frac{mv^2}{2}$~~ $E = K + \varphi q = K + \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R}; E = \text{const}$

По закону сохранения энергии:

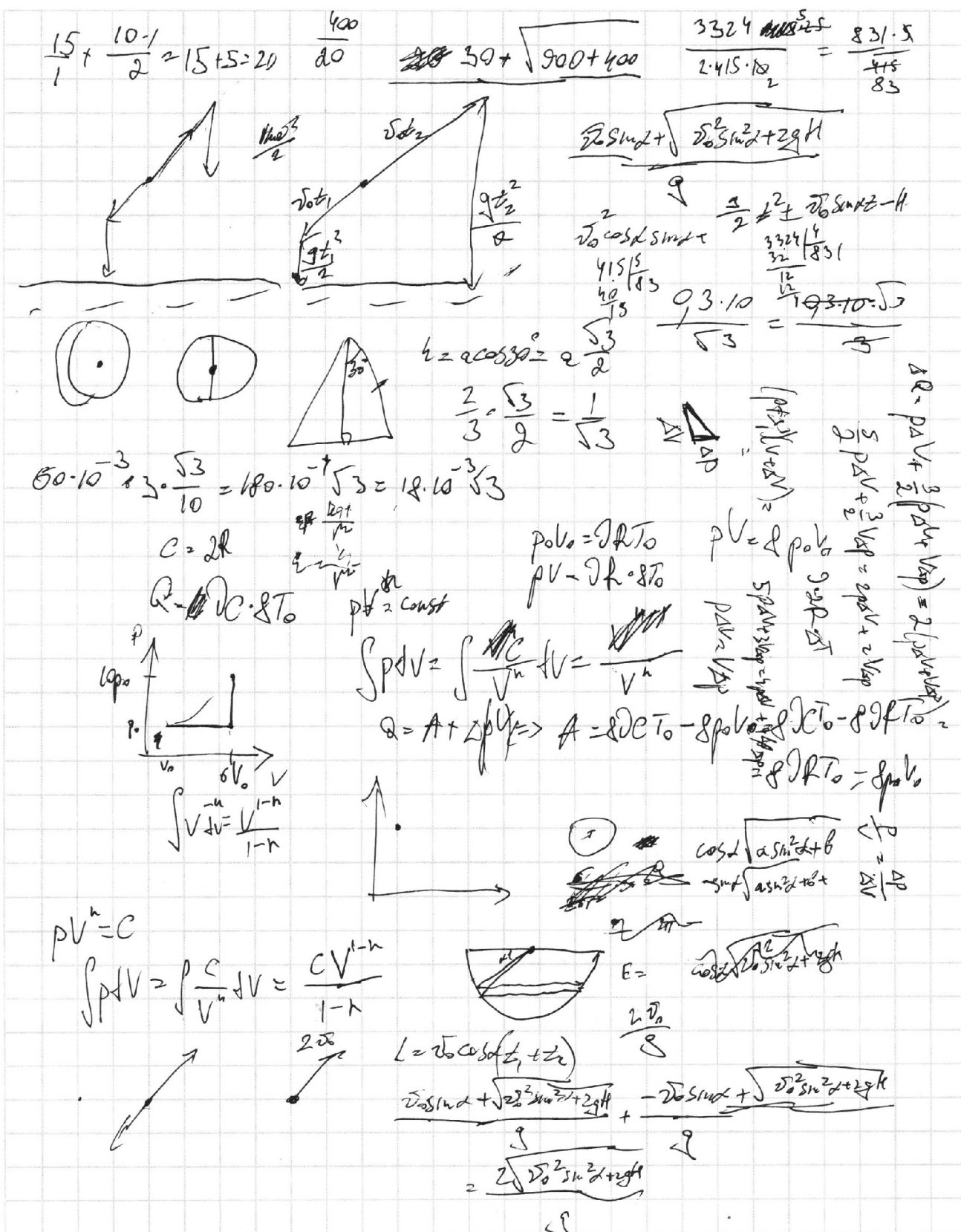
~~$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R} + K = \frac{mv^2}{2}$~~ (наблюдается φ нулевой)

~~$v = \sqrt{\frac{2Qq}{4\pi\epsilon_0 R} + 2K} = \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 R} + 2K}$~~



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$30 \cdot \sqrt{\frac{18}{13}} \cdot \frac{5}{\sqrt{900 \cdot \frac{18}{13} + 400}} \cdot 6 \cdot \sqrt{\frac{18}{13}} = 59.5$$