

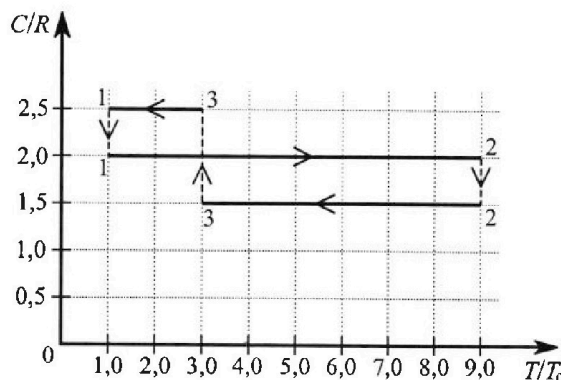
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 200$ К.

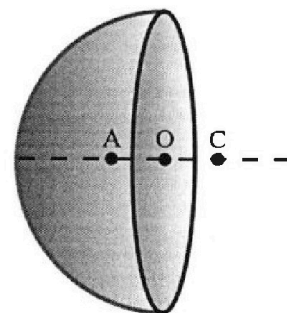


1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.

2. Какое количество Q_1 теплоты подводится к газу в процессе расширения за один цикл?

3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 415$ кг за $N = 25$ циклов тепловой машины? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закреплённой диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . В точке О кинетическая энергия частицы равна K .



1. С какой скоростью V частица движется на большом по сравнению с R расстоянии от точки О? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.

2. Найдите скорость V_C , с которой частица движется в точке С. Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



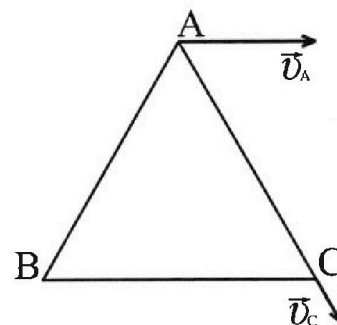
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t = 0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC и по величине равна $v_A = 0,6$ м/с, а скорость $\vec{v}_C$ вершины C направлена вдоль стороны AC. Длины сторон треугольника $a = 0,3$ м.



1. Найдите модуль v_C скорости вершины C.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит восемь оборотов?

Пчела массой $m = 60$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины B.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

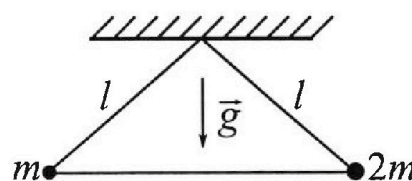
2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали. В процессе подъема на высоте $h = 15$ м фейерверк находился через $\tau = 1$ с после начала полета.

1. На какую максимальную высоту H поднимается фейерверк? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 30$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние $L_{\max}$ между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

3. Два шарика с массами $m = 200$ г и $2m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарiki скреплены с легким стержнем длины $L = 1,2l$. Систему удерживают так, что шарiki находятся на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_1$ ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_1 ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

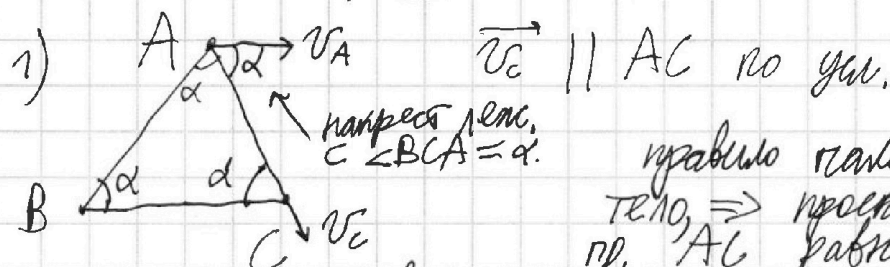
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

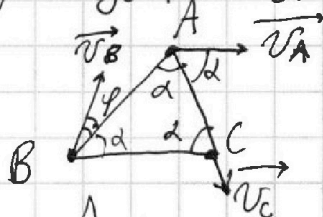
Дано: $v_A = 0,6 \text{ м/с}$; $\vec{v}_A \parallel BC$; $a = 0,3 \text{ м}$
1) $v_C = ?$ 2) СЦМ: $\omega = ?$ 3) $m = 60 \text{ Мг} < m_{пл}$. $R = ?$
Решение.



$\alpha = 60^\circ$; т.к. $\triangle ABC$ равност.

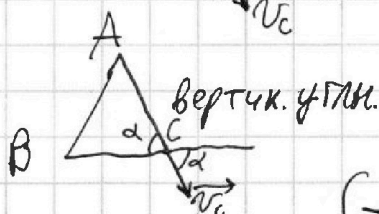
правило палочки: AC — твёрдое тело, $\Rightarrow$ проекции $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_C$ на пр. AC равны; $v_A \cos \alpha = v_C \cos 0$.
 $v_A \cdot \frac{1}{2} = v_C$. $v_C = 0,3 \text{ м/с}$

2) Кингём v_B . Пусть $\angle(\vec{v}_B; \vec{BA}) = \varphi$. Правило палочки:



$$\begin{cases} v_B \cos \varphi = v_A \cos(180^\circ - 2\alpha) \\ v_B \cos(\varphi + \alpha) = v_C \cos \alpha \end{cases}$$

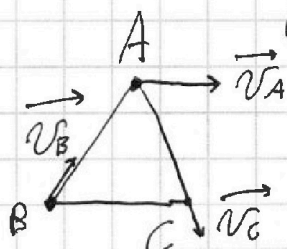
$$\begin{cases} v_B \cos \varphi = \frac{1}{2} v_A \\ v_B \cos(\varphi + \alpha) = \frac{1}{4} v_A \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi + \alpha)} = 2 \\ v_B = \frac{v_A}{2 \cos \varphi} \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0; \cos \varphi = 1; \cos(\varphi + \alpha) = \frac{1}{2}$$

$$v_B = \frac{v_A}{2} = 0,3 \text{ м/с}; \Rightarrow v_B = v_C = \frac{1}{2} v_A$$

$\vec{v}_B \parallel \vec{BA}$

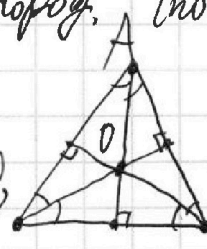


Пусть $\vec{v}_0$ — скорость центра масс.

Плоскость ABC однород. (по усл.) $\Rightarrow$ её центр в т.о. — точка пересечения медиан, бисс., высот, сред. л.

т.к. $\triangle ABC$ равност.

В СЦМ $\triangle ABC$ вращается вокруг $т.о.$, в этой СЦ: u_A, u_B, u_C — отн. скорости точек A, B, C соств.



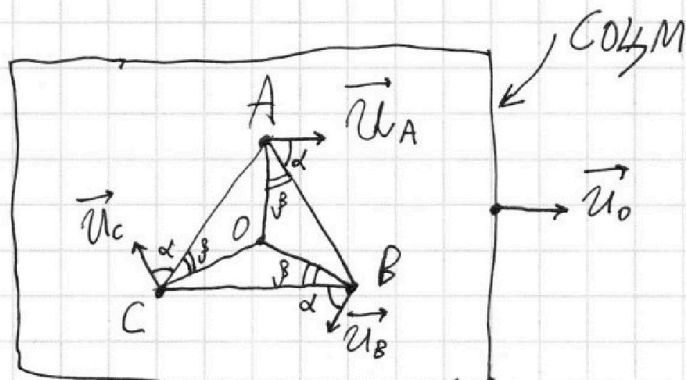


1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\vec{u}_A \perp OA, \vec{u}_B \perp OB, \vec{u}_C \perp OC.$$



$$u_A = u_B = u_C = \text{твёрд. тело.}$$

$$\beta = 30^\circ \text{ (биссектр.); } \Rightarrow 90^\circ - \beta = 60^\circ = \alpha.$$

$$\begin{cases} \vec{u}_A + \vec{u}_0 = \vec{v}_A \\ \vec{u}_B + \vec{u}_0 = \vec{v}_B \\ \vec{u}_C + \vec{u}_0 = \vec{v}_C \end{cases} \quad (3\text{-й закон, скорости})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_0 \uparrow \vec{v}_A; \\ u_0 = \frac{1}{2} v_A \end{cases}$$

$$u_A = v_A - u_0 = \frac{1}{2} v_A.$$

$$\Rightarrow u_A = u_B = u_C = \frac{1}{2} v_A = 0,3 \text{ м/с.}$$

$$r = OA = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{2}{3} a \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{a}{\sqrt{3}}. \quad (\text{медиана } \perp \text{ к } BC, \text{ в } \triangle ABC; \text{ в } \triangle OBC, \text{ см. от вершины}).$$

$$OA = OB = OC = r.$$

Пусть ω — угловая ск. вращ. в СОЦМ. пластины ABC.

$$\omega = \frac{u_A}{OA} = \frac{\frac{1}{2} v_A}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} v_A}{2a} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,6}{2 \cdot 0,3} \text{ рад/с} = \sqrt{3} \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

$$\omega = \sqrt{3} \text{ рад/с} \approx 1,732 \text{ рад/с. } 8 \text{ оборотов} \Rightarrow 8 \cdot 2\pi \text{ рад} \Rightarrow 16\pi \text{ рад. } \omega \tau = 16\pi \text{ рад. } \sqrt{3} \tau = 16\pi \text{ с.}$$

$$\tau = \frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ с}$$

3) СОЦМ — ИСО, её скор. $\vec{u}_0 = \text{const.}$ в СОЦМ: $\vec{u}_0 = \text{const.}$ $\Rightarrow$ $a = \omega^2 \cdot r.$ $\Rightarrow R = m a.$ $R = m \omega^2 r.$ $\Rightarrow$ $R = 60 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot \frac{0,3}{\sqrt{3}} \text{ Н} = 60 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{3} \text{ мкН} = 18\sqrt{3} \text{ мкН}.$

Ответ: 1) $v_C = 0,3 \text{ м/с};$ 2) $\tau = \frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ с};$ 3) $R = 18\sqrt{3} \text{ мкН}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

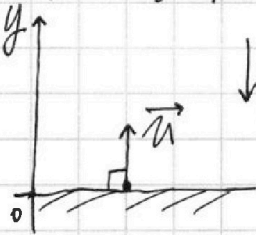
Задача 2.

Дано: $h = 15 \text{ м}$; $\tau = 1 \text{ с}$ (в прощ. подвёма); $g = 10 \text{ м/с}^2$

1) $H = ?$ (макс. высота). 2) на макс. выс.: на 2 осколка равных масс; $V_0 = 30 \text{ м/с}$, рассч. между ск. после падения: макс. $L_{\text{max}} = ?$

Решение.

Пусть нач. скорость ракеты = u .



$$h = u\tau - \frac{g\tau^2}{2}; \quad u\tau = h + \frac{g\tau^2}{2}$$

$$u = \frac{h}{\tau} + \frac{g\tau}{2} = \frac{15}{1} \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{10 \cdot 1}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow$$

$$u = 20 \text{ м/с}$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{mu^2}{2} = mgH$$

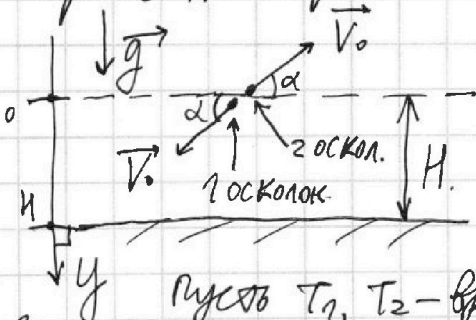
$$H = \frac{u^2}{2g}$$

$$H = \frac{20^2}{2 \cdot 10} \text{ м} = 20 \text{ м}$$

$$H = 20 \text{ м}$$

2) На высоте H скорость ракеты = 0; в процессе взрыва внутр. силы пороховых газов $\Rightarrow$ сил тяжести (т.к. время взрыва очень мало) $\Rightarrow$ верен ЗСУ $\Rightarrow$ скорости осколков направлены в противоположные стороны и по модулю равны друг другу:

Пусть угол между $\vec{v}$ и гориз. напр. = α . $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$



нач. скорости в пр. на ось y :

$$V_{10} = V_0 \sin \alpha$$

$$V_{20} = -V_0 \sin \alpha$$

Пусть T_1, T_2 — времена полёта 1 и 2 осколков соотв.

$$V_0 T_1 \sin \alpha + \frac{g T_1^2}{2} = H$$

$$\frac{g}{2} T_1^2 + V_0 \sin \alpha \cdot T_1 - H = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} - V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\frac{g}{2} T_2^2 - V_0 \sin \alpha \cdot T_2 - H = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} + V_0 \sin \alpha}{g}$$

Пусть L_1, L_2 — рассч. по гориз., ко-торые прошли за вр. T_1 и T_2 соотв. Осколки 1 и 2 соотв.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$g \perp$ гориз. $\Rightarrow$ по гориз. движению равномерно;

$L_1 = V_0 \cos \alpha \cdot T_1$; $L_2 = V_0 \cos \alpha \cdot T_2$. L — расс. между углями, осколками. $L = L_1 + L_2 = V_0 (T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha) =$

$$= V_0 \cos \alpha \cdot \frac{1}{g} (\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} \cdot 2) = \frac{2V_0}{g} \cos \alpha \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}.$$

$$L = \frac{2V_0}{g} \sqrt{\frac{V_0^2 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4} + 2gH \cos^2 \alpha} = \frac{2V_0}{g} \sqrt{\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{4} + 2gH \cos^2 \alpha}.$$

найдем $f(\alpha) = \frac{V_0^2}{4} \sin^2 2\alpha + 2gH \cos^2 \alpha$. $L_{\max} \Rightarrow f(\alpha)_{\max}$.

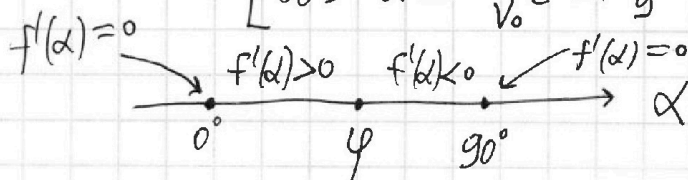
$$f'(\alpha) = \frac{V_0^2}{4} \cdot 2 \sin 2\alpha \cdot 2 + 2gH \cdot 2 \cos \alpha \cdot (-\sin 2\alpha) =$$

$$= V_0^2 \sin 2\alpha - 2gH \sin 2\alpha = \sin 2\alpha (V_0^2 - 2gH).$$

$$V_0^2 - 2gH = (900 - 400) \text{ м}^2/\text{с}^2 > 0. \text{ } 0 \leq \alpha \leq 90^\circ \Rightarrow \sin 2\alpha \leq 1.$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha (V_0^2 - 2gH).$$

$$f'(\alpha) = 0: \begin{cases} \alpha = 0^\circ \\ \alpha = 90^\circ \\ \cos 2\alpha = \frac{2gH}{V_0^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \alpha = \varphi. \end{cases}$$



$\Rightarrow \max f(\alpha)$ при $\alpha = \varphi$.

$$\cos 2\alpha = \frac{4}{9}. \quad 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{4}{9}. \quad \cos^2 \alpha = \frac{13}{18}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{5}{18}.$$

$$L_{\max} = \frac{2V_0}{g} \sqrt{V_0^2 \cdot \frac{5}{18} + 2gH \cdot \frac{13}{18}} = \frac{2 \cdot 30}{10} \sqrt{\frac{1}{18} (65 \cdot 50 + 13 \cdot 400)} \text{ м} =$$

$$= \frac{6}{3} \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 50 (65 + 13 \cdot 8)} \text{ м} = 2 \sqrt{25 \cdot 13 (5 + 8)} \text{ м} = 2 \cdot 5 \cdot 13 \text{ м} = 130 \text{ м}.$$

Ответ: 1) $H = 20 \text{ м}$; 2) $L_{\max} = 130 \text{ м}$.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

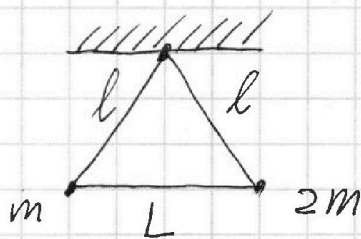
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

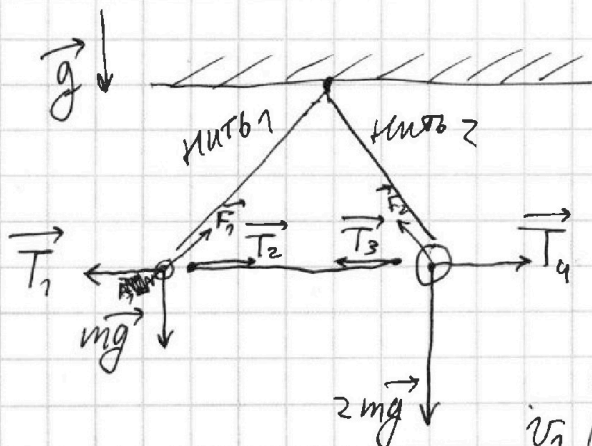
Дано: шарики $m = 200 \text{ г}$ и $2m$; $L = 1,2 \text{ л}$;
 $g = 10 \text{ м/с}^2$. $v_0 = 0$

1) $\alpha = ?$ $\angle(\text{гориз.}, \vec{a}_1)$. 2) $a_1 = ?$ 3) $T = ?$
отв.: $\sin \alpha$

Решение.



стержень лёгкий, его масса $\ll m$, $\Rightarrow$ для него $\sum \vec{a}_i = 0$, $\sum \text{моментов сил} = 0$, т.е. силы приложены к стержню, т.е. шары, в одну точку

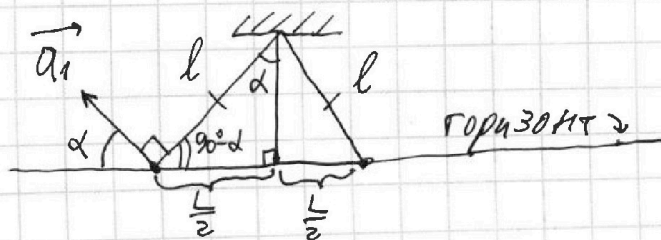


$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T.$$

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ — силы, действующие на шары, со стороны нитей.

Сразу после освобождения системы v_1 (скор. 1 шарика) $= 0$, $\Rightarrow$ $\frac{v_1^2}{L} = 0$, $\Rightarrow$ есть та же сила.

Нормальное ускорение $\frac{dv_1^2}{dt}$. Нити нерастяжимы, $\Rightarrow$ шар 1 в начале движется по окр., $\Rightarrow \vec{v}_1 \perp$ нити 1, $\Rightarrow$ т.к. $|\vec{a}_1| = \frac{dv_1^2}{dt}$, то $\vec{a}_1 \perp$ нити 1. Шар 2 вытеснен шаром 1 (см $> m$) $\Rightarrow$ расст. между шаром 1 и стержнем.



$$\sin \alpha = \frac{L}{2l}$$

$$\sin \alpha = \frac{1,2 \text{ л}}{2 \text{ л}} = \frac{6}{10}$$

$$\sin \alpha = 0,6$$



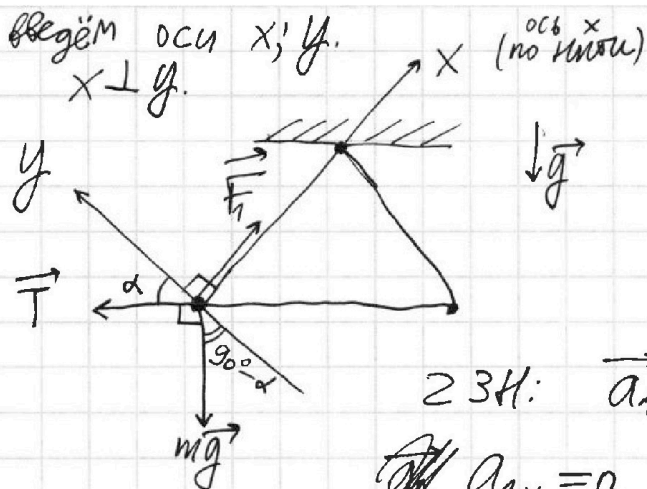
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Введём оси x', y' .
 $x \perp y$.



$\vec{mg}$ верб. вниз.
 $\vec{T}$ по горизонтали влево
(т.к. в начале
стержень || горизонт.)
 $\vec{F}_1$ вдоль нити от шара
к точке подвеса.

$$234: \vec{a}_1 = \frac{\vec{T} + \vec{F}_1 + \vec{mg}}{m}$$

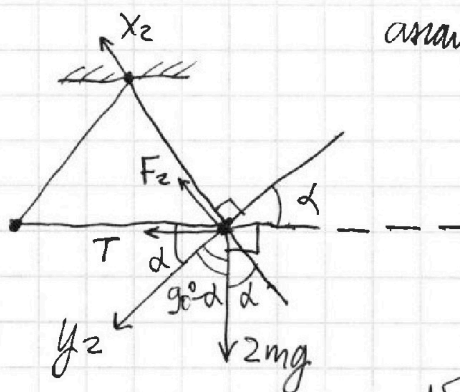
$$a_{1x} = 0, a_{1y} = a_1; \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_1 = T \sin \alpha + mg \sin(90^\circ - \alpha) \\ a_1 = \frac{T \cos \alpha - mg \cos(90^\circ - \alpha)}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = T \sin \alpha + mg \cos \alpha \\ a_1 = \frac{T}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha \end{cases}$$

2-й шар:

$$a_{2x_2} = 0$$

$$a_{2y_2} = a_2$$



аналогично:

$$F_2 = 2mg \cos \alpha - T \sin \alpha$$

$$a_2 = \frac{T}{2m} \cos \alpha + g \sin \alpha$$

длина в шаре:

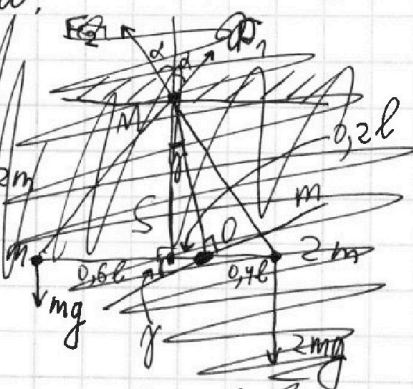
т.о. - центр масс

соединяем на

стержне на

расст. $\frac{L}{3} = 0,4L$ от 3m

и $\frac{2L}{3} = 0,8L$ от 2m



С.М. шар, шар
соединяем
 $0,4L = \frac{1}{3}L - \frac{1}{3}L = \frac{1}{3}L$
 $0,8L$
т.о. точка подвеса.
т.о. шар.

Страница 2 из 3

С.М. шар, шар
соединяем
 $0,4L = \frac{1}{3}L - \frac{1}{3}L = \frac{1}{3}L$
 $0,8L$
т.о. точка подвеса.
т.о. шар.



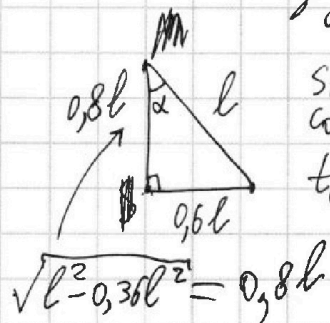
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



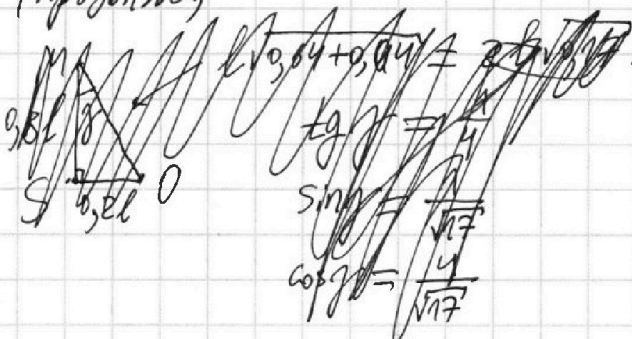
СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 (продолж.)



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= 0.6 \\ \cos \alpha &= 0.8 \\ \tan \alpha &= 0.75 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$



Скорость движ. как ед. тело, т.к. он твердый;
 $\Rightarrow a_1 = a_2$. (Шары 1 и 2 движ. с разными скор. по 1 окружности). $a_1 = a_2$.

$$\frac{T}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha = \frac{T}{2m} \cos \alpha + g \sin \alpha$$

$$\frac{T \cos \alpha}{m} \cdot \frac{1}{2} = 2g \sin \alpha$$

$$T = \frac{4mg \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$T = 4mg \tan \alpha$$

$$T = 4 \cdot 0.2 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} \text{ Н} = 6 \text{ Н}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{T}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha = \frac{6}{0.2} \cdot 0.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 10 \cdot 0.6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \\ &= 24 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 18 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \end{aligned}$$

Ответ: 1) $\sin \alpha = 0.6$; 2) $a_1 = 18 \text{ м/с}^2$; 3) $T = 6 \text{ Н}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

$\nu = 1$ моль, $u_{\text{г}}$, 1-атм. газ; цикл 1-2-3-1; график $\frac{C}{R}$ от T/T_0 ; $T_0 = 200$ К; $R = 8,31$ Дж/(К·моль).

1) Постр. график в коорд. $(P/P_0, V/V_0)$ P_0, V_0 — нач. давл. и об'ём газа. (в 1).

2) $Q_1 = ?$ Кол-во тепл., подв. к газу в пр. расш. за 1 цикл.

3) $M = 415$ кг, $N = 25$; $g = 10$ м/с²; $H = ?$

Решение.

$u_{\text{г}}$, 1-ат. газ; $U = \frac{3}{2} \nu RT$, U — вл. энерг.; T — темпер.

процесс 1-2: $C_{12} = 2R = \text{const}$; $T_1 = T_0$, $T_2 = 9T_0$.

$$C_{12} = \frac{dQ_{12}}{\nu dT_{12}} = \frac{\Delta Q_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{Q_{12}}{\nu(T_2 - T_1)}$$

$$Q_{12} = \nu C_{12} (8T_0) = 2R \cdot \nu \cdot 8T_0 = 16 \nu RT_0 > 0 \text{ — тепло подв.}$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 8T_0 = 12 \nu RT_0$$

$$\text{1 ИТ: } Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = 4 \nu RT_0 > 0 \text{ — раз расш.}$$

процесс 2-3: $C_{23} = 1,5 R = \text{const}$; $T_2 = 9T_0$, $T_3 = 3T_0$.

$$Q_{23} = \nu C_{23} (T_3 - T_2) = -\nu \cdot 1,5 R \cdot 6T_0 = -9 \nu RT_0 < 0 \text{ — тепло отвод.}$$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = 1,5 \nu R \cdot (-6T_0) = -9 \nu RT_0$$

$$\text{1 ИТ} \Rightarrow A_{23} = 0.$$

процесс 3-1: $C_{31} = 2,5 R = \text{const}$; $T_3 = 3T_0$, $T_1 = T_0$.

$$Q_{31} = \nu C_{31} (T_1 - T_3) = 2,5 \nu R (-2T_0) = -5 \nu RT_0 \text{ — тепло отвод.}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = -3 \nu RT_0$$

$$\text{1 ИТ} \Rightarrow A_{31} = -2 \nu RT_0$$

Газ расш. в пр. 1-2, к нему в действ. подв. тепло,

$$\Rightarrow Q_1 = Q_{12} = 16 \nu RT_0 = 16 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \text{ Дж} =$$

$$= 32,831 \text{ Дж} = (3,8310 + 1662) \text{ Дж} = (24930 + 1662) \text{ Дж} =$$

$$= 26592 \text{ Дж.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

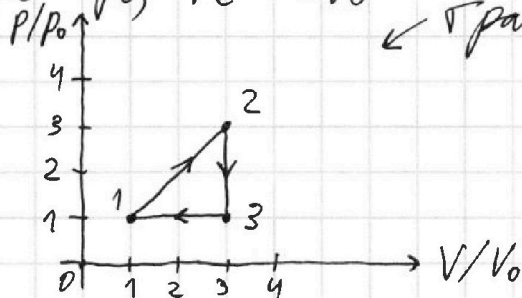
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-2: $p \sim V$; 2-3: $V = \text{const}$; 3-1: $p = \text{const}$.

УМК для: т. 1: $p_0 V_0 = \nu R T_0$.
т. 2: $p_0 V_0 = \nu R T_0$ } $\Rightarrow K^* = 3$.

$p_2 = 3p_0$, $V_2 = 3V_0$.



← график зависимости p/p_0 от V/V_0 .
(при $p \sim V$: $C = \frac{dQ}{\nu dT} = 2R$).

3) За 1 цикл газ соверш. работу $A_{\Sigma} =$

$$A_{\Sigma} = 4\nu R T_0 + 0 - 2\nu R T_0 = 2\nu R T_0. \quad \text{За } N=25 \text{ циклов:}$$

$$A_{25} = N A_{\Sigma} = 2N \cdot \nu R T_0. \quad \exists C \Rightarrow \text{для груза:}$$

$$MgH = A_{25} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow H = \frac{2N\nu R T_0}{2Mg}.$$

$$H = \frac{2 \cdot 25 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200}{415 \cdot 10 \cdot 2} \text{ м} = \frac{831 \cdot 100}{830 \cdot 5 \cdot 2} \text{ м} = \left(1 + \frac{1}{830}\right) \cdot \frac{20 \text{ м}}{2}$$

$$H \approx 10 \text{ м}$$

Ответ: 1) график выше; 2) $Q_1 = 16\nu R T_0 = 26592 \text{ Дж}$;

$$3) H = \frac{N\nu R T_0}{Mg} \approx 10 \text{ м}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Дано: полусфера; Q ; $\rho(0, \text{ноб. точки помес.}) = R$;
 $\{A; O; C\} \in \text{оси симметрии}$; $U_A = 0$; m ; q .

в т. О: кин. энерг. K ; E_0 . $v \ll c$.

1) $V = ?$ 2) $V_C = ?$ $AO = CO$.

Решение.

1) Пусть 0 пот. энерг. будет на $r \rightarrow \infty$, где r — расст. до т. О. Найдём пот. энерг. частицы в т. О:

$$\Pi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Q}{R}, \text{ т.к.}$$

q и Q одноимённые, т.к. иначе частица ~~не~~ приближалась к полусф. на $r \rightarrow 0$

для т. О; любая т. полусф. удалена от О на расст. R .

$$\Rightarrow q \cdot Q > 0$$

$\exists C \Rightarrow$ для частицы: $K + \Pi_0 = K_\infty$, где K_∞ — кин. энерг. част. при $r \rightarrow +\infty$.

$\Pi_\infty = 0$, т.к. ~~на~~ $r \rightarrow +\infty$, на этом расст. силы, пренебр. малы. $K_\infty = \frac{mv^2}{2}$.

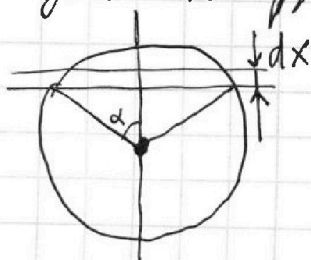
$$K + \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{mv^2}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{2K}{m} + \frac{2Q}{2\pi\epsilon_0 R m}}$$

2) Найдём пот. энерг. частицы в т. А:

На оси кольца сила, действ. на част. со ст.

~~полусферы~~ ~~равна~~ напр. вдоль оси из-за симметрии. Разобьём сферу на кольца толщ. каждого из которых равна dx . (очень маленькие)



(по горизонтальн. как на рисунке).

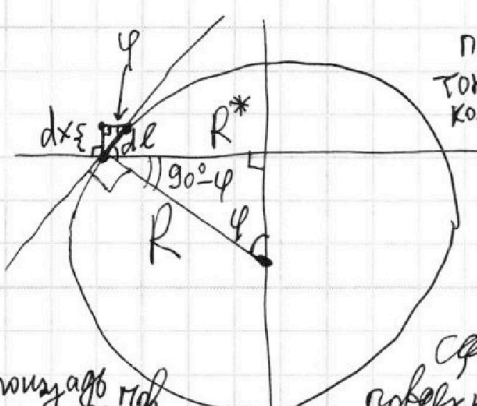


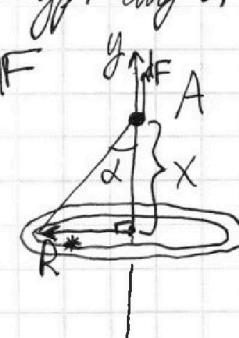
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

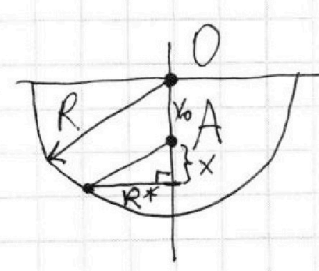
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



 площадь тонкого кольца. $\sin \varphi = \frac{R^*}{R} = \frac{dx}{dl}$
 $\Rightarrow R^* dl = R dx$
 $dS = 2\pi R^* dl = 2\pi R dx$ — площадь не зависит от местоположения кольца на сфере. Сфера зар. равномерно $\Rightarrow$ равномерн. плотность заряда $\sigma = \frac{dQ}{dS} = \frac{Q}{S}$.
 $S = 4\pi R^2 \Rightarrow dQ = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot 2\pi R dx = \frac{Q dx}{2R}$
 Пусть $x_0 = OA = OC$. рассм. кольцо, находясь на расст. x от т. А (если кольцо между т. О и т. А, то $x < 0$, в др. случ. $x > 0$).


 $dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \cdot dQ \cdot \frac{1}{x^2 + R^{*2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^{*2}}} \cos \alpha$
 $dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q dx}{(\sqrt{x^2 + R^{*2}})^3}$


 $(x + x_0)^2 + R^{*2} = R^2 \Rightarrow R^* = \sqrt{R^2 - (x + x_0)^2}$
 $dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{R} \cdot \frac{dx}{(R^2 - 2xx_0 - x_0^2)^{3/2}}$
 F_1 — сила, действ. со стороны части полуш. ниже т. А, F_2 — — — выше т. А.
 $F_1 = \int_0^{R-x_0} dF = \frac{+qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{R-x_0} (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-3/2} dx$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Пира QR-кода недопустима!

$$\cancel{\left((R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{1}{2}} \right)'} =$$

$$= -\frac{1}{2} (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}} \cdot (-2x_0) = x_0 (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}}$$

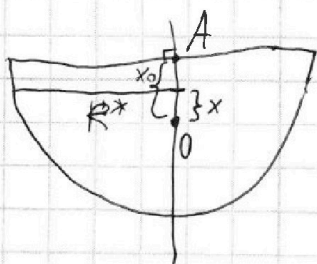
$$\Rightarrow \left(\frac{1}{x_0} \cdot (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{1}{2}} \right)' = (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}}$$

$$F_1 = \frac{+qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left((R^2 - x_0^2 - 2x_0(R-x_0))^{-\frac{1}{2}} - (R^2 - x_0^2)^{-\frac{1}{2}} \right) =$$

$$\cancel{\frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} (R^2 - x_0^2 - 2x_0R + 2x_0^2 - R^2 + x_0^2) =}$$

$$= \cancel{\frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{2x_0}{x_0} (x_0 - R)} = \frac{2qQ}{4\pi\epsilon_0 R} (R - x_0)$$

$$F_2 = \int_0^{x_0} dF = \int_0^{x_0} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}} dx \quad \textcircled{=}$$



$$(x_0 - x)^2 + R^{*2} = R^2$$

$$R^{*2} = R^2 - (x_0 - x)^2$$

$$x^2 + R^{*2} = R^2 + 2xx_0 - x_0^2$$

$$\textcircled{=} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left((R^2 - x_0^2 + 2x_0x_0)^{-\frac{1}{2}} - (R^2 - x_0^2)^{-\frac{1}{2}} \right)$$

$$F = F_1 - F_2 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 - 2Rx_0 + x_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right) =$$

$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left(\frac{1}{R - x_0} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ЗЦЗ: W_A = W_0 = W_c; \quad W_i = K_i + \Pi_i;$$

$$\text{т. А: } K_A = 0; \Rightarrow W_A = \Pi_A.$$

$$W_0 = K + \Pi_0 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} + K.$$

$$\Pi_A = K + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

$$K + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} = \Pi_c + \frac{mV_c^2}{2}$$

$$\Pi_0 = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ_i}{r_i} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_i \frac{Q_i}{r_i}$$

Π_A

$$\text{Ответ: } 1) V = \sqrt{\frac{2K}{m} + \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 Rm}}$$

2)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

