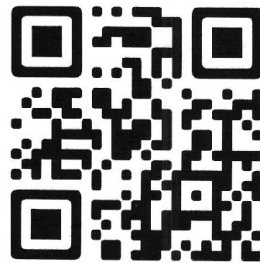




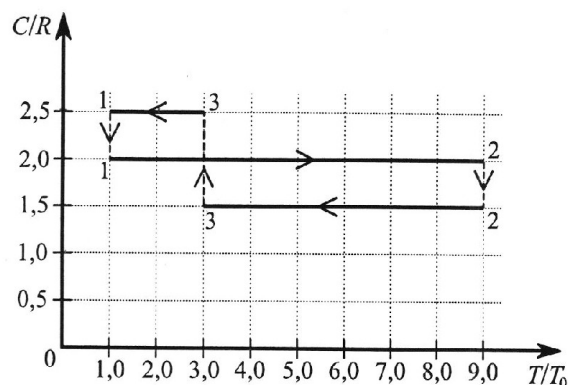
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 5$ моль одноатомного идеального газа участвуют в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 300$ К.

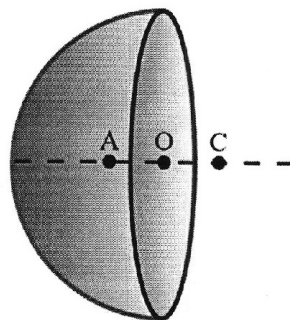


1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.

2. Какую работу A_1 газ совершает за один цикл?

3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 400$ кг за $N = 20$ циклов тепловой машины? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закреплённой диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . Частица движется по прямой АС и на большом по сравнению с R расстоянии от точки О кинетическая энергия частицы равна K .



1. Найдите скорость V_O частицы в точке О. Электрическая постоянная

ϵ_0 . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.

2. Найдите скорость V_C частицы в точке С. Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



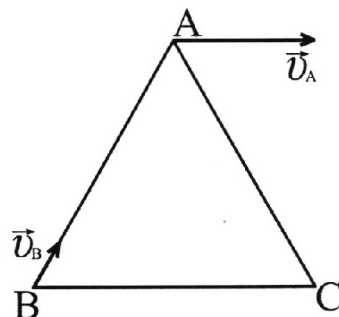
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t=0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_B$ вершины B направлена вдоль стороны BA и по величине равна $v_B = 0,4$ м/с, а скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC. Длины сторон треугольника $a = 0,4$ м.



1. Найдите модуль v_A скорости вершины A.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит один оборот?

Пчела массой $m = 120$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины C.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

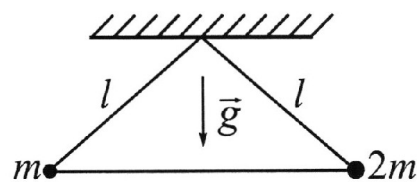
2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали.

1. На какой высоте H разорвался фейерверк, если известно, что на высоте $h = 14,2$ м фейерверк летел со скоростью $V = 6$ м/с? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте H фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 20$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние L_{MAX} между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

3. Два шарика с массами $m = 90$ г и $2m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарик скреплен с легким стержнем длины $L = 1,6l$. Систему удерживают так, что шарик находится на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_2$ ускорения шарика массой $2m$ сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_2 ускорения шарика массой $2m$ сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.

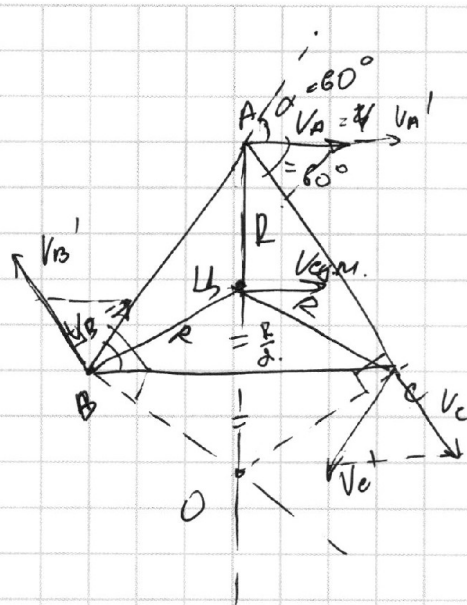


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В этой части решения R — расстояние от центра масс до вершины A .
В силу симметрии пластинки, т.е. A и B имеют одинаковую скорость вдоль стороны BA , тогда: $V_A \cos 30^\circ = V_B$

$$\frac{V_A}{2} = V_B$$

$$V_A = 2V_B = 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Найдём мгновенную ось вращения u симметрии видно, что $\vec{u}$ направлен по AC , т.е. этот u в силу симметрии пластинки.

$$V_A \cdot \cos 30^\circ = V_C, \quad V_C = V_B = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

также V_C направлен по AC , т.е.

иначе проекция на BC не будет равна $V_B \cdot \cos 60^\circ$.

$$V_B' = V_C' = V_A', \text{ т.е.}$$

$$R_A = R_B = R_C = R.$$

V' — скорость с осью u .

Найдём скорость у.м. т.е. у сплошной пластинки в виде треугольника он также где и у вершин, т.е. в центре треугольника.

При переходе в со у.м. остается только скорость вращения вокруг него, и она должна быть равна т.е. R для каждого одинаково.

$$V_{\text{у.м.}} \cdot u \text{ симметрии } OC = R = OC$$

$$V_C R = V_{\text{у.м.}} R, \quad V_{\text{у.м.}} = V_C = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

тогда скорость вращения точки A в со $u \cdot M = V_A - V_C = \frac{V_A}{2}$.
Все вершины имеют скорость также в силу симметрии.

$$\omega = \frac{V_A}{2R}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi R}{V_A}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{3}} a \quad \omega = \frac{4\pi a}{\sqrt{3} V_A} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{1}{\text{с}}.$$

$$T = \frac{2\pi a}{\sqrt{3} V_A}$$

$$Q_{MREF}: 1. \quad 0.8 \frac{W}{C} = V_A$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В предположении, что фейерверк разорвется на максимальной высоте полета: из ЗСФ или

энергия $\leftarrow$ максимальной момент времени: $\frac{mv^2}{2} + mgh$,

если на земле потенциальная энергия 0,

энергия в максимальной точке полета: mgh .

из ЗСФ: $mgh = \frac{mv^2}{2} + mgh$

$$H = h + \frac{v^2}{2g} = 16 \text{ м}$$

Разрыв фейерверка можно рассматривать как движение по параболе одного и кусочков. Если один отлетел с $\vec{v}_0$, то второй по ЗСФ: $m\vec{v}_0 + m\vec{v}_2 = 0$ $\vec{v}_2 = -\vec{v}_0$, отлетит в обратную сторону с той же скоростью. Р.к. движение в поле сил тяжести для них будет обратным, т.е. в первом и втором полетах по одной параболе, по которой каждый из них двигался до разрыва и по которой летел с землей.

Пусть парабола характеризуется начальной скоростью v и углом β . из ЗСФ: $\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}$

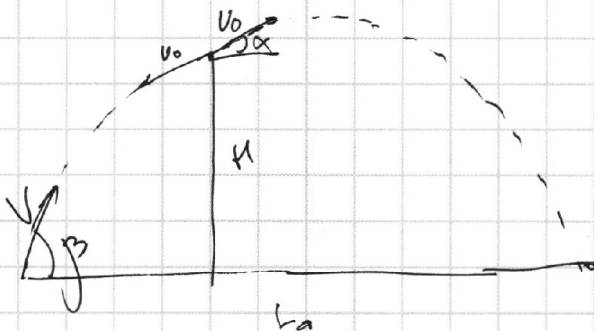
$$v = v_0^2 + mgh = 12\sqrt{5} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

из равенства проекций скорости на горизонт: $v_0 \cos \alpha = v \cos \beta$

$$\cos \beta = \frac{v_0}{v} \cos \alpha, \quad L \text{ определяется}$$

$$\text{по формуле: } L = \frac{v^2 \sin 2\beta}{g}$$

$\sin 2\beta$ макс $\Rightarrow \beta = 45^\circ$, $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, проверим, может ли β принять такое значение.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0 \leq \cos \alpha \leq 1, \quad \cos \beta = \frac{20}{12\sqrt{5}} \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \cos \alpha$$

~~$$0 \leq \frac{20}{12\sqrt{5}} \cos \alpha$$~~

$$0 \leq \cos \beta \leq \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \text{сравним: } \cos 45^\circ, < (\cos \beta)_{\max}$$

т.е. $0 \leq \cos 45^\circ \leq \frac{\sqrt{5}}{3}$,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{\sqrt{5}}{3}$$

значит $\beta = 45^\circ$ $\Rightarrow L_{\max} = \frac{v^2}{g} = \frac{144 \cdot 5}{10} = 72 \text{ м.}$

Ответ: 1. $H = 16 \text{ м}$

2. $L_{\max} = 72 \text{ м.}$

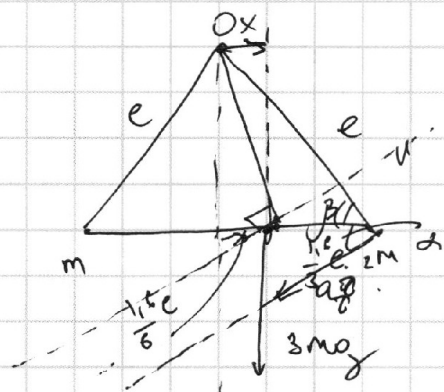


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Относительно т. О момент центра масс пластины, находящейся на расстоянии $\frac{l}{3}$ от вершины $2m$, не нулевой и равен.

$$M_{y.m} = x 3mg$$

$$x = \frac{l}{6}$$

$$M_{y.m} = \frac{1.6}{2.8} l \cdot 3mg = 0.8 l mg$$

Момент инерции I отн. центра от т. О :

$$me^2 + 2me^2 = 3me^2, \text{ тогда по 2ЗН для вращающегося}$$

$$\text{тел: } M = I\varepsilon \quad \varepsilon = \frac{\omega}{t} = \frac{0.8 l mg}{3me^2} = \frac{0.8g}{3e}$$

у груза $2m$ ускорения вдоль нити в направлении

момент времени нет, т.к. движение вдоль нити происходить не может, т.к. нить нерастянжима,

если движение будет происходить вверх по нити она ослабнет и со. сил, тянущих вверх не будет (т.к. стержень горизонтален).

тогда ускорение только тангенсальное, $a_t = \varepsilon e$:

$$= \frac{4}{15}g = \frac{8}{3} \frac{m}{c^2}, \text{ направлено } \perp \text{ правой нити в левую.}$$

поэтому находим угол θ - м.

$$\sin \alpha = \cos \beta, \quad \cos \beta = \frac{L^2 + e^2 - e^2}{2Le} = \frac{L}{2e} = 0.8$$

$$\sin \alpha = 0.8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

на всех участках $C_i = \text{const} \rightarrow$ процессы политропные.

Рассмотрим участок $1 \rightarrow 2$, $C_{12} = 2R$, тогда

показатель политропы: $p = \frac{C - C_p}{C - C_v}$, $C_p = \frac{i+2}{2}$, $C_v = \frac{i}{2}$, $i = 3$,
т.е. одноатомный газ.

$$p_2 = R \frac{2-2.5}{2-1.5} = -1, \text{ т.е. } p V^{\gamma} = \text{const}$$

$p = V^{\gamma} \text{const}$ - прямая пропорциональности.

$C_{2 \rightarrow 3} = 1.5R = C_v \rightarrow$ процесс изохорный

$C_{3 \rightarrow 1} = 2.5R = C_p \rightarrow$ процесс изобарный.

В процессе $1 \rightarrow 2$, T выросла в 3 раза.

из $pV = nRT$ - закон: $pV = nRT$, $V \text{const} = p$
 $V^2 \text{const} = nRT$

получается, что объем для того состояния был в 3 раза больше.

Возвращение газа в исходное состояние

Возвращение, т.е. $V_2 = V_3$

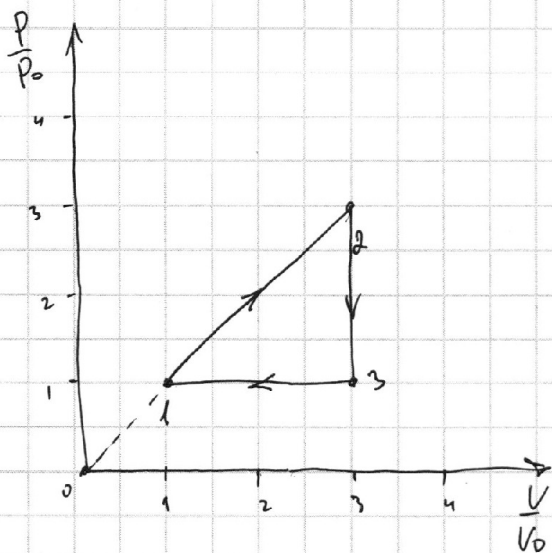
$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = \frac{p_0 V_0}{nR} = T_0$$

$$p_0 V_0 = nRT_0$$

Работу газа найдем как площадь под графиком в координатах p, V :

$$A_1 = 2 p_0 V_0 = 2 nRT_0 = 3000 R$$

$$= 3000 \cdot 8.31 \text{ Дж} \approx 24930 \text{ Дж}.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У ж-ка уменьшения мех. энергии тела для груза
массой M : $A = Mgh = 0,7 \Delta P \Delta E$, $\Delta E = \Delta P + \Delta K$

$$A = \Delta P = Mgh$$

т.к. медленно

$$A = \eta N \cdot A_1, \quad Mgh = NA_1, \quad \eta = 0,5$$

$$N = \eta \frac{NA_1}{Mgh} = \frac{0,5 \cdot 20 \cdot 12465 \text{ Дж}}{4000}$$

$$= \frac{124650}{4000} = \frac{12,465}{4} = 3,11625 \text{ м} \approx 3,15 \text{ м}.$$

- Ответ:
1. см. решение
 2. $A_1 = 24,93 \text{ кДж}$
 3. $H = 3,15 \text{ м}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем ВЭЭ для частицы:

P_i - потенциальная энергия частицы в поле ~~статической~~ ^{электрического} сферот.
В т. А: $E_A = P_A + K_A$, K_{Ai} - кинетическая энергия частицы

в т. на большой расстоянии от сферот:

$$E_B = P_B + K_B$$

$$K_A = 0, \text{ т.к. } V_A = 0, K_B = K, \text{ и у частицы}$$

$P_B = 0$, т.к. потенциальная энергия поля ^{уменьшается} с ^{силой} обратно пропорциональна расстоянию до центра поля.

$$E_A = E_B \Rightarrow P_A = K \quad (1)$$

У. ~~решения~~ ^{вычисления} ~~энергии~~ ^{потенциальной энергии} ~~поле~~ ^{каждой} ~~частицы~~ ^{энергии}

частицы в т. О



$$\delta P = \frac{q \delta q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$P = \sum \delta P = \sum \frac{q \delta q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \sum q =$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot Q = P_0$$

δP - часть потенциальной энергии ^{или} поля, создаваемая ^{или} точечным зарядом δq , расположенным на сфере. ^{т.к. в любой точке на сфере} ^{от} ^{расстояния R, то это} ^{сфера}.

У. ~~решения~~ ВЭЭ для т. А и т. О: $E_A = E_O$, $E_O = K_O + P_O$, $E_A = P_A$

$$P_A = P_O + K_O, K_O = P_A - P_O = K - P_O = K - \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$K_O = \frac{mv_O^2}{2} = K \quad v_O = \sqrt{\frac{2}{m} \left(K - \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 R} \right)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

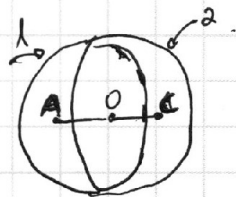
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

математическую
Рассмотрим сферу радиуса R с центром в т. O , заряженную равномерно зарядом $2Q$.
потенциал внутри нее $\varphi_{\text{сфера}}$ будет равен потенциалу сферы на поверхности, т.е. внутри сферы поля нет, а на поверхности он будет равен потенциалу точечного заряда в т. O , равномерно на все сфера.

$\varphi_{\text{сфера}} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R}$. Потенциал в точках A и C будет складываться

из потенциалов, которые создают заряды 1 и 2 в этих точках: φ_{12} - потенциал сфер в т. 2 в силу симметрии ($OC = OA$)



$$\varphi_{12} = \varphi_{2A} \quad \varphi_{2C} = \varphi_{1A} \quad \text{также } \varphi_{\text{сфера}} = \varphi_{1C} + \varphi_{2C} = \varphi_{1C} + \varphi_{1A}$$

$$\varphi_{1C} = \varphi_{\text{сфера}} - \varphi_{1A}$$

$$\Pi_C = \varphi_{1C} \cdot q \quad (\text{в генераторе сфера 1})$$

$$\Pi_C = \varphi_{\text{сфера}} q \rightarrow \varphi_{1A} \cdot q = \Pi_A$$

$$\Pi_C = \frac{2Qq}{4\pi\epsilon_0 R} - K, \quad \text{из ЗЭЗ или т. A и т. C: } E_A = E_C, \quad \Pi_A = \Pi_C + K_C$$

$$K_C = \Pi_A - \Pi_C = 2K - \frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 R}, \quad \frac{mV_C^2}{2} = K_C$$

$$V_C = \sqrt{\frac{2}{m} \left(2K - \frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 R} \right)}$$

Ответ: 1. $V_0 = \sqrt{\frac{2}{m} \left(K - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R} \right)}$

2. $V_C = \sqrt{\frac{2}{m} \left(2K - \frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 R} \right)}$

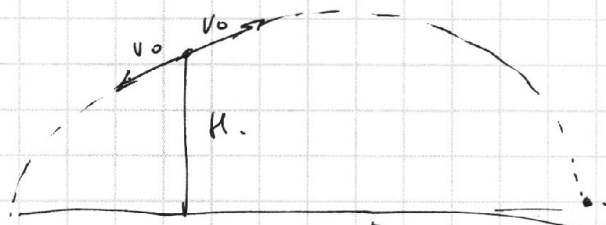


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

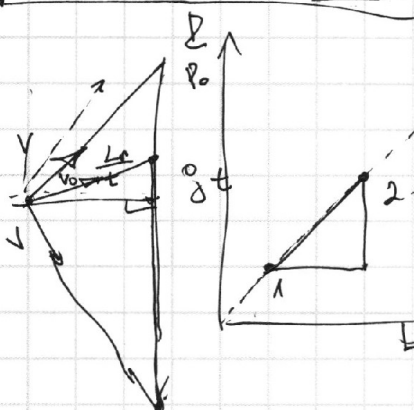
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{205}{125} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

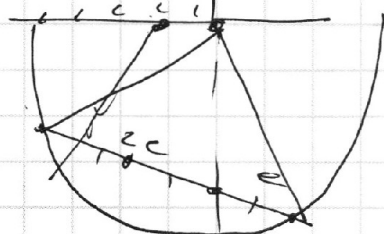


$$\cos \beta = \frac{v_0}{v} \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow 1 \\ 0 &\rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$v^2 \sin 2\alpha = gL$$

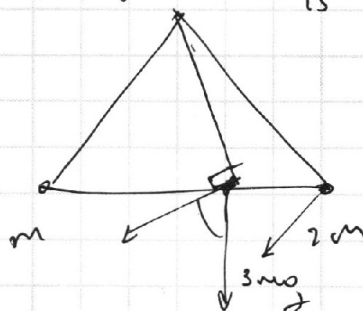
$$\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$



$$\frac{4}{15} - \frac{8}{5}$$

$$\frac{4-24}{15}$$

$$-\frac{20}{15}$$



$$-\frac{4}{3}$$

$$T \cdot 0,6 = -\frac{4}{3} \text{ мс}$$

$$T = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{9} \text{ мс}$$

$$\text{const } p^2 =$$

$$V_{\text{const}} = 2RT$$

$$p = \text{const } V \cdot \frac{e^{-\frac{5}{2}}}{e^{-\frac{3}{2}}} = \text{const } p$$

$$\frac{-0,5}{0,5} = -1$$

$$\frac{3}{2} - \text{убавля}$$

$$\frac{5}{2} - \text{убавля}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} 0,09 \cdot 10 \\ 0,9 \end{aligned}$$

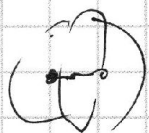


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



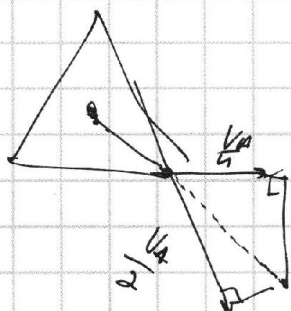
$$\varphi_{2A} + \cancel{\varphi_{1A}} = \varphi_{1C} + \cancel{\varphi_{2C}}$$

$$\varphi_{2C} = \varphi_{1A}$$

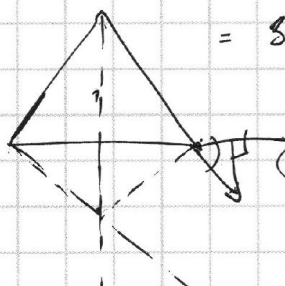
$$\varphi_{1C} + \varphi_{1A} = \varphi_{\text{серед}}$$

$$\varphi_{1C} = \varphi_{\text{серед}}$$

$$\frac{2V \sqrt{2gH + v_0^2 \sin^2 \alpha}}{g}$$



$$400 + 20 \cdot 16 =$$



$$L = \frac{v^2 \sin 2\beta}{g}$$

$$3620$$

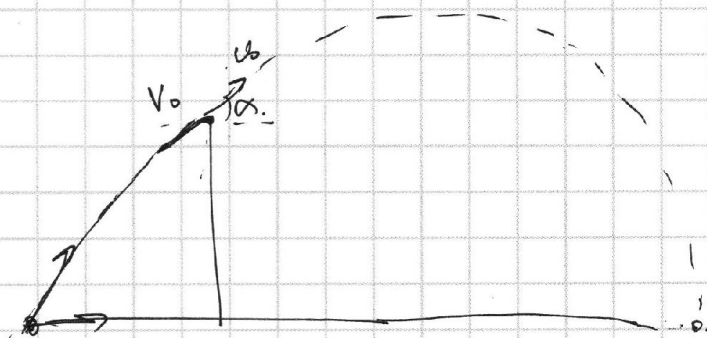
$$624.5$$

$$1215$$

$$2 \sin \beta \cos \beta$$

$$\frac{2v_0 \cos \alpha \sqrt{v^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}}{g}$$

$$v \cos \beta = v_0 \cos \alpha$$



$$v^2 = v_0^2 + 2gH$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{v^2} \cos^2 \alpha}$$

$$v \cos \beta = v_0 \cos \alpha$$

$$\cos \beta = \frac{v_0}{v} \cos \alpha$$