



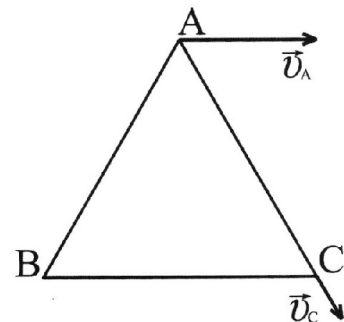
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t = 0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC и по величине равна $v_A = 0,6$ м/с, а скорость $\vec{v}_C$ вершины C направлена вдоль стороны AC. Длины сторон треугольника $a = 0,3$ м.



1. Найдите модуль v_C скорости вершины C.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит восемь оборотов?

Пчела массой $m = 60$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины B.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

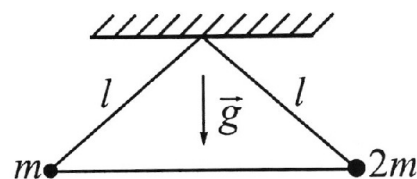
2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали. В процессе подъема на высоте $h = 15$ м фейерверк находился через $\tau = 1$ с после начала полета.

1. На какую максимальную высоту H поднимается фейерверк? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 30$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние L_{MAX} между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

3. Два шарика с массами $m = 200$ г и $2m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарик скреплен с легким стержнем длины $L = 1,2l$. Систему удерживают так, что шарик находится на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_1$ ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_1 ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.



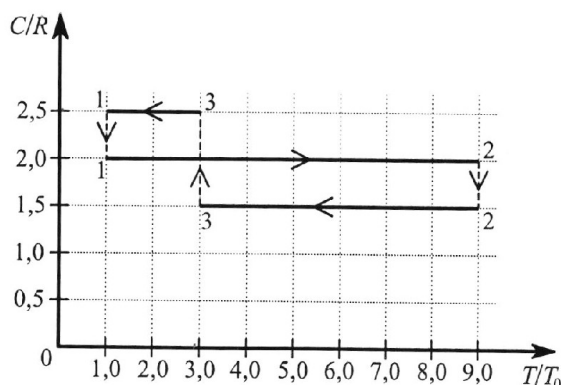
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

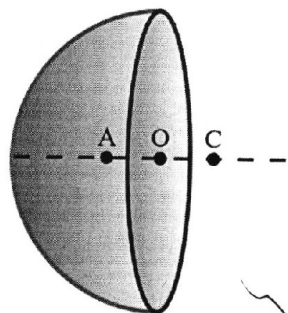


4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 200$ К.



1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.
2. Какое количество Q_1 теплоты подводится к газу в процессе расширения за один цикл?
3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 415$ кг за $N = 25$ циклов тепловой машины? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закреплённой диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . В точке О кинетическая энергия частицы равна K .



1. С какой скоростью V частица движется на большом по сравнению с R расстоянии от точки О? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.
2. Найдите скорость V_C , с которой частица движется в точке С. Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{вдоль } AB. \quad v_B = v_c = \frac{1}{2} v_A$$

Тогда в плоскости пластины равнодействующая сил, действующих на иголку:

$$R_x = m \cdot a_x, \text{ где } a_x = \frac{v_B^2}{BE} = \frac{v_A^2}{4 \cdot a \sqrt{3}}$$

В плоскости $\perp$ пластине на иголку действует только реакция опоры $N = mg$.

$$R_y = mg$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{m^2 \cdot \frac{v_A^4}{16 \cdot a^2 \cdot 3} + m^2 \cdot g^2} = m \sqrt{\frac{v_A^4}{48 a^2} + g^2}$$

$$R = 60 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\frac{0,6^4}{48 \cdot 0,3^2} + 10^2} = 60 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{0,03 + 10^2} \text{ Н} \approx 60 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$$

$$\text{Ответ: 1) } v_c = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad 2) T = \frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ (с)} \quad 3) R \approx 60 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)

На высоте $h=15$ м шарик обладает какой-то скоростью v , с земли он стартовал со скоростью v_0 .

$$v = v_0 - g\tau$$

По ЗСЗ:

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = mgh \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \end{cases}$$

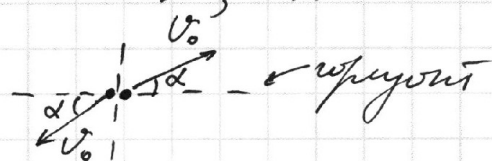
$$2gh = 2gh + (\sqrt{2gh} - g\tau)^2$$

$$2gh = 2gh + 2gh + g^2\tau^2 - 2g\tau \cdot \sqrt{2gh}$$

$$H = \frac{(2h + g\tau^2)^2}{4\tau^2 \cdot 2g}$$

$$H = \frac{(30 + 10 \cdot 1^2)^2}{8 \cdot 1^2 \cdot 10} = 20 \text{ м}$$

2) В момент разрыва на два осколка, по закону сохранения импульса они дальше будут лететь под равными углами к горизонту в разных направлениях, т.е.:





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

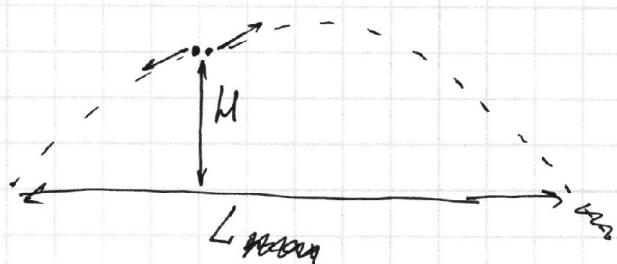
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда по закону сохранения энергии они
своими траекториями образуют parabолу.



$$L = v_0 \cdot \cos \alpha (\tau_1 + \tau_2)$$

$$H = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \tau_1 - \frac{g \tau_1^2}{2} = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \tau_2 - \frac{g \tau_2^2}{2}$$

$$\tau_1 > \tau_2; \quad \tau_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2gH}}{g}$$

$$\tau_2 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha - \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2gH}}{g} \quad \left. \vphantom{\tau_2} \right\} \text{подставим в } L$$

$$L = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 2\alpha}{g}$$

$$L = L_{\max} \text{ при } \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$L_{\max} = \frac{v_0^2}{g}; \quad L_{\max} = \frac{30^2}{10} = 90 \text{ м}$$

Ответ: $H = 20 \text{ м}$; $L_{\max} = 90 \text{ м}$

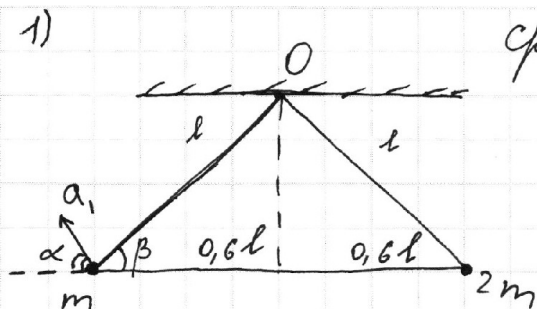


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

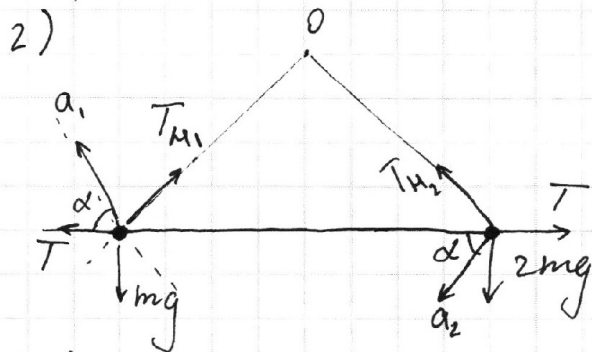
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



сразу после того, как
шарик m будет описывать
(как и 2m)

окружность радиуса l с центром в точке O .

Тогда: $\sin d = \sin(180^\circ - 90^\circ - \beta) = \sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta$
 $\cos \beta = \frac{0,6l}{l} = 0,6 = \sin d$ (т.к. начальная скорость 0, то
 у с. ускорение тоже 0 $\Rightarrow$ есть
 только тангенциальное, под
 углом 90° к нити)



П.к. стержень легкий,
то его реакция T будет
направлена вдоль него.

Введем оси x и y для каждого шарика. x_i направлена
вдоль ускорения, а y вдоль T_{ni} .

$a_1 = a_2$ - иначе стержень деформируется.

И 3-и Ньютона в проекциях на оси x_1 и x_2 :

$$\begin{cases} ma_1 = T \cdot \cos d - mg \cdot \sin d & (1) \\ 2ma_1 = 2mg \cdot \sin d - T \cdot \cos d & (2) \end{cases} \quad (+)$$

$$3ma_1 = mg \cdot \sin d \Rightarrow a_1 = \frac{g \sin d}{3}$$

$$a_1 = \frac{10 \cdot 0,6}{3} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)

Угловую силу T определим из (1) выражение

$$T = \frac{m a_1 + m g \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} ; \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$$

$$T = \frac{0,2 \text{ кг} \cdot 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 0,2 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,6}{0,8} = \frac{16}{8} \text{ Н} = 2 \text{ Н}$$

Ответ: 1) $\sin \alpha = 0,6$; 2) $a = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; 3) $T = 2 \text{ Н}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для одноатомного газа:

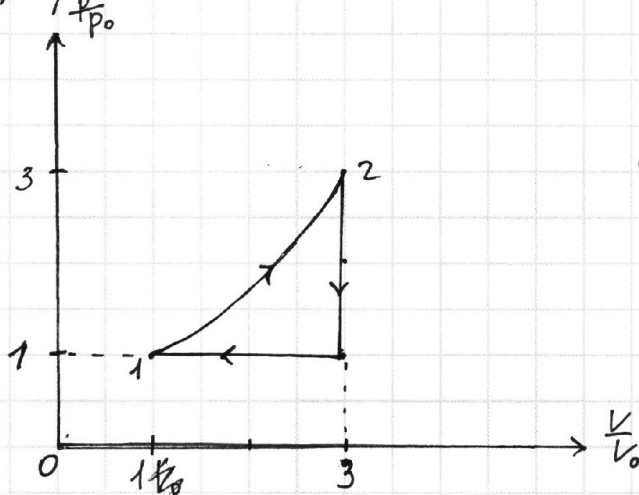
$C_p = \frac{5}{2} R = 2,5 R$ - можно сделать вывод, что

процесс 3-1 - изобарный

$C_v = \frac{3}{2} R = 1,5 R$ - значит процесс 2-3 изохорный

А процесс 1-2 - политропный.

График:



В процессе 2-3 при $V = \text{const}$ температура уменьш.
 ~~В 3 раза~~ в 3 раза $\Rightarrow$ давление уменьшилось в 3 раза

В процессе 3-1 $P = \text{const}$
 ~~Т~~ уменьш. в 3 раза $\Rightarrow$

Объем уменьш. в 3 раза.

2)

$Q_1 = C_V \Delta T$. Газ расширяется в процессе 1-2 $\Rightarrow$

$C = C_{12} = 2 R$ (из графика в условии)

$\Delta T = T_2 - T_1 = 9 T_0 - T_0 = 8 T_0$

$Q_1 = 2 R V \cdot 8 T_0 = 16 V R T_0$; ~~$Q_1 = 16 \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$~~

$Q_1 = 16 \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 200 \text{ К} = 26592 \text{ Дж}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)

$$\eta = 0,5 = \frac{A_n}{A_u}$$

$$Q_i = \Delta U_i + A_i \Rightarrow A_i = Q_i - \Delta U_i$$

$$A_u = A_{1-2} - A_{3-1} = (Q_1 - \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)) - Q_2 + \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3)$$

$$Q_2 = c_p \nu \Delta T = 2,5 R \nu \cdot 2 T_0 = 5 R \nu T_0$$

$$A_u = 16 \nu R T_0 - \frac{3}{2}(9 p_0 V_0 - p_0 V_0) + 5 \nu R T_0 + \frac{3}{2}(p_0 V_0 - 3 p_0 V_0) =$$

$$= 21 \nu R T_0 - 12 p_0 V_0 - 3 p_0 V_0 = 21 \nu R T_0 - 15 p_0 V_0$$

По 3-му Менделееву-Клапейрона: $p_0 V_0 = \nu R T_0$

$$A_u = 6 \nu R T_0$$

По 3-му сохранение энергии:

$$\eta \cdot A_u \cdot N = M g H \Rightarrow H = \frac{A_u \cdot N}{M g} = \frac{6 \nu R T_0 \cdot N \cdot \eta}{M g}$$

$$H = \frac{6 \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 200 \text{ К} \cdot 25 \cdot 0,5}{415 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 30 \text{ м}$$

Ответ: 2) $Q = 26592 \text{ Дж}$; 3) $H \approx 30 \text{ м}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

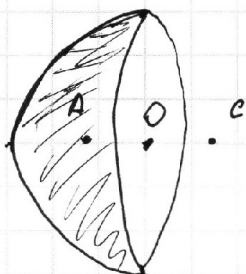
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)



Для того, чтобы найти скорость на большом удалении, достаточно записать ЗСЭ:

$$K_1 + \Pi_1 = K_2 + \Pi_2 \rightarrow 0$$
$$\Pi_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i q}{r_i} = \frac{1}{2} \frac{Q \cdot q}{R} \quad \Pi_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$$
$$K_2 = \frac{mv^2}{2}$$
$$K + \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(K + \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 R} \right)}$$

Потенциальная энергия в любой точке внутри сферы будет одинаковой и равной $\Pi = \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 R}$

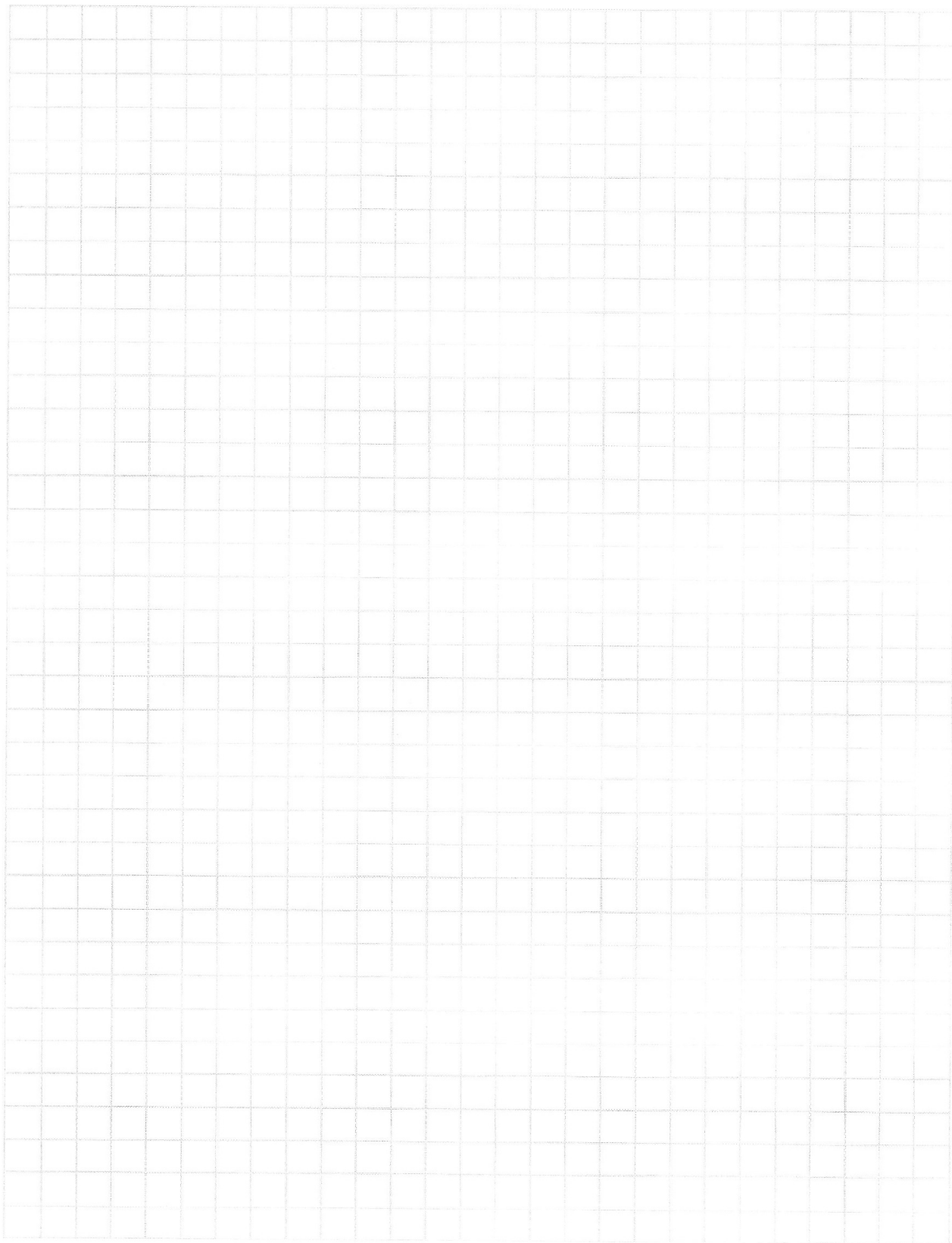


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$16 \cdot 8,31 \cdot 200 = 16 \cdot 2 \cdot 831 =$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 1 \times 831 \\ \underline{32} \\ 1662 \\ 2493 \\ \underline{26592} \end{array} \quad \text{mm}$$

$$\eta = 0,5$$

$$Q = \Delta U + A$$

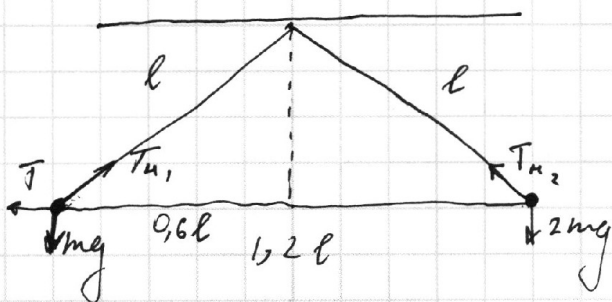
$$A = \eta \cdot \left(Q_1 - \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) - Q_2 + \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) \right) + c_p V \Delta T$$

$$N \cdot A = mg l$$

$$\frac{3}{2} \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 8 \cdot 8 \cdot 831 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 \\ \underline{415702} \\ 83 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41515 \\ -4083 \\ \hline 15 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

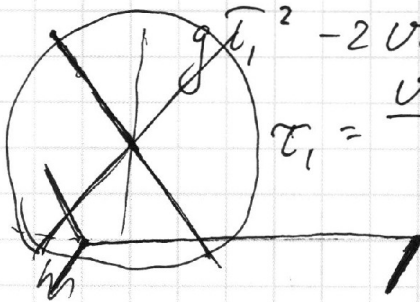
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

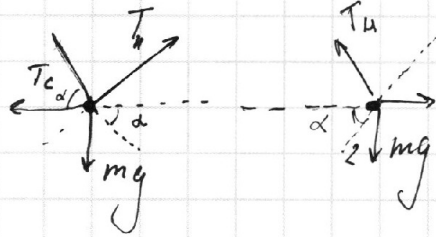
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$k + \frac{1}{2} Q R \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0} = \frac{mV^2}{2}$$



$$g\tau_1^2 - 2v_0 \cdot \sin\alpha \tau_1 + 2H = 0$$
$$\tau_1 = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha - 2gH}}{g}$$



$$mg_1 = T_c \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin\alpha$$

$$2ma_1 = -T_c \cdot \cos\alpha + 2mg \cdot \sin\alpha$$

$$(mg_1) = \sqrt{3}$$

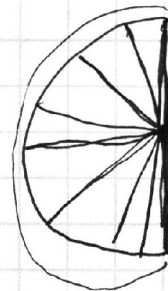
$$3ma_1 = g \cdot \sin\alpha \cdot \sqrt{3}$$

$$a_1 = \frac{g}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,2g$$

$$\frac{4 + 2 \cdot 6}{8} = \frac{4 + 12}{8}$$

$$0,4 + 1,2$$

$$k \int_0^{\infty} \frac{dQ}{R}$$



$$\Pi_A + A = \Pi_c + k_c$$

$$\Pi_A + \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R} = \Pi_c + \frac{mV_c^2}{2}$$

$$k + \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 R} = \Pi_a$$

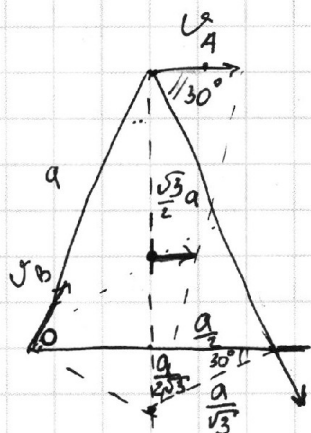


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

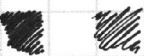
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$F = ma = m \cdot$$



$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 500 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\mu = \frac{(15+10)^2}{2 \cdot 10} = \frac{5 \cdot 25}{2 \cdot 10} = \frac{5 \cdot 25}{4}$$

$$0,03 + 10^2$$

2.

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

$$(v_0 - g\tau)^2$$

$$v_0^2 = 2gh + (v_0 - g\tau)^2 = 2gh + 2gh\mu$$

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

$$\mu = \frac{(h + g\tau)^2}{2g}$$

$$2gh = 2gh + (\sqrt{2gh} - g\tau)^2$$

$$2gh = 2gh + 2gh + g^2\tau^2 - 2g\tau\sqrt{2gh}$$

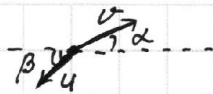


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$v \cdot \cos \alpha = u \cdot \cos \beta$$

$$u = v \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$h_1 = u \cdot \cos \beta \cdot \tau_1$$

$$h_2 = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \tau_2$$

$$H = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \tau_2 - \frac{g \tau_2^2}{2}$$

$$H = u \cdot \sin \beta \cdot \tau_1 - \frac{g \tau_1^2}{2}$$

$$v_0 \cdot \sin \alpha = u \cdot \sin \beta$$

$$mgh = \frac{m}{2} \cdot v^2 + \frac{m}{2} \cdot u^2$$

$$2gH = v^2 + u^2$$

$$g \tau_1^2 - 2 v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \tau_2 + 2h = 0$$

$$\tau_2 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2gh}}{\sin \alpha \cdot g}$$

$$\tau_1 = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2gh}}{g}$$

$$L = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{g} (2 v_0 \cdot \sin \alpha) = \frac{2 v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$\alpha = 45^\circ \quad L = \frac{v_0^2}{g}$$

$$u = \sqrt{2gH - v^2}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{2gH - v^2} \cdot \cos \alpha}{v}$$

$$\sin \beta = \left(1 - \frac{v^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2gH - v^2} \right) =$$

$$\tau_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

$$\tau_2 = \frac{\sqrt{2gH - v^2 \sin^2 \alpha} - \sqrt{2gH - v^2 \sin^2 \alpha - 2gH}}{g} = \frac{\sqrt{2gH - v^2 \sin^2 \alpha}}{\sqrt{2gH - v^2}}$$

$$L = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{g}$$