



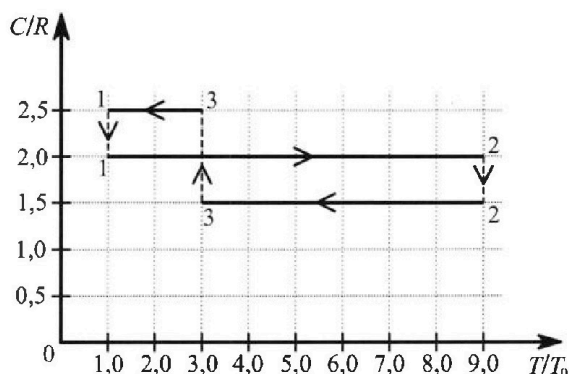
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 3$ моль одноатомного идеального газа участвуют в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 270$ К.

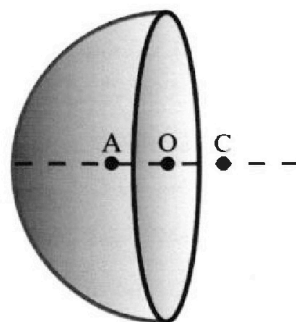


1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.

2. Какую работу A_1 газ совершает за один цикл?

3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 250$ кг за $N = 15$ циклов тепловой машины? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закреплённой диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . Частица движется по прямой АС и на большем по сравнению с R расстоянии от точки О скорость частицы равна V . Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.



1. Найдите скорость V_O частицы в точке О. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.

2. Найдите скорость V_C частицы в точке С.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



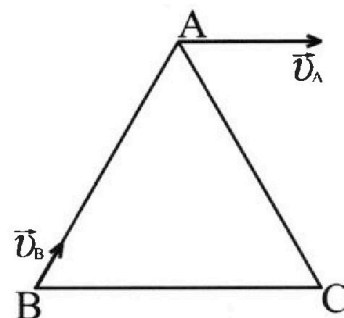
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



†1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t = 0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC и по величине равна $v_A = 0,8$ м/с, а скорость $\vec{v}_B$ вершины B направлена вдоль стороны BA. Длины сторон треугольника $a = 0,4$ м.



1. Найдите модуль v_B скорости вершины B.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит четыре оборота?

Пчела массой $m = 60$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины C.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

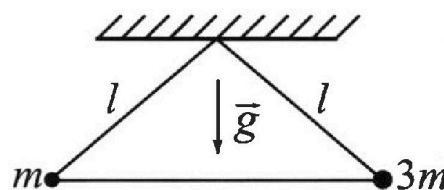
†2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали.

1. На какой высоте H разорвался фейерверк, если известно, что на высоте $h = 11,2$ м фейерверк летел со скоростью $V = 4$ м/с? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте H фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 16$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние L_{MAX} между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

†3. Два шарика с массами $m = 80$ г и $3m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарiki скреплены с легким стержнем длины $L = 1,2l$. Систему удерживают так, что шарiki находятся на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_2$ ускорения шарика массой $3m$ сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_2 ускорения шарика массой $3m$ сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.



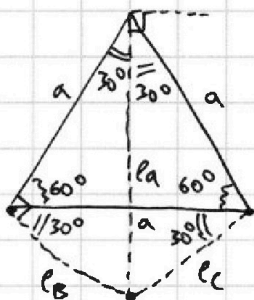
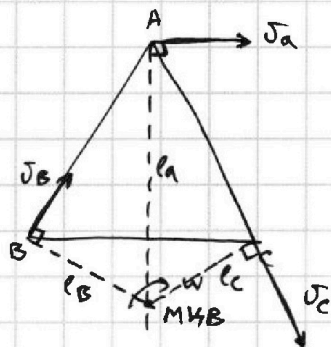
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача N1.



$$1) a = l_A \cos 30^\circ \Rightarrow \left[l_A = \frac{a}{\cos 30^\circ} \right]$$

$$2) \left[l_B = a \tan 30^\circ = l_C \right]$$

($l_B = l_C$ из равенства углов при основании)

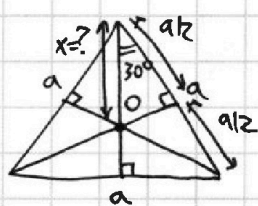
1) Найдем мин. центр. вращ. (МЦВ) системы. Для этого из вершин A и B проведем отрезки $\perp$ к скорости v_A и v_B и найдем их пересечение - МЦВ.

2) Таким образом, проведем вращение системы отн. МЦВ с $\omega = \frac{v_A}{l_A} = \frac{v_B}{l_B} = \frac{v_C}{l_C}$ (с осью с произвольным ориентиром, только в обратном порядке для нахождения v_C)

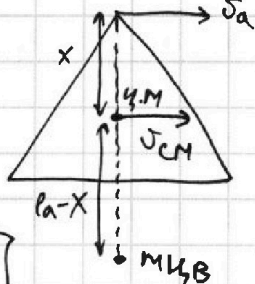
$$3) \text{ Итого: } \omega = \frac{v_A}{l_A} = \frac{v_B}{l_B} = \frac{v_C}{l_C} \Rightarrow v_B = \frac{v_A l_B}{l_A} = v_A \frac{a \tan 30^\circ \cos 30^\circ}{a} = v_A \sin 30^\circ = \frac{v_A}{2}.$$

$$\boxed{v_B = v_C = \frac{v_A}{2} = 0,4 \frac{m}{c}} \text{ - А1. ответ.}$$

4) Найдем скорость центра масс:



$$x \cos 30^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow \left[x = \frac{a}{2 \cos 30^\circ} \right]$$

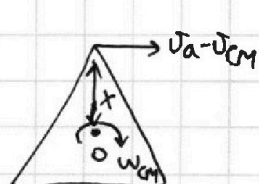
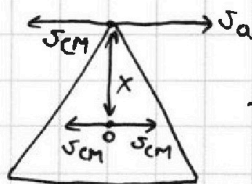


$$\omega = \frac{v_A}{l_A} = \frac{v_C}{l_C - x} \Rightarrow$$

$$v_{CM} = v_A \frac{l_C - x}{l_A} = v_A \left(1 - \frac{a}{2 \cos 30^\circ} \cdot \frac{\cos 30^\circ}{a} \right)$$

$$v_{CM} = v_A \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \left[\frac{v_A}{2} = v_{CM} \right]$$

Совместившись, перенесем в со у.м., гл.м. с $v_{CM} = \frac{v_A}{2}$, тогда:



Вращение проведем отн. у.м. $\Rightarrow$

$$\omega_{CM} = \frac{v_A - v_{CM}}{x} = \frac{v_A}{2x} = \left[\frac{v_A \cos 30^\circ}{a} = \omega_{CM} \right]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

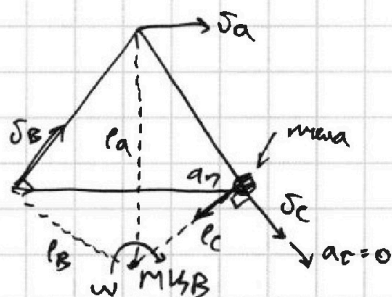
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N \cos \varphi = N \Rightarrow \tau = \frac{2\pi N}{\omega_{CM}} = \frac{2\pi N a}{\omega a \cos 30} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 0,4}{0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ с} = \frac{16 \cdot 3,14 \cdot 0,4}{0,8 \sqrt{3}} \text{ с} =$$

$$= \frac{8 \cdot 3,14}{\sqrt{3}} \text{ с} \approx \frac{8 \cdot 3,14}{1,73} \text{ с} \approx 8 \cdot 1,8 \text{ с} \approx 14 \text{ с} = \frac{2\pi N a}{\omega a \cos 30} = \tau - \text{A2 ответ}$$

$$\begin{array}{r} 171 \\ \times 171 \\ \hline 1197 \\ + 11970 \\ \hline 29147 \end{array} \quad \begin{array}{r} 172 \\ \times 172 \\ \hline 344 \\ + 11972 \\ \hline 29584 \end{array} \quad \begin{array}{r} 314 \overline{) 173} \\ 173 \\ \hline 110 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ 173 \\ \times 24 \\ \hline 692 \\ + 3460 \\ \hline 4152 \end{array}$$

5) Сила мела:

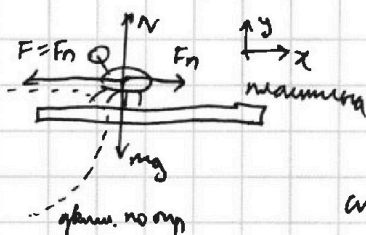


Плоскость вращения на малой скорости + изгибная.

сила нем $\Rightarrow$ вращение происходит с $\omega = \text{const} \Rightarrow$
у каждой точки на плоскости отрезываем a_n , если
меньше a_n - норм. ускорение.

Знаем, уг. зп вращ. вокруг МЦВ, на мелу действующим a_n : $a_n = \frac{v_c^2}{r_c} \Rightarrow$

$$F_n = m a_n = \left[\frac{m v_c^2}{r_c} = F_n \right]$$



1) $N = mg$ - ось y.

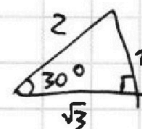
2) Движение по окружности: со стороны поверхности действующая

сила F уг. зп которой движение по окруж. $\Rightarrow F = F_n$

$(F = F_n)$ - на ось x при пересечении в со мела

$$\text{Имеем: } R = F = F_n = \frac{m v_c^2}{r_c} = \frac{m \left(\frac{\omega a}{2} \right)^2}{a \tan 30} = \frac{m \omega^2 a^2}{4 a \tan 30} = R$$

$$R = \frac{60 \cdot 0,64 \cdot \sqrt{3}}{106 \cdot 4 \cdot 0,4 \cdot 1} \text{ Н} = \frac{6 \cdot 64 \cdot \sqrt{3}}{106 \cdot 1,6} \text{ Н} = \frac{24 \sqrt{3}}{106} \text{ Н} = \frac{24 \cdot 1,73}{106} \text{ Н} = \frac{4}{12} \cdot 10^{-6} \text{ Н}$$



$$\text{Итого: } R = \frac{m \omega^2 a^2}{4 a \tan 30} \approx \frac{4}{12} \cdot 10^{-6} \text{ Н} - \text{A3 ответ}$$



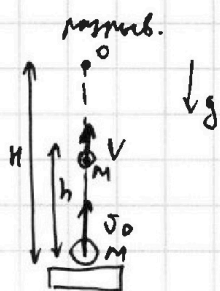
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

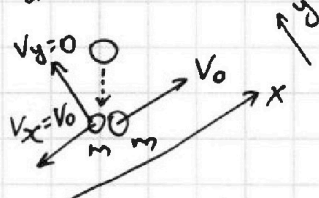
СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.



разрыв на H-мех.



1) Поем го высоты H: два раза применим ЗЭ: V_0 - скорость в начале полета

1) Высота h: $\frac{MV_0^2}{2} = \frac{MV^2}{2} + Mgh \Rightarrow V_0^2 = V^2 + 2gh$ (1)

2) Высота H: вверху скорость 0 $\Rightarrow \frac{MV_0^2}{2} = Mgh \Rightarrow V_0^2 = 2gH$ (2)

3) Тем же самым: $2gH = V^2 + 2gh \Rightarrow H = \frac{V^2 + 2gh}{2g} = \frac{V^2}{2g} + h = H$

$H = \left(\frac{16}{20} + 11,2\right) \text{ м} = (0,8 + 11,2) \text{ м} = 12 \text{ м} = H = \frac{V^2}{2g} + h$ - А! ответ

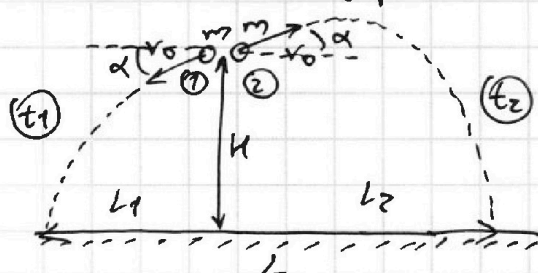
2) Разрыв на высоте H: баллистический износ $\rightarrow$ два разв. малой m и большой M

Заменим ЗМ на $Ox \parallel V_0$ и $Oy \perp V_0$ для нахождения V_x и V_y :

$M \cdot 0 = mV_0 + m(-V_x) - 0x \quad | \quad V_x = V_0$
 $M \cdot 0 = m \cdot 0 + mV_y - 0y \quad | \quad V_y = 0$ $\Rightarrow$ начальная скорость второго камня $V_x = V_0$.

[Все скорости направлены вверх отсюда от x , $V_x = V_0$] - имеем.

Вспомогательное разделение L:



Время полета - t_1 и $t_2 \Rightarrow$

$L = L_1 + L_2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

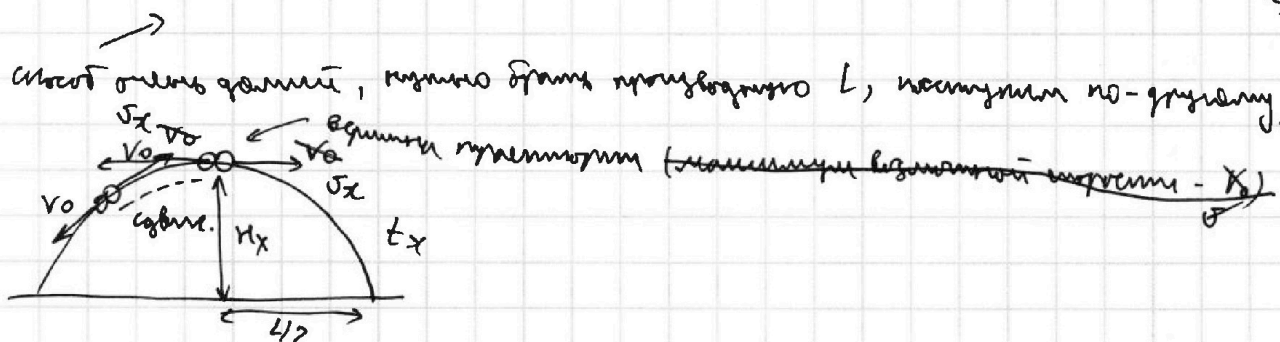
СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) элемент ①:
$$\begin{cases} L_1 = V_0 \cos \alpha t_1 \\ H = V_0 \sin \alpha t_1 + \frac{g t_1^2}{2} \end{cases} \rightarrow H = V_0 \sin \alpha \left(\frac{L_1}{V_0 \cos \alpha} \right) + \frac{g}{2} \left(\frac{L_1}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 \quad (1)$$

$$[L = L_1 + L_2]$$

4) элемент ②:
$$\begin{cases} L_2 = V_0 \cos \alpha t_2 \\ -H = V_0 \sin \alpha t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \end{cases} \rightarrow -H = V_0 \sin \alpha \left(\frac{L_2}{V_0 \cos \alpha} \right) - \frac{g}{2} \left(\frac{L_2}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 \quad (2)$$



У нас есть траектория параболы, если мы обозначим траекторию первого и второго осколков — параболы, т.е. векторы их скоростей противоположны, или на 1 прямой. Таким образом, нужно минимизировать скорость в вершине траектории. Тогда скорость — скорость V_x , тогда

$$\frac{m V_0^2}{2} + m g H = \frac{m V_x^2}{2} + m g H_x \rightarrow H_x = \frac{V_0^2 - V_x^2}{2g} + H, \text{ значит}$$

$$\begin{cases} V_x t_x = \frac{L}{2} \\ H_x = \frac{g t_x^2}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_x = \frac{L}{2 V_x} \\ 2 H_x = \frac{g L^2}{4 V_x^2} \end{cases} \rightarrow \left[8 \left(\frac{V_0^2 - V_x^2}{2g} + H \right) V_x^2 = g L^2 \right] - \text{берем производную } (L^2)'$$

L — макс $\rightarrow L^2 = \text{max} \rightarrow (L^2)' = 0 \rightarrow \left(\left(\frac{V_0^2 - V_x^2}{2g} + H \right) V_x^2 \right)' = 0 \rightarrow$

$$\left(\left(H + \frac{V_0^2}{2g} - \frac{V_x^2}{2g} \right) \cdot V_x^2 \right)' = 0 \rightarrow - \frac{2 V_x}{2g} \cdot V_x^2 + \left(H + \frac{V_0^2}{2g} - \frac{V_x^2}{2g} \right) \cdot 2 V_x = 0 \rightarrow$$

$$\frac{V_x^2}{g} = 2 \left(H + \frac{V_0^2 - V_x^2}{2g} \right); \quad 2 V_x^2 = 2 g H + 2 \quad V_x^2 = 2 g H + V_0^2 - V_x^2 \rightarrow \quad \frac{m}{c}$$

$$2 V_x^2 = V_0^2 + 2 g H \rightarrow \left[V_x = \sqrt{\frac{V_0^2 + 2 g H}{2}} \right] \quad V_x = \sqrt{\frac{256 + 20 \cdot 12}{2}} \frac{m}{c} = \sqrt{\frac{496}{2}} \frac{m}{c} = \sqrt{248} \frac{m}{c}$$

$(V_x < V_0 \Rightarrow \text{норм } \frac{1}{2})$

Итак: $L^2 = \frac{8}{g} \left(\frac{V_0^2 - V_x^2}{2g} + H \right) V_x^2 \Rightarrow L_m = \sqrt{\frac{8}{g} \cdot \frac{V_0^2 + 2 g H}{2} \cdot \left(\frac{V_0^2}{2g} + H - \frac{V_0^2 + 2 g H}{4g} \right)} =$

$$= \sqrt{\frac{4(V_0^2 + 2 g H)}{g} \cdot \left(H + \frac{V_0^2}{4g} - \frac{H}{2} \right)} = \sqrt{\frac{4(V_0^2 + 2 g H)}{g} \cdot \left(\frac{H}{2} + \frac{V_0^2}{4g} \right)} = L_m$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L_m = \sqrt{\frac{4(V_0^2 + 2gh)}{g} \left(\frac{1}{2} + \frac{V_0^2}{4g} \right)} = \sqrt{\frac{4 \cdot (256 + 240)}{10} \left(6 + \frac{256}{40} \right)} \text{ м} =$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot 496}{10} \left(\frac{496}{40} \right)} \text{ м} = \sqrt{\frac{496^2}{102}} \text{ м} = \boxed{49,6 \text{ м} = L_m} - \text{AZ ответ.}$$

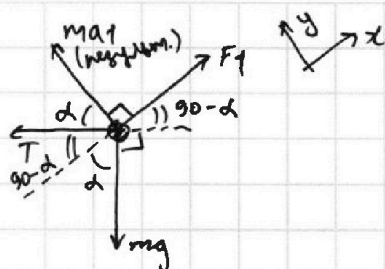


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из **2**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$Ox: F_1 = T \sin \alpha + mg \cos \alpha \quad (3)$$

$$Oy: ma_1 = T \cos \alpha - mg \sin \alpha \quad (4)$$

5) ~~ускорение массов равным (нулю)~~

5) Взяв другие данные: число не равнозначное и не является $\rightarrow E = \text{const}$.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow E_1 = E_2 = E = \frac{a_1}{e} = \frac{a_2}{e} \rightarrow a_1 = a_2 \quad (5) - \text{равными ун. ун.}$$

Тогда имеем ун-ти: (1); (4); (5).

$$\sin \alpha = 0,6.$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8.$$

$$\begin{cases} 3ma_2 = 3mg \sin \alpha - T \cos \alpha \\ ma_1 = T \cos \alpha - mg \sin \alpha \\ a_1 = a_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3ma_2 = 1,8mg - 0,8T \\ ma_2 = 0,8T - 0,6mg \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 1,8mg - 0,8T = 2,4T - 1,8mg \\ a_2 = 0,8 \frac{T}{m} - 0,6g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{3,6mg}{3,2} \\ a_2 = 0,8 \frac{T}{m} - 0,6g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{9mg}{8} \\ a_2 = 0,9g - 0,6g = 0,3g. \end{cases}$$

Итого: $a_2 = 0,3g = 3 \frac{m}{c^2}$ - АЗ ответ.

Итого: $T = \frac{9mg}{8} = \frac{9 \cdot 80 \cdot 10}{8 \cdot 1000} \text{ Н} = \frac{9 \cdot 800}{8000} \text{ Н} = 0,9 \text{ Н}$ - АЗ ответ.



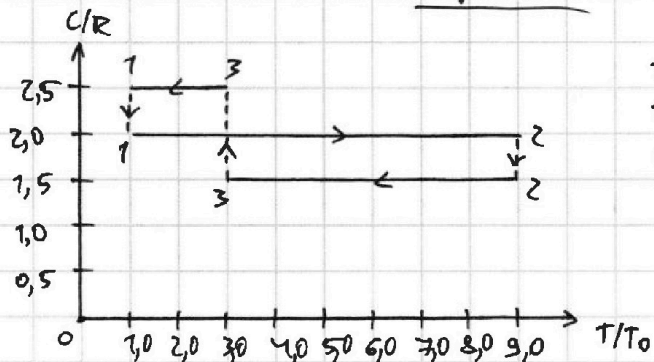
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



2
T₀
R

1) $Q = C \Delta T$; $A_1 = Q_+ + Q_-$, где $Q_+ - \text{поглощенное тепло}$; $Q_- - \text{отведенное}$.

Соответственно, т.н. $\Delta T = T_2 - T_1$, где 1-тело; 2-тело (контакты) →

если $\Delta T > 0 \Rightarrow Q > 0 \Rightarrow Q_+$

если $\Delta T < 0 \Rightarrow Q < 0 \Rightarrow Q_-$

$T_1 \xrightarrow{\quad} T_2$
 $Q_{12} = C(T_2 - T_1) \nu$ } - пример.

Итак, чтобы найти A_1 , произведем все теплоты, исходящие из тела 1 по заданным направлениям (туда зная форму, «возлезна» и «алмазаними»).

$A_1 = Q_{12} + Q_{13} + Q_{31} = C \nu (T_2 - T_1) + C \nu (T_3 - T_2) + C \nu (T_1 - T_3) =$

$= C_{12} \nu (T_2 - T_1) + C_{23} \nu (T_3 - T_2) + C_{31} \nu (T_1 - T_3) =$

$= 2R \cdot \nu (9T_0 - T_0) + 1,5R \cdot \nu (3T_0 - 9T_0) + 2,5R \cdot \nu (T_0 - 3T_0) =$

$= 16 \nu R T_0 + (-9) \nu R T_0 + (-5) \nu R T_0 = 2 \nu R T_0 = A_1 = 6 \cdot 8,37 \cdot 270 \text{ Дж} =$

$$\begin{array}{r} 270 \\ \times 6 \\ \hline 1620 \\ + 486 \\ \hline 1296 \\ 13462,2 \end{array}$$

$\Rightarrow 13462,2 \text{ Дж} = 2 \nu R T_0 = A_1$

1
A2 ответ.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

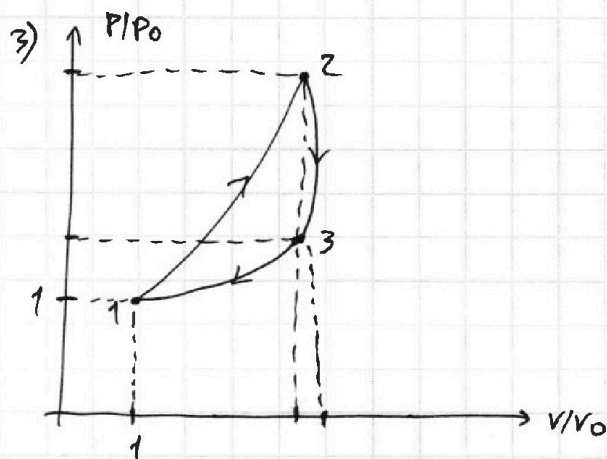
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $M = 0,5$ - чпд. $\Rightarrow M g H = M N \cdot A_1 \Rightarrow$

$$H = \frac{M N A_1}{M g} = \frac{0,5 \cdot 15 \cdot 13462,2}{2500} \text{ м} = \frac{3 \cdot 13462,2}{1000} \text{ м} \approx 3 \cdot 13,5 \text{ м} \approx 40 \text{ м}$$

$$H = \frac{M N A_1}{M g} = \frac{M \cdot N \cdot 2 \sqrt{R T_0}}{M g} = 40 \text{ м} = H \quad - \text{АЗ оконч.}$$



$$P V = \nu R T \rightarrow \text{м.и.} \quad P_0 V_0 = \nu R T_0$$

$$P_2 V_2 = \nu R \cdot 9 T_0 ; \quad P_3 V_3 = \nu R \cdot 3 T_0$$

$$C_{\Delta T} = P \cdot \Delta V + \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

$$P V = \nu R T \rightarrow \frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$



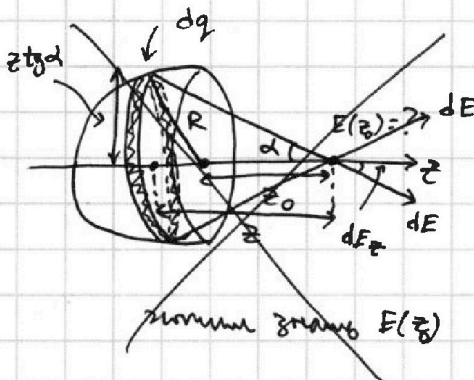
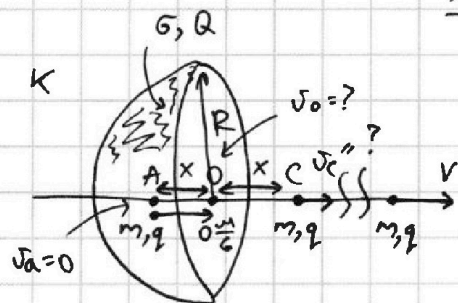
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

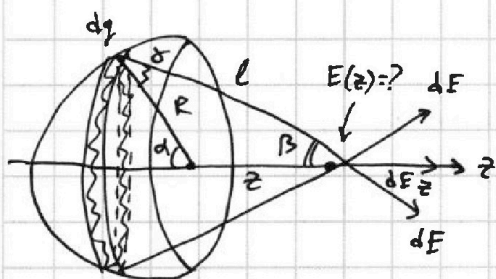
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.



σ -ров. поверхностная плотность заряда

Решение $E(z_0)$: $dq = 2\pi R \sin \alpha \cdot R d\alpha \cdot \sigma$



$$1) dq = 2\pi R \sin \alpha \cdot R d\alpha \cdot \sigma$$

$$2) \frac{R}{\sin \beta} = \frac{z}{\sin \alpha}; \quad \alpha = \delta + \beta \rightarrow \delta = \alpha - \beta.$$

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{z}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$3) dE_z = dE \cos \beta = \frac{k dq}{r^2} \cos \beta = \frac{k dq}{r^2} \cdot \frac{z + R \cos \alpha}{r} = dE_z.$$

$$r = \sqrt{(z + R \cos \alpha)^2 + (R \sin \alpha)^2} \Rightarrow dE_z = \frac{4 \cdot 2\pi R^2 \sigma \sin \alpha d\alpha \cdot (z + R \cos \alpha)}{((z + R \cos \alpha)^2 + (R \sin \alpha)^2)^{3/2}}$$

$$dE_z = -2\pi k \sigma R^2 \frac{(z + R \cos \alpha) d \cos \alpha}{(z^2 + 2zR \cos \alpha + R^2)^{3/2}} = -2\pi k \sigma R \frac{d(R \cos \alpha + z)(z + R \cos \alpha)}{(\dots)^{3/2}} \quad \text{③}$$

$$\text{③} \Rightarrow E_z = -2\pi k \sigma R \int_0^R \frac{d(t+z) \cdot (t+z)}{(z^2 + R^2 + 2zt)^{3/2}}$$

$$\int \frac{d(t+z) \cdot (t+z)}{(z^2 + R^2 + 2zt)^{3/2}} = \frac{1}{2} \int \frac{d(t^2 + z^2 + 2zt)}{(z^2 + R^2 + 2zt)^{3/2}} = \frac{1}{2} \int \frac{d(\alpha)}{(\alpha)^{3/2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

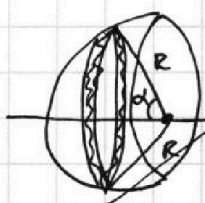
$$\varphi(\infty) = 0$$

1) Обозначим потенциалы в точках: $\varphi(A)$; $\varphi(O)$; $\varphi(C) \rightarrow$ запишем ЗЭ:

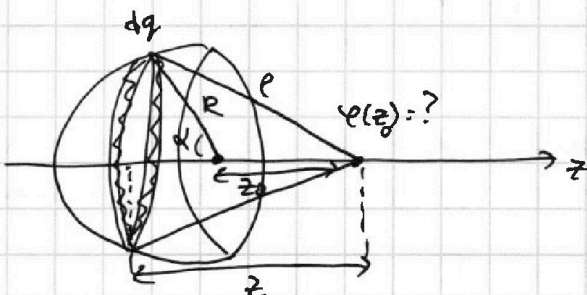
$$\left[q\varphi(a) = q\varphi(o) + \frac{mv_o^2}{2} = q\varphi(c) + \frac{mv_c^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \right]$$

2) $Q = \sigma \cdot 2\pi R^2 \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{2\pi R^2}$ - поверхностная плотность заряда.

Найдем $\varphi(o)$:



Потенциал поля точ. Заряда: $\varphi = \frac{Uq}{r} \rightarrow$ найдем $\varphi(z)$:



$$dq = 2\pi R \sin \alpha \cdot R d\alpha \cdot \sigma$$

$$d\varphi = \frac{U dq}{r} \rightarrow$$

$$d\varphi = \frac{U \cdot 2\pi R^2 \sigma \cdot \sin \alpha d\alpha}{\sqrt{(z_0 + R \cos \alpha)^2 + (R \sin \alpha)^2}}$$

$$\varphi = -2\pi k \sigma R^2 \int_0^{\pi/2} \frac{d \cos \alpha}{\sqrt{z_0^2 + 2z_0 R \cos \alpha + R^2}} = \frac{-2\pi k \sigma R^2}{2z_0 R} \int_0^{\pi/2} \frac{d(2z_0 R \cos \alpha + z_0^2 + R^2)}{(z_0^2 + R^2 + 2z_0 R \cos \alpha)^{1/2}}$$

$$\varphi = \frac{-\pi k \sigma R}{z_0} \cdot \frac{(z_0^2 + R^2 + 2z_0 R \cos \alpha)^{1/2}}{1/2} \Big|_0^{\pi/2}$$

$$\varphi = \frac{-2\pi k \sigma R}{z_0} (\sqrt{z_0^2 + R^2 + 2z_0 R \cdot 0} - \sqrt{z_0^2 + R^2 + 2z_0 R})$$

$\downarrow$

найдем $\varphi(a)$; $\varphi(o)$; $\varphi(c)$: $AO = OC = x$.

$$\varphi(a) = \frac{2\pi k \sigma R}{x} (\sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2 + R^2 - 2xR}) \quad (z_0 = -x)$$

$$\varphi(c) = \frac{2\pi k \sigma R}{x} (\sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2 + R^2}) \quad (z_0 = x)$$



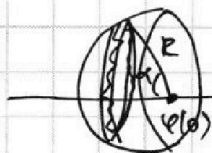
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем $\psi(0)$:



$$dq = 2\pi R \sin \alpha \cdot R d\alpha$$

$$d\psi = \frac{q dq}{R} \Rightarrow d\psi = \frac{4\pi R^2 \sigma \sin \alpha d\alpha}{R}$$

$$d\psi = -2\pi k \sigma R d\cos \alpha \Rightarrow \psi = -2\pi k \sigma R \int_0^{\pi/2} d\cos \alpha = -2\pi k \sigma R (0 - 1) =$$

$$= 2\pi k \sigma R = \psi(0). \text{ Примем } \sigma = \frac{Q}{2\pi R^2} \Rightarrow \text{имеем:}$$

$$\psi(0) = \frac{4Q}{R}$$

$$\psi(a) = \frac{4Q}{xR} (\sqrt{x^2 + R^2} - (x - R))$$

$$\psi(c) = \frac{4Q}{xR} (\sqrt{x+R} - \sqrt{x^2 + R^2})$$

$$\text{Примем: } q\psi(a) = q\psi(0) + \frac{mv_0^2}{2} = q\psi(c) + \frac{mv_c^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{4Qq}{xR} (\sqrt{x^2 + R^2} - x + R)$$

$$\frac{4Qq}{R} + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{\frac{mv^2}{2} - \frac{4Qq}{R}}{\frac{m}{2}}}$$

А1 answer.

$$q\psi(a) = q\psi(c) + \frac{mv_c^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{4Qq}{xR} (\sqrt{x^2 + R^2} - x + R) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{4Qq}{xR} (-\sqrt{x^2 + R^2} + x - R) = \frac{-mv^2}{2}$$

$$v_c = \sqrt{\frac{\frac{mv^2}{2} - q\psi(c)}{\frac{m}{2}}} = \sqrt{\frac{\frac{mv^2}{2} - \frac{4Qq}{xR} (-\sqrt{x^2 + R^2} + x + R)}{\frac{m}{2}}}$$

$$\text{имеем } x: \left(\sqrt{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2} - 1 + \left(\frac{R}{x}\right) \right) \cdot \frac{4Qq}{R} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{mv^2 R}{24Qq} = \sqrt{1 + d^2} - 1 + d.$$

$$1 + d^2 = \left(\frac{mv^2 R}{24Qq} + 1 \right)^2 - 2 \left(\frac{mv^2 R}{24Qq} + 1 \right) d + d^2 \Rightarrow$$

$$d = \frac{R}{x} = \frac{\left(\frac{mv^2 R}{24Qq} + 1 \right)^2 - 1}{2 \left(\frac{mv^2 R}{24Qq} + 1 \right)} \Rightarrow x = \frac{R}{d}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$V_c = \sqrt{\frac{\frac{mv^2}{2} - \left(\frac{kQq}{2R} \cdot 2R - \frac{mv^2}{2} \right)}{\frac{m}{2}}} = \sqrt{\frac{mv^2 - \frac{2kQq}{R} \cdot \frac{\left(\frac{mv^2 R}{2kQq} + 1 \right)^2 - 1}{2 \left(\frac{mv^2 R}{2kQq} + 1 \right)}}{\frac{m}{2}}}$$

$$V_c = \sqrt{\frac{mv^2 - \frac{kQq}{R} \cdot \frac{\left(\frac{mv^2 R}{2kQq} + 1 \right)^2 - 1}{\left(\frac{mv^2 R}{2kQq} + 1 \right)}}{\frac{m}{2}}}$$

- AZ ответ.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

