



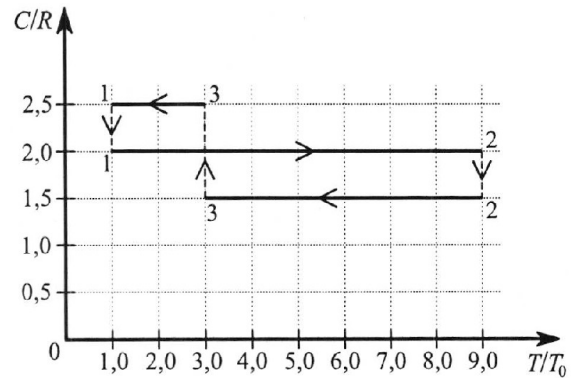
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 2$ моль одноатомного идеального газа участвуют в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 300$ K.



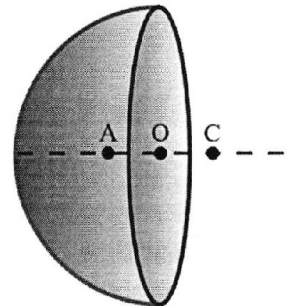
1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.

2. Какое количество Q_1 теплоты подводится к газу в процессе расширения за один цикл?

3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 150$ кг за $N = 10$ циклов тепловой машины?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закрепленной диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . В точке О частица движется со скоростью V_O .



1. С какой скоростью V частица движется на большом по сравнению с R расстоянии от точки О? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.

2. Найдите скорость V_C , с которой частица движется в точке С. Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



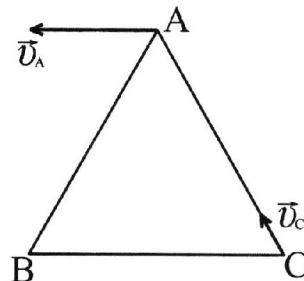
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t = 0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC и по величине равна $v_A = 0,4$ м/с, а скорость $\vec{v}_C$ вершины C направлена вдоль стороны CA. Длины сторон треугольника $a = 0,2$ м.



1. Найдите модуль v_C скорости вершины C.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит три оборота?

Пчела массой $m = 100$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины B.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

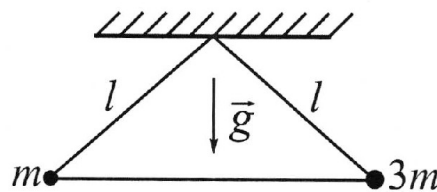
2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали. В процессе подъема на высоте $h = 8$ м фейерверк находился через $\tau = 0,8$ с после начала полета.

1. На какую максимальную высоту H поднимается фейерверк? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 20$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние L_{MAX} между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

3. Два шарика с массами $m = 0,1$ кг и $3m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарик скреплен с легким стержнем длины $L = 1,6l$. Систему удерживают так, что шарик находится на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_1$ ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_1 ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.

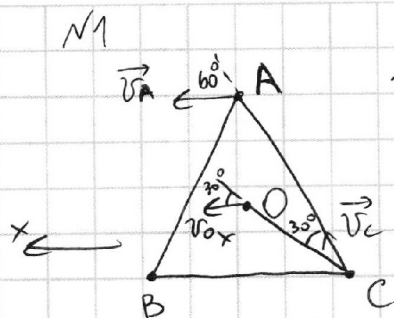


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. т.к. стержень AC не растяжим, то

проекция скоростей A и C на стержень должна быть одинаковой $\Rightarrow$

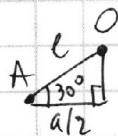
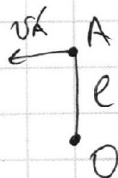
$$v_A \cdot \cos 60^\circ = v_C \Rightarrow v_C = 0,4 \text{ м/с} \cdot \frac{1}{2} = 0,2 \text{ м/с}$$

2. в системе центра масс все скорости должны быть $\perp$ направлению из центра в точку, т.к. $\vec{v}_A$ уже соблюдает это условие, то можем посчитать v_{Ox} и посчитать $\vec{v}_A$ в системе центра масс: нерастяжимость OC: $v_{Ox} \cdot \cos 30^\circ = v_C \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow$

$$v_{Ox} = v_C = 0,2 \text{ м/с} \Rightarrow \text{в системе отсчета центра масс:}$$

$$v_A' = v_A - v_{Ox} = 0,2 \text{ м/с}$$

$$|AO| = l = \frac{a/2}{\cos 30^\circ} = \frac{a}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow$$



$$\omega = \frac{v_A'}{l} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot l}{v_A'}$$

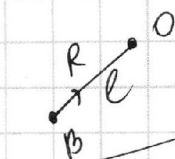
ω — угловая скорость вращения в системе ц.м.

T — время, за которое совершится один оборот

$$\tau = 3T = \frac{6\pi \cdot l}{v_A'} \approx 6,314 \cdot \frac{0,2 \cdot \sqrt{3}}{0,2} =$$

$$= 6,28 \cdot \sqrt{3} \text{ с} (= 2\pi \cdot \sqrt{3} \text{ с})$$

3.



$$R = m\omega^2 l = m \frac{v_A'^2}{l} = 100 \text{ нг} \cdot \frac{(0,2 \text{ м/с})^2}{\sqrt{3}} = 20 \cdot \sqrt{3} \text{ нН}$$

$$m \ll m_{\text{пл}}$$

$\Downarrow$
центр тяжести, только центростремительная сила

Ответ: 1. $v_C = 0,2 \text{ м/с}$ 2. $\tau \approx 6,28 \cdot \sqrt{3} \text{ с} (= 2\pi \cdot \sqrt{3} \text{ с})$
3. $R = 20 \cdot \sqrt{3} \text{ нН}$

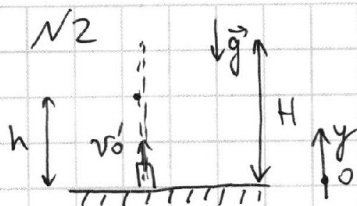


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. v_0' - начальная скорость фейерверка $\Rightarrow$

$$y(t) = v_0' \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

высота подъема фейерверка от времени

известно, что $h = y(\tau) \Rightarrow h = v_0' \cdot \tau - \frac{g \tau^2}{2} \Rightarrow v_0' = \frac{h + \frac{g \tau^2}{2}}{\tau} =$

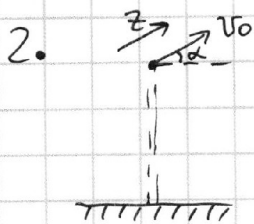
$$= \frac{8 \text{ м} + \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,8 \text{ с})^2}{2}}{0,8 \text{ с}} = 14 \text{ м/с}$$

найдем время падения: $y(T_{\text{пад}}) = 0 \Rightarrow v_0' \cdot T_{\text{пад}} - \frac{g T_{\text{пад}}^2}{2} = 0 \Rightarrow$

$$T_{\text{пад}} = \frac{2v_0'}{g} \Rightarrow T_{\text{max}} = \frac{T_{\text{пад}}}{2} = \frac{v_0'}{g} \Rightarrow$$

время, за которое
фейерверк поднимется
на макс. высоту H

$$H = y(T_{\text{max}}) = \frac{v_0'^2}{g} - \frac{g \left(\frac{v_0'}{g}\right)^2}{2} = \frac{v_0'^2}{2g} = \frac{(14 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 9,8 \text{ м}$$



Пусть α - угол направления v_0 к горизонту
 m - масса одного осколка

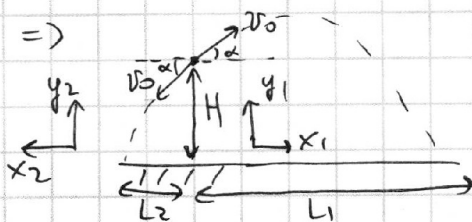
закон сохранения импульса на ось z : $m v_0 + m \cdot v_{z2} = 0 \Rightarrow$

$$v_{z2} = -v_0$$

↑
скорость второго
осколка на
ось z

из-за того, что $v_0 = v_{0z}$, то опять же из-за закона сохр. импульса

$$v_{z2} = v_2 = -v_0 \Rightarrow$$



$$L_{\text{max}} = L_1 + L_2$$

найдем L_2 :

$$\begin{cases} x_2(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y_2(t) = H - v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

найдем время полета второго ($T_{пол2}$): $y_2(T_{пол2}) = 0 \Rightarrow$

$$H - v_0 \sin \alpha \cdot T_{пол2} - \frac{g T_{пол2}^2}{2} = 0 \Rightarrow T_{пол2}^2 \cdot \frac{g}{2} + T_{пол2} \cdot v_0 \sin \alpha - H = 0$$

квадратное уравнение: $\Delta = (v_0 \sin \alpha)^2 - 4 \cdot \frac{g}{2} (-H) = v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH$

$$T_{пол2} = \frac{-v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

берем "+", т.к. иначе $T_{пол2} < 0$

$$x(T_{пол2}) = L_2 \Rightarrow \boxed{L_2 = v_0 \cos \alpha \cdot T_{пол2} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} - v_0 \sin \alpha}{g}}$$

аналогично найдем L_1 : ~~время полета первого~~

$$\begin{cases} x_1(t) = \underbrace{v_0 \cos \alpha}_{v_{0x}} t \\ y_1(t) = H + \underbrace{v_0 \sin \alpha}_{v_{0y}} t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

найдем время полета первого ($T_{пол1}$):

$$y_1(T_{пол1}) = 0 \Rightarrow H + v_0 \sin \alpha T_{пол1} - \frac{g T_{пол1}^2}{2} = 0 \Rightarrow T_{пол1}^2 \cdot \frac{g}{2} - T_{пол1} \cdot v_0 \sin \alpha - H = 0$$

квадратное уравнение: $\Delta = (v_0 \sin \alpha)^2 - 4 \cdot \frac{g}{2} (-H) = v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH$

$$T_{пол1} = \frac{v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

берем "+", т.к. иначе $T_{пол1} < 0$

$$x(T_{пол1}) = L_1 \Rightarrow \boxed{L_1 = v_0 \cos \alpha \cdot T_{пол1} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} + v_0 \sin \alpha}{g}}$$

$$L_{max} = L_1 + L_2 = \frac{v_0 \cos \alpha}{g} \cdot 2\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} \quad \text{подставим значения } H, v_0$$

$$\text{и } g: L_{max} = \frac{14 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} \cdot \cos \alpha \cdot 2\sqrt{(10 \text{ м/с})^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 98 \text{ м}} = 2,8 \cos \alpha \sqrt{\sin^2 \alpha \cdot 400 + 196}$$

$\Rightarrow$ чтобы L_{max} был max, нужно максимизировать функцию

$$\cos \alpha \sqrt{\sin^2 \alpha \cdot 400 + 196} = \sqrt{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \cdot 400 + 196 \cos^2 \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$\Rightarrow$ чтобы $L_{\max}$ был max, нужно максимизировать

$$\cos \alpha \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha + 1} = \sqrt{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \sqrt{\cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha} =$$

$$= \sqrt{-\cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha} \rightarrow \max \Rightarrow -\cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha \rightarrow \max$$

$\Rightarrow$ парабола ветвями вниз от $\cos^2 \alpha = 1$

max в вершине: $\cos^2 \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(-1)} = 1$

$\cos^2 \alpha$ может $= 1 \Rightarrow$ это и есть max $\Rightarrow$

$$L_{\max} = 39,2 \text{ м} \cdot \sqrt{-\cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha} \stackrel{\text{max}}{=} 39,2 \text{ м} \cdot \sqrt{-1 + 2 \cdot 1} =$$

$$= 39,2 \text{ м}$$

Ответ: 1. $H = 9,8 \text{ м}$ 2. $L_{\max} = 39,2 \text{ м}$

N2

$\Rightarrow$ нужно максимизировать $\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha 400 + 196 \cos^2 \alpha =$

$$= \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) 400 + 196 \cos^2 \alpha = -\cos^4 \alpha \cdot 400 + 596 \cos^2 \alpha$$

$\Rightarrow$ парабола ветвями вниз от $\cos^2 \alpha = 1$

max в вершине: $\cos^2 \alpha = \frac{-596}{2(-400)} = \frac{596}{800} = \frac{149}{200} \Rightarrow$

$$L_{\max} = 2,8 \text{ с} \cdot \sqrt{-\left(\frac{149}{200}\right)^2 \cdot 400 + 596 \cdot \frac{149}{200}} \text{ м/с} = 2,8 \cdot \sqrt{-\frac{149^2}{100} + \frac{298 \cdot 149}{100}} \text{ м} =$$

$$= \frac{2,8}{10} \sqrt{149(298 - 149)} \text{ м} = \frac{2,8}{10} \cdot \sqrt{149 \cdot 149} \text{ м} =$$

$$= \frac{2,8 \cdot 149}{10} \text{ м} = 39,72 \text{ м}$$

Ответ: 1. $H = 9,8 \text{ м}$ 2. $L_{\max} = 39,72 \text{ м}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1



2



3



4



5



6



7

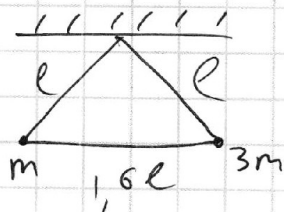


СТРАНИЦА

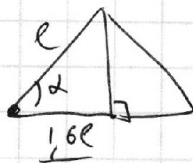
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



1. кити нерастянчивые $\Rightarrow$ ускорение направлено в китки $\Rightarrow$



$$\cos \alpha = \frac{1,6l/2}{l} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\text{Ответ: } \sin \alpha = \frac{3}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. найдем теплоемкость изохорного процесса: $C_p = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + A'}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2} \nu R \Delta T + p \Delta V}{\Delta T} =$
 $= \frac{\frac{3}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T}{\Delta T} = 2,5 R$ $\Rightarrow$ что $3 \rightarrow 1$ - изохорный процесс, т.к. по графику
 т.к. $p = \text{const}$, то $p \Delta V = \nu R \Delta T$ $C_{3 \rightarrow 1} = 2,5 R$

найдем теплоемкость изохорного процесса: $C_v = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + A'}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2} \nu R \Delta T + 0}{\Delta T} =$
 $= \frac{\frac{3}{2} \nu R \Delta T}{\Delta T} = \frac{3}{2} R$ $\Rightarrow$ что $2 \rightarrow 3$ - изохорный процесс, т.к. по графику
 т.к. $V = \text{const}$, то $\Delta V = 0$ $C_{2 \rightarrow 3} = 1,5 R$

теперь попытаемся найти зависимость $P(V)$ в $1 \rightarrow 2$: т.к. $C_{1 \rightarrow 2} = \text{const}$,

то действует уравнение Майер-Виллиса: $P V^\gamma = \text{const}$, где $\gamma = \frac{C_p - C_v}{C_v} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \gamma_{1 \rightarrow 2} = \frac{2R - 2,5R}{2R - 1,5R} = \frac{-0,5R}{0,5R} = -1 \Rightarrow \frac{P}{V} = \text{const}, \text{ т.е.}$$

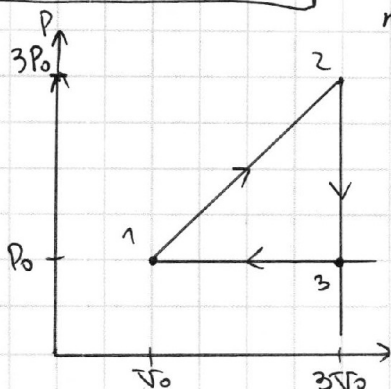
в графике $P(V)$ ~~будет~~ $1 \rightarrow 2$ будет лежать на прямой, исходящей

из 0. Известно, что в $1 \rightarrow 2$: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{9}{1} = 9 \Rightarrow \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = 9 \Rightarrow$

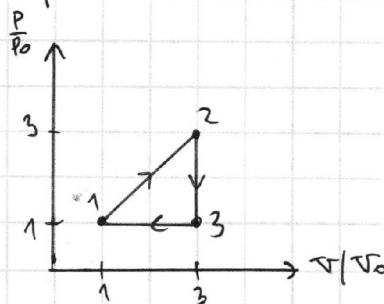
P_i - давление в точке i
 V_i - объём в точке i
 T_i - температура в точке i

т.к. $\frac{P}{V} = \text{const}$, то $\frac{P_2^2}{P_1^2} = 9 \Rightarrow P_2 = 3P_1 = 3P_0$
 $(\Rightarrow V_2 = 3V_0)$ $P_1 = P_0$

теперь можно построить график $P(V)$ всех данных, которые мы написали:



в координ. $(\frac{P}{P_0}, \frac{V}{V_0})$
 $\Rightarrow$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NY

2. заметим, что теплота подводится только в $1 \rightarrow 2$, т.к.

в $2 \rightarrow 3$ уменьшается $P \Rightarrow$ отводится теплота, а в $3 \rightarrow 1$ уменьшается
(при $V = \text{const} \Rightarrow \Delta V < 0, A' = 0 \Rightarrow Q < 0$)

$V \Rightarrow$ отводится теплота $\Rightarrow Q_1 = \cancel{Q_{12}} Q_{12}$
(при $P = \text{const} \Rightarrow \Delta V < 0, A' < 0, Q < 0$)

$$Q_{12} = \Delta V_{12} + A'_{12} = \frac{3}{2} V R \Delta T + \cancel{P \Delta V_{12}}$$

$$+ \left(\frac{1}{2} (P_2 - P_1) (V_2 - V_1) + P_1 (V_2 - V_1) \right) = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) +$$

$$+ \frac{1}{2} (P_2 + P_1) (V_2 - V_1) = \frac{3}{2} (9 P_0 V_0 - P_0 V_0) + \frac{1}{2} (3 P_0 + P_0) (3 V_0 - V_0) =$$

$$= 12 P_0 V_0 + 4 P_0 V_0 = 16 P_0 V_0 = 16 V R T_0 = 16 \cdot 2 \text{ моль}.$$

$$\cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К} = \boxed{79776 \text{ Дж}}$$

3. $A_{\text{под}} = \frac{1}{2} A'_{\text{о}}$

$A_{\text{под}}$ - полезная работа поршня
 $A'_{\text{о}}$ - работа газа за весь цикл

$A'_{\text{о}}$ равна площади цикла, т.е.

$$A'_{\text{о}} = \frac{1}{2} (3 P_0 - P_0) (3 V_0 - V_0) =$$

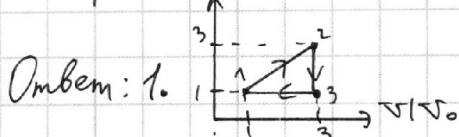
$$= 2 P_0 V_0 \Rightarrow A_{\text{под}} = P_0 V_0 \text{ (за 1 цикл)} \Rightarrow$$

$$A_{\text{полн}} = A_{\text{под}} \cdot N = N P_0 V_0 = N V R T_0$$

$A_{\text{полн}}$ - полная работа поршня

закон сохранения энергии: $MgH = A_{\text{полн}} \Rightarrow \boxed{H = \frac{N V R T_0}{Mg} = \frac{10 \cdot 2 \text{ моль} \cdot}{150 \text{ кг}}}$

$$\cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К} = \boxed{33,24 \text{ м}}$$



2. $Q_1 = 79776 \text{ Дж}$ 3. $H = 33,24 \text{ м}$

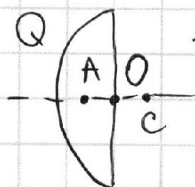
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

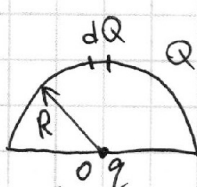
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



1. найдём энергию системы полусферы и заряда в точке O;



$$W_n = \sum \varphi_{dQ} \cdot q =$$

$$= q \cdot \sum \frac{k dQ}{R} = \frac{kq}{R} \sum dQ = \frac{kqQ}{R}$$

φ_{dQ} - потенциал точечного заряда q и dQ отн. q

также скажем, что на очень большом расстоянии $R \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow 0 \Rightarrow W \rightarrow 0$,
поэтому будем считать $W_k = 0$

закон сохранения энергии:

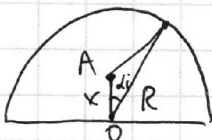
$$W_n + E_{кин\,n} = W_k + E_{кин\,k} \quad \Rightarrow$$

W_n - начальная энергия системы
 W_k - конечная энергия системы
 $E_{кин\,n}$ - начальная кин. энергия частиц
 $E_{кин\,k}$ - конечная кин. энергия частиц

$$\frac{kqQ}{R} + \frac{m v_0^2}{2} = 0 + \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2kqQ}{mR} + v_0^2}$$

2. посчитаем W_A

W_A - энергия системы с зарядом в точке A
 x - расстояние от A до O



$$W_A = \sum \varphi_{dQ} \cdot q = q \cdot \sum \frac{k dQ}{\sqrt{R^2 + x^2 - 2Rx \cos \alpha_i}} =$$

$$= kQ \cdot q \cdot \sum \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2 - 2Rx \cos \alpha_i}} =$$

$$= kQ \cdot q \int_0^\pi (R^2 + x^2 - 2Rx \cos \alpha_i)^{-\frac{1}{2}} d\alpha_i$$

для половин по 90°

$$= kQ \cdot q \cdot 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (a + b \cos \alpha_i)^{-\frac{1}{2}} d\alpha_i = 2kQ \cdot q \cdot \left(\frac{(a + b \cos \alpha_i)^{\frac{n+1}{2}}}{(n+1) \cdot b} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\int (a+b \cos x)^n = \frac{(a+b \cos x)^{n+1}}{(n+1)b}, \text{ т.к. } \Leftrightarrow (a+b \cos x)^n = \left(\frac{(a+b \cos x)^{n+1}}{(n+1)b} \right)'_{\cos x}$$

$$= \frac{1}{(n+1)b} (a+b \cos x)^{n+1} \Big|_{\cos x} = \frac{1}{(n+1)b} \cdot \left((a+b \cos x)^{n+1} \right)'_{(a+b \cos x)} \cdot (a+b \cos x)'_{\cos x}$$

$$= \frac{1}{(n+1)b} \cdot (a+b \cos x)^n \cdot (n+1)b = (a+b \cos x)^n \Rightarrow$$

заменяем обратно a, b и n на соотв. им величины:

$$W_A = 2kQ \cdot q \left(\frac{(R^2+x^2-2Rx \cos \alpha)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} \cdot (-2Rx)} \Big|_0^1 \right) = 2kQ \cdot q \left(\frac{(R-x)^2 - \frac{1}{2}}{-Rx} - \frac{(R^2+x^2)^{\frac{1}{2}}}{-Rx} \right)$$

~~$$= \frac{2kQ \cdot q}{Rx} \left((R-x)^2 - \frac{1}{2} - (R^2+x^2)^{\frac{1}{2}} \right)$$~~

$$= \frac{2kQ \cdot q}{Rx} \left((R^2+x^2)^{\frac{1}{2}} - (R-x) \right)$$

с W_c практически тоже самое, только теперь $\beta \in [90^\circ; 180^\circ]$, т.е. $\cos \beta \in [-1; 0] \Rightarrow$

$$\text{аналогично } W_c = 2kQ \cdot q \left(\frac{(R^2+x^2-2Rx \cos \beta)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} \cdot (-2Rx)} \Big|_{-1}^0 \right) = 2kQ \cdot q \left(\frac{(R+x)^2 - \frac{1}{2}}{-Rx} - \frac{(R^2+x^2)^{\frac{1}{2}}}{-Rx} \right)$$

$$= \frac{2kQ \cdot q}{Rx} \left((R^2+x^2)^{\frac{1}{2}} - (R+x) \right)$$

закон сохранения энергии: $W_A + \frac{m v_A^2}{2} = W_c + \frac{m v_c^2}{2} \Rightarrow \frac{m v_c^2}{2} = W_A - W_c =$

$$= \frac{2kQ \cdot q}{Rx} \left(-(R-x) + (R+x) \right) = \frac{4kQ \cdot q}{R} \Rightarrow v_c = \sqrt{\frac{8kQ \cdot q}{mR}}$$

Ответ: 1. $v = \sqrt{\frac{2kQq}{mR} + v_0^2}$ 2. $v_c = \sqrt{\frac{8kQq}{mR}}$



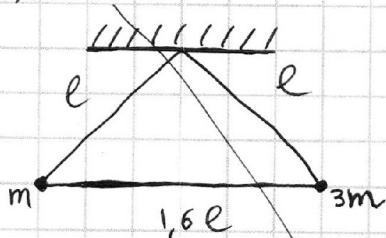
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



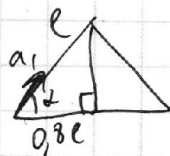
1. заметим, что скорости каждого из шариков направлены $\perp$ нити длиной e , т.к. если это не так, то один конец текущий с какой-то скоростью вдоль него, а второй нет $\Rightarrow$ нить бы растянулась - противоречие $\Rightarrow$

если $v_m \perp$ нити и $v_{3m} \perp$ нити, то они движутся по окружностям сразу после освобождения системы если вращать ниток $\Rightarrow$

только центростремительное ускорение:

$$\Rightarrow \frac{v^2}{e} = \frac{1.6e/2}{e} = 0.8 \Rightarrow$$

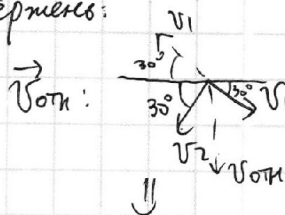
$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$



2. скорости у шариков одинаковые $\Rightarrow$ и центростремительные ускорения одинаковы: $a_1 = \frac{v_1^2}{e}$, $a_2 = \frac{v_2^2}{e} \Rightarrow a_1 = a_2$

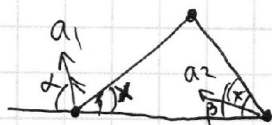
напишем кинематическую связь на стержне:

$$a_1 \cdot \cos \alpha + a_2 \cdot \cos \beta = \frac{(v_{\text{отн}})^2}{1.6e}$$



$$v_{\text{отн}} = 2v \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2a_1 \cdot 0.8 = \frac{4v^2}{1.6e} \\ a_1 = \frac{v^2}{e} \end{cases}$$



$$a_1 \cos \alpha - a_2 \cos \beta = \frac{4v^2}{1.6e}$$

$$a_1 \cdot \cos(135^\circ - \alpha) = \frac{v^2}{e} = a_2 \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

$$-\cos(\alpha + \beta)$$

$$135^\circ - \alpha = \alpha - \beta$$

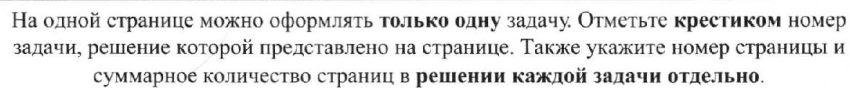
неув. (a_1, a_2, β, v)

$$\frac{3.14}{1.70}$$

$$\frac{3.14 \cdot 0.2 \cdot 0.2}{0.2 \cdot 0.2}$$

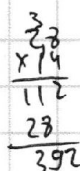
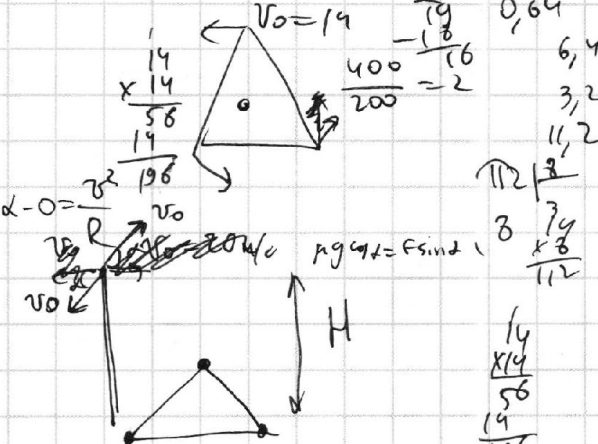
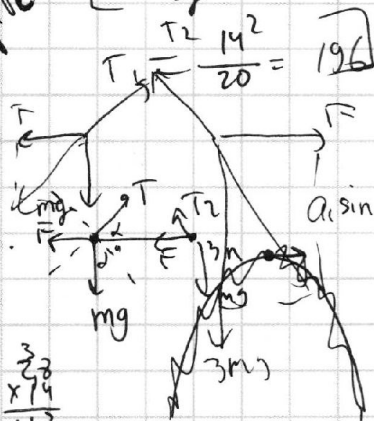
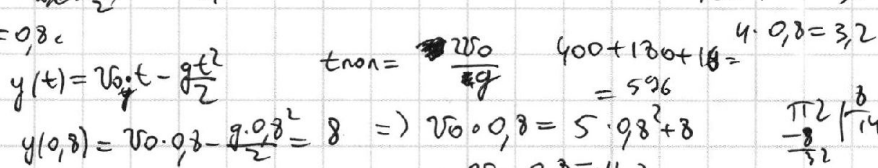
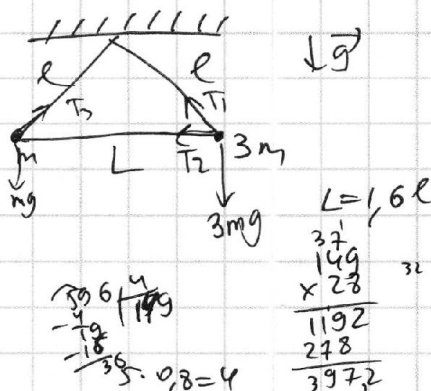
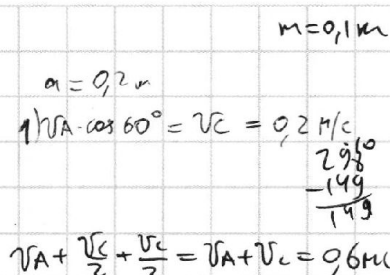
$$\frac{1.7}{1.7} \cdot \frac{1.7}{1.7} = \frac{1.7}{1.7}$$

$$\frac{3.14}{1.7}$$

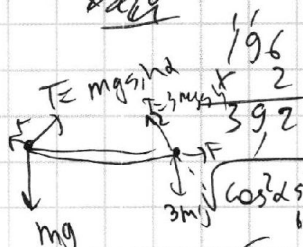


СТРАНИЦА
ИЗ

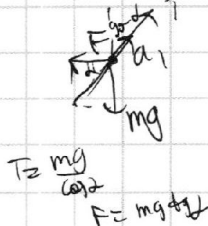
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 x(t) &= v_0 \cos \alpha t \\
 y(t) &= H - \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t \\
 y(t_{\text{mon}}) = 0 &\Rightarrow \frac{gt^2}{2} + v_0 \sin \alpha t - H = 0
 \end{aligned}$$



$$\frac{\sin^2 \angle + \cos^2 \angle}{1 - \cos^2 \angle}$$

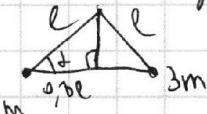


$$T \cos \alpha = mg$$

$$T \sin \alpha = F$$

$\sin \alpha = 0,8$

$$T - F \cos 2\theta + mg \sin \theta = ma$$



$$a_1 = g \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \sin \alpha \right)$$

$$\frac{mg}{\text{colt}} - \frac{mg \text{ ty2}}{\text{colt}} - mg \text{ sil 22 Mar}$$