



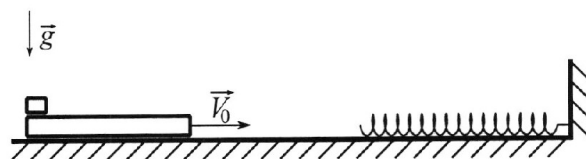
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

## Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.



1. Длинная доска массой  $M = 2$  кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой  $m = 1$  кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью  $V_0 = 1$  м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости  $k = 36$  Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске  $\mu = 0,3$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Число «пи» в расчётах можете считать равным  $\pi \approx 3$ . Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

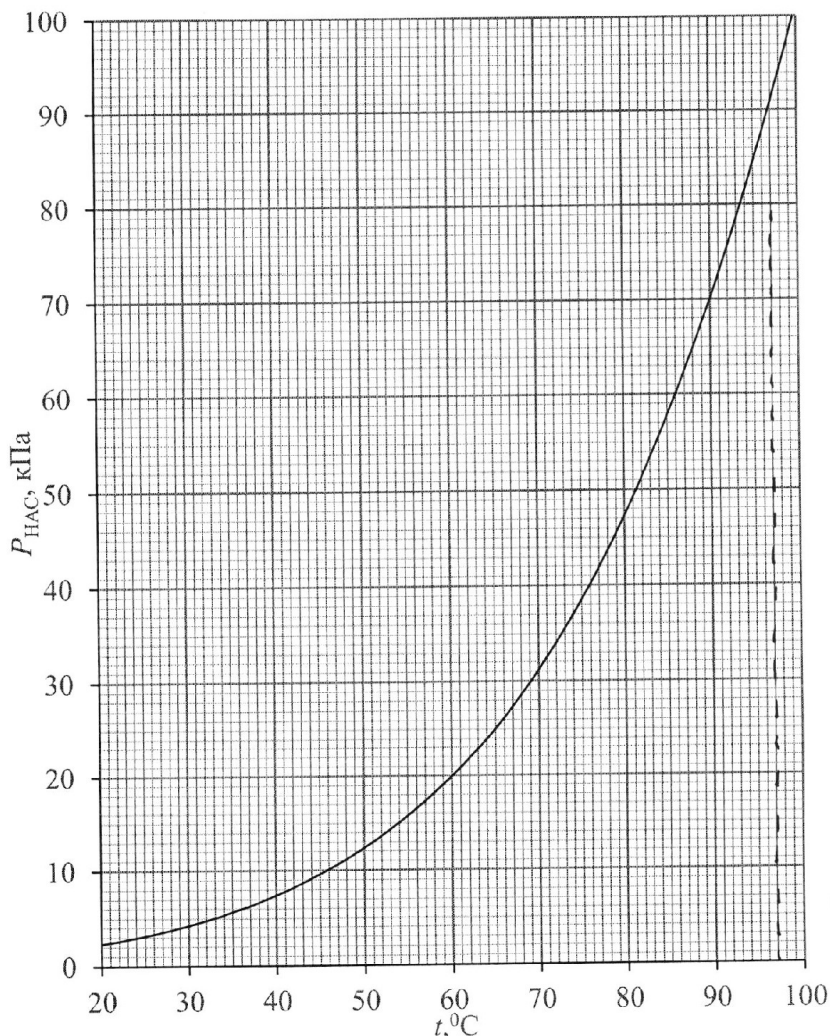


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении  $p_0 = 105$  кПа, температуре  $t_0 = 97$  °С и относительной влажности  $\phi_0 = 1/3$  (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры  $t = 33$  °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара  $P_1$  при 97 °С.
- 2) Найти температуру  $t^*$ , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра  $V/V_0$  в конце и в начале остывания.

О объёме жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





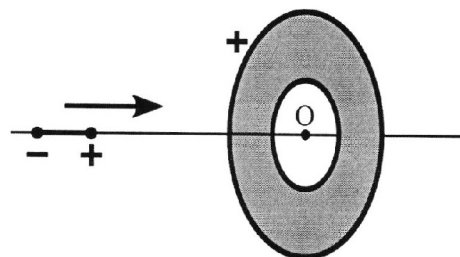
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

## Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

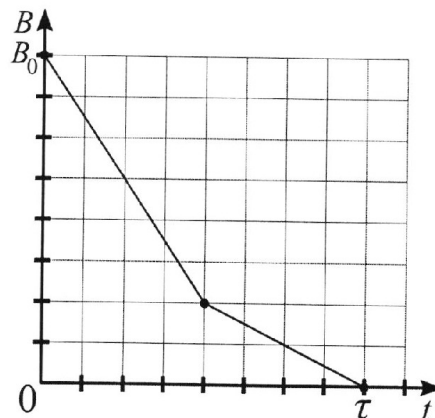
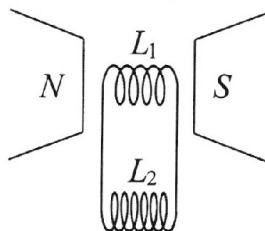


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке  $O$ . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна  $V_0$ . Диполь сообщают начальную скорость  $\frac{3}{2}V_0$ .



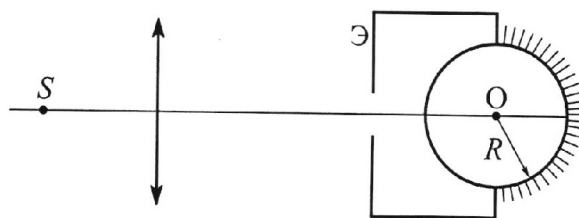
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью  $L_1 = L$  с числом витков  $n$  и площадью каждого витка  $S_1$  находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией  $B_0$ . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью  $L_2 = 3L$  находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени  $\tau$ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток  $I_0$  через катушку  $L_1$  в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку  $L_1$  за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  расположены центр  $O$  прозрачного шара и точечный источник  $S$ , удаленный от линзы на расстояние  $a = 1,1F$  (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран  $\mathcal{E}$  с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно  $b = 10,5F$ , то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус  $R$  шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на  $\Delta = 5,5F$ , изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран  $\mathcal{E}$  обеспечивает малость углов  $\alpha$  лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения  $\sin \alpha \approx \alpha$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = 2 \text{ кг}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$v_0 = 1 \text{ м/с}$$

$$K = 36 \text{ Н/м}$$

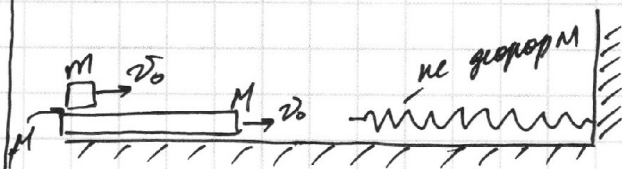
$$\mu = 0,3$$

$$\pi \approx 3$$

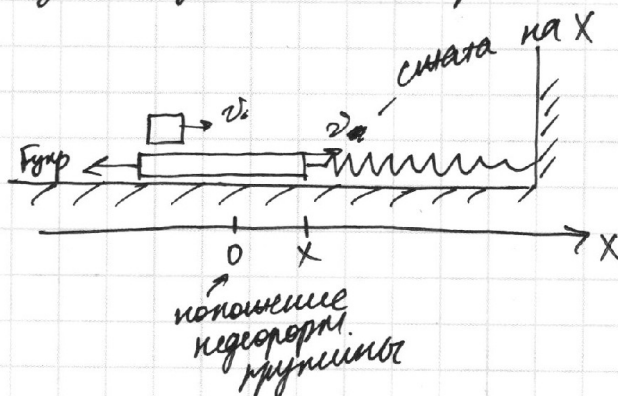
$$1) x_0 = ?$$

$$2) t_0 = ?$$

$$3) a(x_{\text{max}}) = ?$$

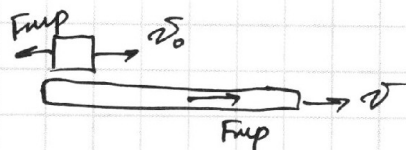


сначала брусок и доска движутся как единое целое со скоростью  $v_0$



После соприкосновения с пружиной продолжает двигаться со скоростью  $v_0$ , доска же останавливается. Но в этот момент доска начинает двигаться.

Отношт. движем. бруска и доски начнется, когда сила трения между ними станет силой тр. скольжения



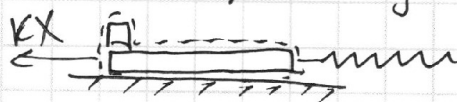
$$M\ddot{x} = -Kx + F_{\text{тр}}$$

Пока не началось проскальз.

$$F_{\text{тр}} \leq \mu N = \mu mg$$

$$N = mg$$

Пока проскальз. нет  $a_{\text{бр}} = a_{\text{дос}}$



$$(M+m)\ddot{x} = -Kx$$

$$m\ddot{x} = -F_{\text{тр}}$$

$$F_{\text{тр}} \leq \mu mg$$

$$M\ddot{x} = -Kx + F_{\text{тр}} \rightarrow F_{\text{тр}} = M\ddot{x} + Kx$$

в момент начала проскальз.  $F_{\text{тр}} = \mu mg$

$$K\ddot{x} = -\mu mg$$

$$\ddot{x} = -\frac{\mu g}{K}$$

$$\mu mg = M \cdot (-\mu g) + Kx_0 \rightarrow Kx_0 = \mu g(m+M) \rightarrow x_0 = \frac{\mu g(m+M)}{K}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_0 = \frac{mg(M+m)}{k} = \frac{9.3 \cdot 10 \cdot 3}{36} = 25 \text{ см}$$

во начала прокану. отпо справидливо соотн.

$$\ddot{x} + \frac{k}{m+m} x = 0$$

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

$$x(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$x(t) = A \omega \cos(\omega t) - B \omega \sin(\omega t)$$

$$x'(0) = A \omega = v_0$$

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$x_0 = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t_0)$$

$$\sin(\omega t_0) = \frac{x_0 \omega}{v_0} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \omega t_0 = \frac{\pi}{3}$$

$$\omega t_0 = \frac{\pi}{3}$$

$$t_0 = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ с}$$

поите начала прокану.

$$M\ddot{x} = -kx + mg \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{M} x = \frac{mg}{M}$$

$$x(t) = \frac{mg}{k} = x_1 \cdot \frac{k}{M} \rightarrow x_1 = \frac{mg}{k} - \text{показ. равновесия}$$

$$x(t) = x_1 + A' \sin(\omega' t) + B' \cos(\omega' t)$$

$$x(0) = x_0 = \frac{mg}{k} + A' \rightarrow B' = \frac{1}{4} - \frac{9.3 \cdot 1 \cdot 10}{36} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \text{ м}$$

$$x'(t) = A' \omega' \cos(\omega' t) - B' \omega' \sin(\omega' t) \quad B' = \frac{1}{6} \text{ м}$$

$$x'(0) = \frac{1}{2} v_0 = A' \omega' \rightarrow A' = \frac{v_0}{2 \omega'} = \frac{1}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \text{ м}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{36}{2}} = 3\sqrt{2} \text{ с}^{-1}$$

$$x(t) = x_1 + \sqrt{A'^2 + B'^2} \cos(\varphi_0 - \omega' t), \text{ где } \cos \varphi_0 = \frac{B'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{\max} = x_1 + \sqrt{A'^2 + B'^2} = \frac{\mu m}{K} + \sqrt{\frac{1}{72} + \frac{25}{36}} =$$

$$= \frac{1}{12} + \sqrt{\frac{3}{72}} = \frac{1}{12} + \sqrt{\frac{1}{24}} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{2\sqrt{6}}\right) \text{ м}$$

В момент  $x = x_{\max}$

$$\cos(\varphi_0 - \omega t) = 1$$

$$\varphi_0 - \omega t = 0$$

$$\omega \varphi_0 = \frac{B'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2\sqrt{6}}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$t = \frac{\varphi_0}{\omega} = \frac{\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{3})}{3\sqrt{2}}$$

$$\ddot{x}(t) = \sqrt{A'^2 + B'^2} \omega'^2 \cos(\varphi_0 - \omega t)$$

$$a_g = \sqrt{A'^2 + B'^2} \omega'^2 = \frac{1}{2\sqrt{6}} \cdot 9 \cdot 2 = \frac{9\sqrt{6}}{6} = \frac{3}{2}\sqrt{6} \text{ м/с}^2$$

Ответ: 1) 25 см

2)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  с

3)  $\frac{3}{2}\sqrt{6}$  м/с<sup>2</sup>



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p_0 = 105 \text{ кПа}$$

$$t_0 = 97^\circ\text{C}$$

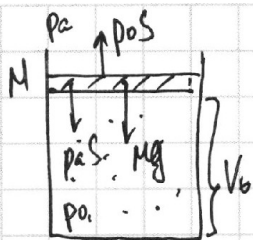
$$\varphi_0 = \frac{1}{3}$$

$$t = 33^\circ\text{C}$$

$$1) p_n(t_0) = p_1?$$

$$2) t^*?$$

$$3) \frac{V}{V_0}?$$



$$p_0 = p_{\text{св}_0} + p_1 \rightarrow p_{\text{св}_0} = p_0 - p_1$$

$$p_1 = \varphi_0 p_{\text{нп}}(t_0)$$

по таблице определим  $p_{\text{нп}}(t_0) = 91 \text{ кПа}$

$$(p_1 = \frac{1}{3} \cdot 91 = 30.3 \text{ кПа})$$

$$p_0 S = Mg + p_a S$$

вытеснение происходит мгновенно  $\Rightarrow$  процесс в равновесии в любой момент  $t$

$\Rightarrow$  давление влажного воздуха постоянно равно  $p_0$

$$p_{\text{св}}(t) = p_{\text{св}}(t) + p_n(t), \quad p_n(t) = \varphi \cdot p_{\text{нп}}(t)$$

Когда начнется конденсация  $p_n = p_{\text{нп}}$

$$p_0 = p_{\text{св}}(t^*) + p_n(t^*), \quad v_{\text{св}} = \text{const в момент начала конденсации } v_n \text{ то нп.}$$

$$p_{\text{св}_0} V_0 = v_{\text{св}} R T_0$$

$$p_1 V_0 = v_n R T_0$$

$$p_{\text{св}}(t^*) V^* = v_{\text{св}} R T^*$$

$$p_n(t^*) V^* = v_n R T^*$$

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0 - p_n(t^*)} = \frac{V_0}{V^*} = \frac{T_0}{T^*} \quad (\text{нп})$$

$$\frac{p_1 V_0}{p_n(t^*) V^*} = \frac{T_0}{T^*}$$

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0 - p_n(t^*)} \cdot \frac{V_0}{V^*} = \frac{p_1 V_0}{p_n(t^*) V^*}$$

$$(p_0 - p_1) p_n(t^*) = (p_0 - p_n(t^*)) p_1$$

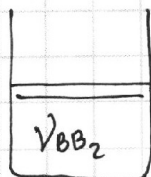
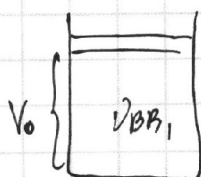
$$t_0 \cdot p_n(t^*) \leftarrow (p_0 - p_1) p_n(t^*) = p_0 \cdot p_1 - p_n(t^*) \cdot p_1$$

$$p_n(t^*) (p_0 - p_1 + p_1) = p_0 \cdot p_1$$

$$p_n(t^*) = p_1 \Rightarrow \text{давление нач. паров равно } p_1$$

при  $t^*$

$\Rightarrow t^* = 97^\circ\text{C} \Rightarrow$  конденсация началась при  $t^* = 97^\circ\text{C}$



$$\frac{p_0 V_0 = v_{\text{св}_1} R T_0}{p_0 V = v_{\text{св}_2} R T} \rightarrow \frac{V_0}{V} = \frac{v_{\text{св}_1}}{v_{\text{св}_2}} \cdot \frac{T_0}{T}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$v_{AB1} = v_{CB} + v_{H1}$$

$$v_{AB2} = v_{CB} + v_{H2}$$

$$p_1 V_0 = v_{H1} R T_0 \rightarrow v_{H1} = \frac{p_1 V_0}{R T_0}$$

$$p_n(t) V = v_{H2} R T \rightarrow v_{H2} = \frac{p_n(t) V}{R T}$$

по графику дан:  $p_n(t) = 5 \text{ кПа}$

$$p_{c0} V_0 = v_{CB} R T_0 \Rightarrow (p_0 - p_1) V_0 = v_{CB} R T_0$$

$$v_{CB} = \frac{(p_0 - p_1) V_0}{R T_0}$$

$$v_{AB1} = \frac{(p_0 - p_1) V_0}{R T_0} + \frac{p_1 V_0}{R T_0} = \frac{p_0 V_0}{R T_0}$$

$$v_{AB2} = \frac{(p_0 - p_1) V_0}{R T_0} + \frac{p_n(t) V}{R T}$$

$$\frac{v_{AB2}}{v_{AB1}} = \frac{\frac{(p_0 - p_1) V_0}{R T_0}}{\frac{p_0 V_0}{R T_0}} + \frac{\frac{p_n(t) V}{R T}}{\frac{p_0 V_0}{R T_0}} = \frac{p_0 - p_1}{p_0} + \frac{p_n(t) V}{p_0 V_0} \cdot \frac{T_0}{T}$$

$$\frac{V_0}{V} = \frac{v_{AB1}}{v_{AB2}} \cdot \frac{T_0}{T} \Leftrightarrow$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{v_{AB2}}{v_{AB1}} \cdot \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = \left( 1 - \frac{p_1}{p_0} + \frac{p_n(t) V}{p_0 V_0} \cdot \frac{T_0}{T} \right) \cdot \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = \left( 1 - \frac{p_1}{p_0} \right) \frac{T}{T_0} + \frac{p_n(t)}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0}$$

$$\frac{V}{V_0} \left( 1 - \frac{p_n(t)}{p_0} \right) = \left( 1 - \frac{p_1}{p_0} \right) \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\left( 1 - \frac{p_1}{p_0} \right) \frac{T}{T_0}}{\left( 1 - \frac{p_n(t)}{p_0} \right)}$$

$$T = 33 + 273 = 306 \text{ K}$$

$$T_0 = 97 + 273 = 370 \text{ K}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_{\text{длина}} = \arccos K \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$a^2 + x^2 = y \rightarrow dy = 2x dx$$

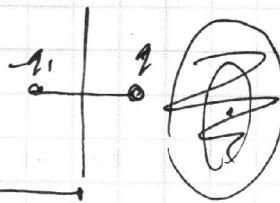
$$\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{1}{2} \int \frac{dy}{y^{3/2}} = \frac{1}{2} \int y^{-3/2} dy = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{y_2}} - \frac{1}{\sqrt{y_1}} \right)$$

$$\varphi_{\text{длина}} = \arccos K \left( \frac{1}{\sqrt{y_2}} - \frac{1}{\sqrt{y_1}} \right)$$

$$\arccos^2 = 91 \left( \varphi \left( 1 - \frac{e}{2} \right) - \varphi \left( \frac{e}{2} \right) \right)$$

$$\varphi_{\text{длина}} = \arccos K \left( \frac{1}{\sqrt{a^2 + x_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + x_1^2}} \right)$$

$$\varphi \left( 1 - \frac{e}{2} \right) = \varphi \left( \frac{e}{2} \right)$$





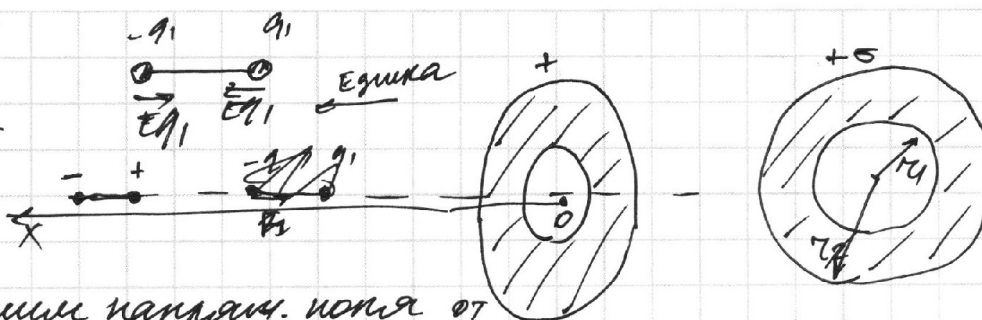
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 3

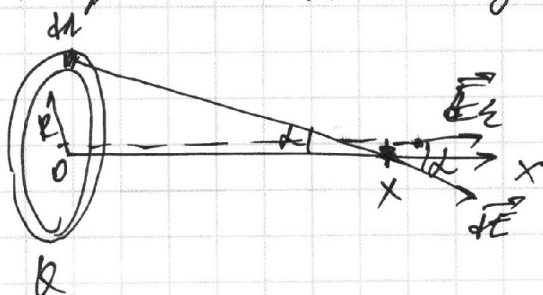
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} V_0 \\ V_1 = \frac{3}{2} V_0 \\ V_2 = ? \\ \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = ? \end{array}$$



Определим напрям. поля от диска. Из симметрии она направлена вдоль X

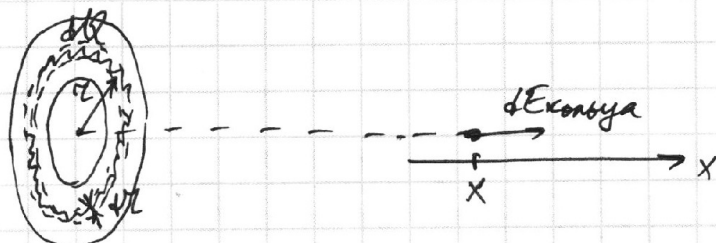
Пусть радиус диска  $r_1$ , а диска  $r_2$   
Всегда разобьем диск на кольца.  
Напр. поля от кольца



$$E_z = E_{zx} = \int dE \cos \alpha$$

$$dE = \frac{k q_1}{r_1^2 + x^2} \quad \cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{r_1^2 + x^2}}$$

$$E_z = \int \frac{k q_1 x}{(r_1^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{k q_1 x}{(r_1^2 + x^2)^{3/2}}$$



$$dE_{\text{кольца}} = \frac{k q_2 x}{(r_2^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$q_2 = 0.18 = 2\pi \cdot 5 \cdot r_2 \cdot \Delta r$$

$$r_2 = 2\pi (r_1 + r_2)^2 - 2\pi r_1^2 = 2\pi r_2 \Delta r$$

$$dE_{\text{кольца}} = \frac{k 2\pi \cdot 5 \cdot r_2 \cdot \Delta r \cdot x}{(r_2^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E_{\text{диска}} = \int dE_{\text{кольца}} = \frac{2\pi k 5 x}{1} \int_{r_1}^{r_2} \frac{r_2 \Delta r}{(r_2^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$r_2^2 + x^2 = y$$

$$dy = d(r_2^2 + x^2) = 2 r_2 \Delta r \rightarrow r_2 \Delta r = \frac{dy}{2}$$

$$\int \frac{r_2 \Delta r}{(r_2^2 + x^2)^{3/2}} = \int \frac{\frac{dy}{2}}{y^{3/2}} = \frac{1}{2} \int y^{-3/2} dy = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{y^{-1/2}}{-1/2} + C \right) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{1}{2} \cdot (1-2) \cdot \sqrt{y} + C$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2} \int_{y_1}^{y_2} y^{-\frac{3}{2}} dy = \frac{1}{2} \cdot (1-2) \left( \frac{1}{\sqrt{y_2}} - \frac{1}{\sqrt{y_1}} \right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{y_1}} - \frac{1}{\sqrt{y_2}} \quad \begin{aligned} y_1 &= r_1^2 + x^2 \\ y_2 &= r_2^2 + x^2 \end{aligned}$$

$$E_{\text{шарика}} = \text{pot K OX} \left( \frac{1}{\sqrt{y_1}} - \frac{1}{\sqrt{y_2}} \right)$$

найдем потенциал от шарика.  
Потенциал от кольца

$$\varphi = \int \varphi = \int \frac{k dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{kQ}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

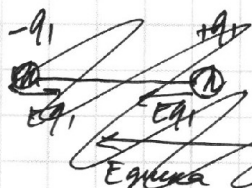
$$\varphi = \int \varphi_{\text{кольца}} = \int \frac{k dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \int \frac{k \cdot 2\pi r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} =$$

$$= 2\pi k \sigma \int \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

Если сообщить шарикам скорость  $v_0$ :

ЗСЭ:

$$\varphi(0) \cdot 0 + \frac{2\pi m v_0^2}{2} = \frac{2\pi m v_{\text{шар}}^2}{2} + q_1 \varphi(-\frac{L}{2}) - q_1 \varphi(\frac{L}{2})$$



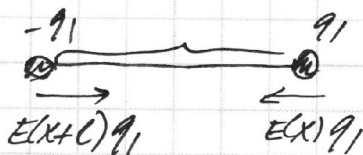
Пл о движении ц.м.

$$F_{\text{шарика}} = \vec{0} = m \cdot \vec{a}_c$$

$$\vec{a}_c = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_c = \vec{v}_{c0} = \vec{v}_0 = \text{const}$$

$\Rightarrow$  скорость шарика при пролете вет. постоянной

$$v_2 = v_1 = \frac{2}{3} v_0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

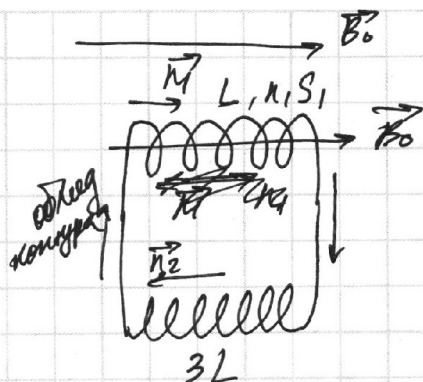
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$L_1 = L$   
 $n$   
 $S_1$   
 $B_0$   
 $L_2 = 3L$   
 $I(0) = 0$   
 $\tau$   

---

 $I_0 = ?$   
 $q_1 = ?$



~~Поток внешнего магнитного поля через контур катушки увеличивается со временем.~~

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0$$

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d\Phi_1}{dt} \quad \mathcal{E}_2 = - \frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$\Phi_1 = \Phi_{\text{св}1} + \Phi_{\text{внш}1}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{\text{св}2} + \Phi_{\text{внш}2}$$

В направлении обхода контура задает направл. нормали к нему

Опред. напр. нормали по правилу буравчика

$$\Phi_{\text{св}1} = LI$$

$$\Phi_{\text{св}2} = 3LI$$

$$\Phi_{\text{внш}1} = +B(t)S_1 n$$

$$\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 = 0$$

$$L\dot{I} + 3L\dot{I} + S_1 n \dot{B} = 0$$

$$\int_0^{\tau} 4L \frac{dI}{dt} = - \int_0^{\tau} S_1 n \frac{dB}{dt}$$

$$4L \frac{dI}{dt} = - S_1 n \frac{dB}{dt}$$

$$dq_1 = I dt$$

$$\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = I \cdot R = \frac{dQ}{dt} R$$

$$|d\Phi| = dQ \cdot R$$

Внешнее поле через 1 катушку уменьш.  
 $\Rightarrow$  в ней возникает ЭДС индукции, которая стремится "поддержать" внешнее поле  $\Rightarrow \vec{B}_i \uparrow \uparrow \vec{B}_0 \Rightarrow \Phi_{\text{св}1} > 0$

$\Rightarrow$  направление инд. тока будет по обходу

А во 2 катушке, наоборот возникает ЭДС индукции, препятств. увеличению

тока  $\Rightarrow \vec{B}_{i2} \uparrow \downarrow \vec{B}_0 \Rightarrow \Phi_{\text{св}2} < 0$

$$\int_0^{\tau} 4L dI = - \int_0^{\tau} S_1 n dB$$

$$4LI = B_0 S_1 n \Rightarrow I = \frac{B_0 S_1 n}{4L}$$

$$\dot{I} = - \frac{S_1 n}{4L} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$4L \int_0^{\tau} I dt = - S_1 n \int_{B_0}^{B(t)} dB$$

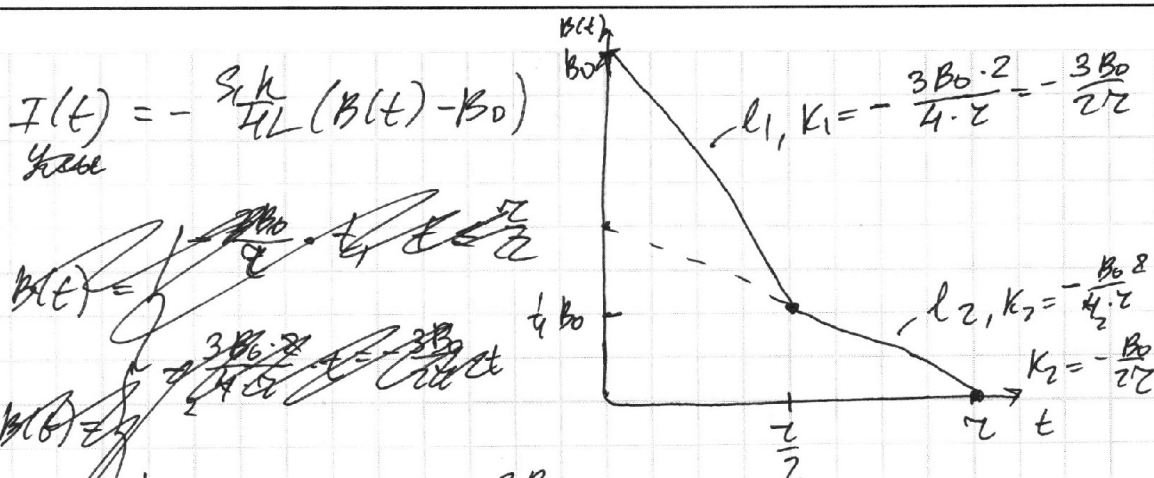


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$k_1: B(t) = -\frac{3B_0}{2z} \cdot t + B_0$

$k_2: B(t) = -\frac{B_0}{2z} \cdot t + \frac{B_0}{2}$

$B(t) = \begin{cases} -\frac{3B_0}{2z} \cdot t + B_0, & t \leq \frac{z}{2} \\ -\frac{B_0}{2z} \cdot t + \frac{B_0}{2}, & \frac{z}{2} \leq t \leq z \end{cases}$

$q_1 = \int I dt = -\frac{S_1 k}{4L} \int_0^z (B(t) - B_0) dt = -\frac{S_1 k}{4L} \left[ \int_0^z B(t) dt - \int_0^z B_0 dt \right]$

$C = \int_0^z B(t) dt = \int_0^{\frac{z}{2}} \left( -\frac{3B_0}{2z} t + B_0 \right) dt + \int_{\frac{z}{2}}^z \left( -\frac{B_0}{2z} t + \frac{B_0}{2} \right) dt =$

$= -\frac{3B_0}{2z} \cdot \frac{z^2}{4 \cdot 2} + B_0 \cdot \frac{z}{2} - \frac{B_0}{2z} \cdot \frac{z^2}{4 \cdot 2} + \frac{B_0}{2} \cdot \frac{z}{2} = B_0 z \left( -\frac{3}{16} + \frac{1}{2} - \frac{1}{16} + \frac{1}{2} \right) = \frac{B_0 z}{2}$

$q_1 = -\frac{S_1 k}{4L} \left[ \frac{B_0 z}{2} - B_0 z \right] = \frac{S_1 k}{4L} \cdot \frac{B_0 z}{2}$

$q_1 = \frac{B_0 z k S_1}{8L}$

Ответы: 1)  $\frac{B_0 S_1 k}{4L}$   
2)  $\frac{B_0 z k S_1}{8L}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f_2 = \frac{R}{n-1} \cdot \left( \frac{2R}{n} - \frac{RF}{(n-1)F+2R} \right)$$

$$= \frac{2R^2}{n(n-1)} - \frac{2RF}{(n-1)F+2R} + \frac{2R^2}{n(n-1)F+2R} - \frac{R}{n-1}$$

$$= \frac{2R^2}{n(n-1)} - \frac{R^2 F}{(n-1)^2 F + 2R(n-1)}$$

$$f_2 = \frac{R d_1}{n-1} \cdot \frac{2(n-1) + R}{2d_1(n-1) + R} = \frac{R d_1}{2d_1(n-1) + R} \cdot \frac{R}{2(n-1) + \frac{R}{d_1}}$$

$$f_2 = \frac{R}{2(n-1) + \frac{R}{d_1}} \cdot d_1 = R \left( \frac{2}{n} - \frac{F}{(n-1)F+2R} \right) = R \left( \frac{2(n-1)F+2R-Fn}{n(n-1)F+2R} \right) =$$

$$= R \cdot \frac{2nF - 2F + 2R - Fn}{n(n-1)F+2R}$$

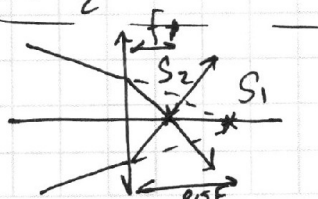
т.к. совпадение происходит при любом  $n$  и  $R$ ,  
тогда пусть  $n=1$

$$f_2 = \frac{R}{1-1} \cdot d_1 \quad f_2 = \frac{R d_1}{0-R} = -d_1$$

$$d_1 = \frac{2R}{1} - \frac{RF}{2R} = \frac{2R}{1} - \frac{F}{2}$$

$$\frac{F}{2} - 2R = 2R - \frac{F}{2} \rightarrow F = 4R = \boxed{R = \frac{F}{4}}$$

ответ:  $R = \frac{F}{4}$



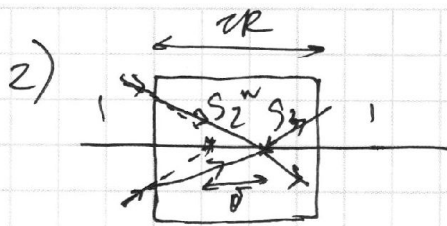


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

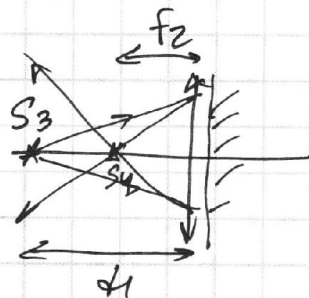
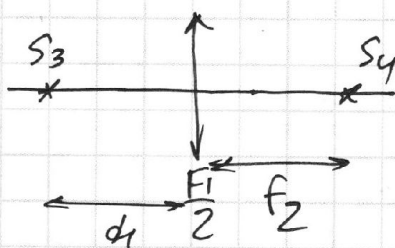
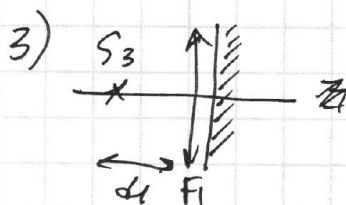
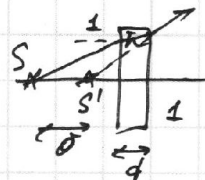


$$\delta = 2R(1 - \frac{1}{n})$$

$$d_1 = 2R - f_1 - \delta$$

для симметричного проеора в плоскопаралл. пластине известно соотношение:

$$\delta = d(1 - \frac{1}{n})$$



при симметрии такой заменой все кажущееся расстояние будет эквивалентно, но нужно отразить код путей отно. мнот.  $n$   $S_4$ -проеор. в шитине совпадет с  $S_1$ , и проеор.  $S_4$   $d_1 > \frac{F_1}{2}$ , тогда проеор. отразится в пустую или сторону 2, тогда проеор. отразится в пустую

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{2}{F_1} \rightarrow f_2 = \left( \frac{2}{F_1} - \frac{1}{d_1} \right)^{-1} = \left( \frac{2d_1 - F_1}{F_1 d_1} \right)^{-1} = \frac{F_1 d_1}{2d_1 - F_1}$$

при совпадении  $S_1$  с  $S_4$ :  $95 F = 2R - f_2$

$$f_1 = \left( \frac{F + 2F_1}{F F} \right)^{-1} = \frac{F F}{F + 2F_1}$$

$$d_1 = 2R - \frac{F F}{F + 2F_1} = 2R + 2R \cdot \frac{1}{n} = \frac{2R}{n} - \frac{F F}{F + 2F_1}$$

$$\frac{1}{2} \text{ или } f_2 = 2R - \frac{1}{2} F$$

$$f_2 = \frac{\frac{R}{n-1} \cdot d_1}{2d_1 - \frac{R}{n-1}} = \frac{R d_1}{2d_1(n-1) - R}$$

$$d_1 = \frac{2R}{n} - \frac{\frac{R}{n-1} \cdot F}{F + \frac{2R}{n-1}} = \frac{2R}{n} - \frac{R F}{(n-1)F + 2R}$$