



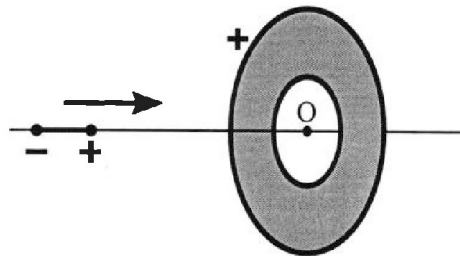
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



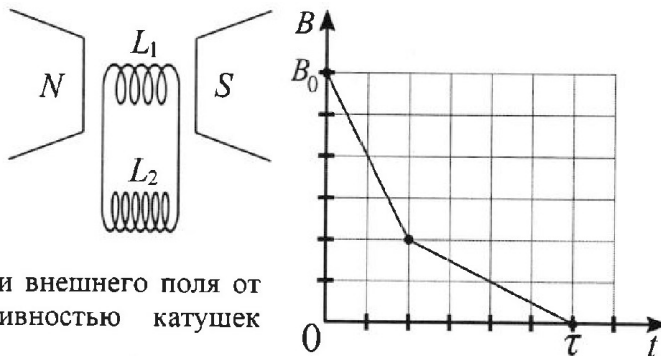
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполю сообщают начальную скорость $2V_0$.



1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

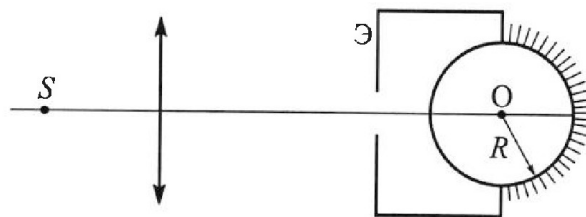
4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 4L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,5F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8F/3$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 2F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



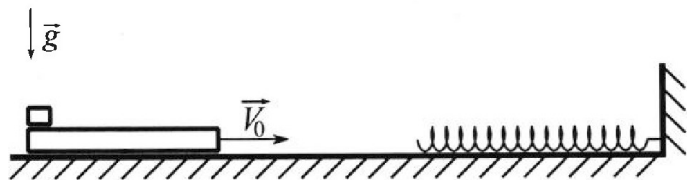
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



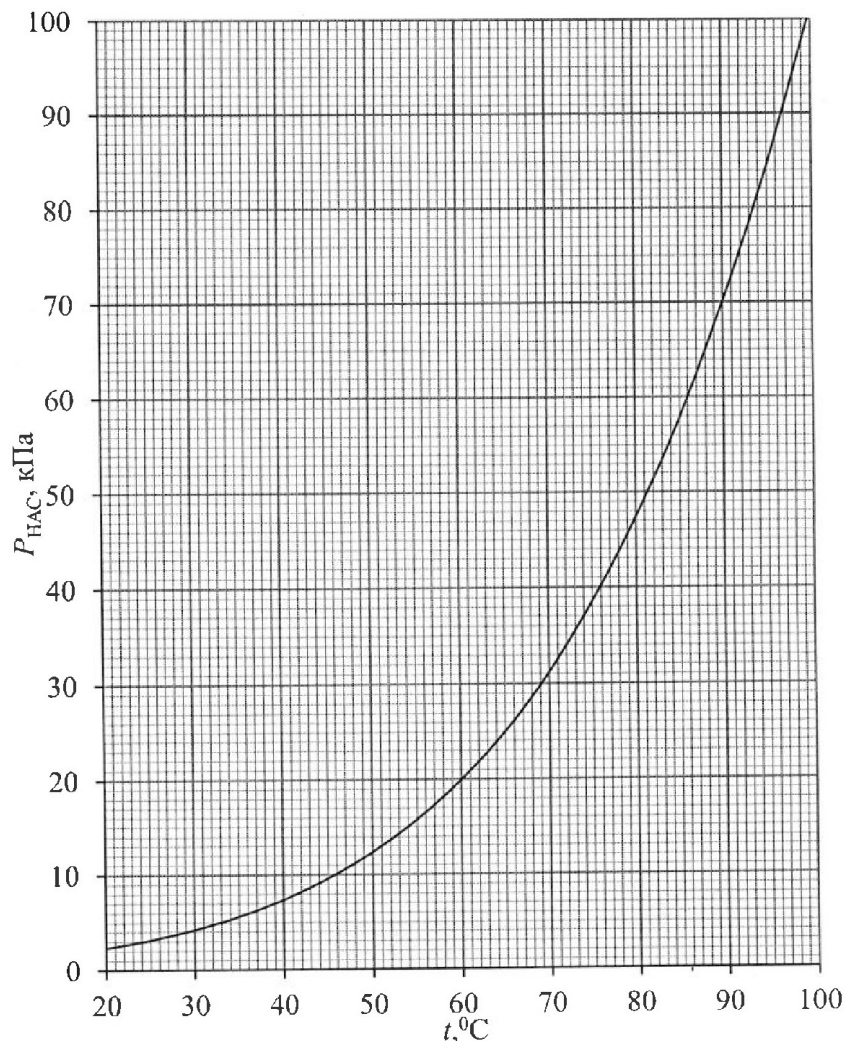
1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 2$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 27$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 150$ кПа, температуре $t_0 = 86$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 2/3$ (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 46$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 86 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.



Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.

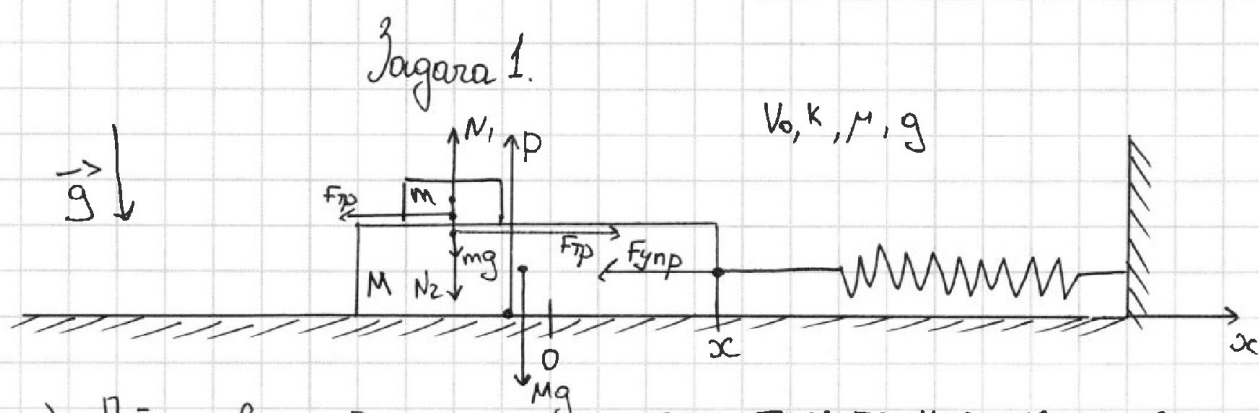


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1). Поищем в какой момент начнется относительное движение бруска. Введем горизонтальную ось x с началом в точке, удаленной от стены на расстояние равное длине нерастянутой пружины. В ходе решения будем следить за передним концом доски. Нулевым моментом выберем момент соприкосновения с пружиной ($x(0) = 0$)

(доска длинная $\Rightarrow$ груз не съедет с доски)

Расставим силы на доску и на брусок.

Условия равновесия на вертикальные оси: доска: $Mg + N_2 = P$

груз: $mg = N_1$ по третьему закону Ньютона $N_1 = N_2$

проскальзывание начнется в момент когда сила трения не сможет поддерживать одинаковое ускорение доски и бруска:

Второй закон Ньютона ось x : $Ma_x = F_{тр} - F_{упр}$; $ma_x = -F_{тр}$

$$a_x = \frac{F_{тр}}{M} - \frac{F_{упр}}{m} = -\frac{F_{тр}}{m} \Rightarrow F_{упр} = M \left(\frac{F_{тр}}{M} + \frac{F_{тр}}{m} \right)$$

$F_{упр} = kx$ по закону Гука x_m - сжатие в момент начала проскальзывания

$$kx_m = F_{тр} \left(1 + \frac{M}{m} \right)$$

в момент начала проскальзывания сила трения достигает величины силы трения скольжения $F_{тр} = \mu N_1 = \mu N_2$

$$F_{тр} = \mu mg$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$kx_m = \mu mg \left(1 + \frac{M}{m}\right) = \mu g(m+M) \quad x_m = \frac{\mu g}{k} (m+M) = \frac{0,3 \cdot 10}{27} \cdot 3 = \frac{3 \cdot 3}{27} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

$$x_m = \frac{1}{3} \text{ м}$$

2) До момента начала проскальзывания доску и брусок можно считать единым целым $\Rightarrow$ они будут двигаться по закону гармонических колебаний.

Для системы доска + брусок запишем второй закон Ньютона:

$$(m+M) \cdot a_x = -F_{\text{упр}} = -kx \quad (m+M) \cdot \ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m+M} x = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} \leftarrow \text{циклическая частота}$$

Начальные условия $x(0) = 0$ $\dot{x}(0) = V_0$ Найдем решение дифф уравн. в виде:

$$x = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad x(0) = B = 0$$

$$\dot{x}(0) = A\omega \cos(\omega t) = A\omega = V_0 \quad A = \frac{V_0}{\omega} \Rightarrow x = V_0 \sqrt{\frac{m+M}{k}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}} \cdot t\right)$$

Для нахождения времени подставим x_m в уравнение:

$$\mu g \cdot \frac{m+M}{k} = V_0 \sqrt{\frac{m+M}{k}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}} \cdot t\right) \Rightarrow \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}} \cdot t\right) = \frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+M}{k}}$$

$$t = \sqrt{\frac{m+M}{k}} \cdot \arcsin\left(\frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+M}{k}}\right)$$

$$t = \sqrt{\frac{2+1}{27}} \arcsin\left(\frac{0,3 \cdot 10}{2} \sqrt{\frac{2+1}{27}}\right) = \frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{18} \approx \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \quad t = \frac{1}{6} \text{ с}$$

3) Найдем ускорение в момент максимального сжатия пружины

Найдем скорость в момент начала проскальзывания:

$$\dot{x} = V_0 \cos(\omega t) \quad \dot{x}(t_{x_m}) = V_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}} \cdot \frac{1}{6}\right) = V_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}} \cdot \frac{\pi}{18}\right) =$$

$$= V_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{27}{1+2}} \cdot \frac{\pi}{18}\right) = V_0 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{18}\right) = V_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} V_0 = V_{x_m}$$



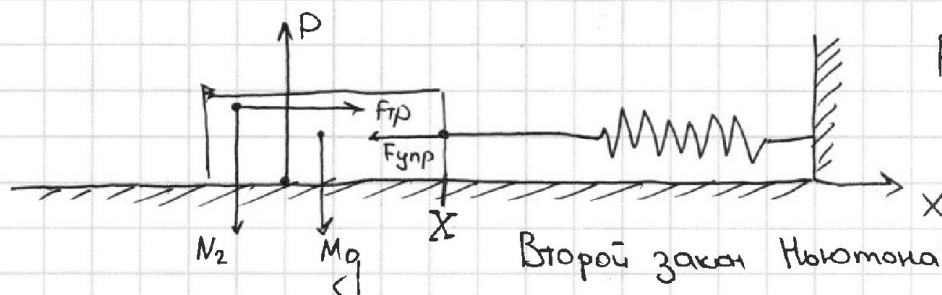
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к скорость в момент начала скольжения больше нуля пружина продолжит сжиматься $\Rightarrow$ на доску продолжит действовать сила трения скольжения. $\Rightarrow$ теперь запишем гармонические колебания с постоянной внешней силой.



$$F_{\text{тр}} = \mu N_2 = \mu mg$$

Второй закон Ньютона:

$$M a_x = F_{\text{тр}} - F_{\text{упр}} \quad M \ddot{x} = \mu mg - kx \quad \ddot{x} + \frac{k}{M} x = \mu mg \cdot \frac{1}{M}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{M} \left(x - \mu mg \frac{1}{k} \right) = 0 \quad \left(x - \frac{\mu mg}{k} \right) + \frac{k}{M} \left(x - \frac{\mu mg}{k} \right) = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad x - \frac{\mu mg}{k} = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

$$x = \frac{\mu mg}{k} + A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad x(0) = x_m = \frac{\mu g}{k} (m + M)$$

$$\dot{x}(0) = V_{x_m} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_0$$

$$x(0) = \frac{\mu mg}{k} + B = \frac{\mu g}{k} (m + M) \quad B = \frac{\mu M g}{k}$$

$$\dot{x}(0) = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t = A \omega = \frac{\sqrt{3}}{2} V_0 \quad A = \frac{\sqrt{3} V_0}{2 \omega}$$

$$x = \frac{\mu mg}{k} + \frac{\sqrt{3} V_0}{2 \omega} \sin \omega t + \frac{\mu M g}{k} \cos \omega t$$

$$\tan \beta = \frac{\mu M g}{k \sqrt{3} V_0} \cdot 2 \omega$$

$$x = \frac{\mu mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3} V_0}{2 \omega} \right)^2 + \left(\frac{\mu M g}{k} \right)^2} \sin(\omega t + \beta)$$

$$\Rightarrow \max x = \frac{\mu mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3} V_0}{2 \omega} \right)^2 + \left(\frac{\mu M g}{k} \right)^2} \quad M a_x = \mu mg - F_{\text{упр}} = \mu mg - kx$$

$$|M a_x| = \mu mg + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3} V_0}{2 \omega} \right)^2 + \left(\frac{\mu M g}{k} \right)^2} \cdot k - \mu mg$$

$$a_x = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3} V_0}{2 \sqrt{k M}} \right)^2 + \left(\frac{\mu M g}{k} \right)^2} \cdot \frac{k}{M} = \sqrt{\frac{3 V_0^2 k}{4 M} + \left(\frac{\mu M g}{M} \right)^2} = \sqrt{\frac{3 k}{4 M} V_0^2 + (\mu g)^2}$$

$$a_x = \sqrt{\frac{3 \cdot 27}{4 \cdot 2} + \left(\frac{0.3 + 1.0}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{90}{4}} = \sqrt{\frac{162}{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 1) $x_m = \frac{1}{3} M = \frac{\mu g}{k} (m + M)$

2) $t = \frac{1}{6} c = \sqrt{\frac{m+M}{k}} \arcsin\left(\frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+M}{k}}\right)$

3) $a = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}V_0}{2} \sqrt{\frac{M}{k}}\right)^2 + \left(\frac{\mu M g}{k}\right)^2} \cdot \frac{k}{M} = 3\sqrt{19} \frac{M}{c^2}$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 88 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 46 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 46 \\ \hline 169 \\ - 399 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 389 \\ \hline 412 \\ + 1436 \\ \hline 359 \\ \hline 5026 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 319 \\ - 28 \\ \hline 291 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 319 \\ + 11 \\ \hline 330 \\ + 319 \\ \hline 3809 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$p_0 = 150 \text{ кПа}, \quad t_0 = 86^\circ \text{C}, \quad \varphi_0 = \frac{2}{3}, \quad t = 46^\circ$$

$$1) \quad \frac{p_{\text{пара}}}{p_{\text{нас пара}}} = \varphi \quad p_{\text{нас}}(t_0) = 60 \text{ кПа} \quad p_i = p_{\text{пара}_0} = \varphi_0 \cdot p_{\text{нас}}(t_0) = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40 \text{ кПа}$$

(из графика)

$$p_{\text{пара}_0} = 40 \text{ кПа} = p_i$$

$$p_{\text{пара}_0} = p_i$$

2) изначальное под поршнем сухой воздух + пар. Т.к. содержимое находится под поршнем $\Rightarrow$ давление внутри $p_{\text{in}} = \text{const} = p_0$

конденсация начнется когда парциальное давление пара станет равно давлению насыщенного пара при текущей температуре.

$$p_0 = p_{\text{пара}} + p_{\text{с.в.}} \quad p_{\text{с.в.}} - \text{давление сухого воздуха.}$$

Запишем уравнение Менделеева - Клапейрона для пара и для сухого воздуха.

$$p_0 V_0 = (\nu_{\text{пара}} + \nu_{\text{св}}) R \cdot t_0$$

$$p_{\text{пара}_0} V_0 = \nu_{\text{пара}} R t_0 \quad p_{\text{св}} V_0 = \nu_{\text{св}} R t_0 = (p_0 - p_{\text{пара}_0}) V_0$$

$$\frac{\nu_{\text{пара}}}{\nu_{\text{св}}} = \frac{p_{\text{пара}_0}}{p_0 - p_{\text{пара}_0}} \quad \nu_{\text{св}} = \nu_{\text{пара}} \left(\frac{p_0}{p_{\text{пара}_0}} - 1 \right) = \nu_{\text{пара}} \left(\frac{150}{40} - 1 \right) = \nu_{\text{пара}} \cdot \frac{11}{4} = \frac{11}{4} \nu_{\text{пара}} = \nu_{\text{св}}$$

до начала конденсации:

$$\frac{V}{t} = \text{const} = \frac{V_0}{t_0}$$

$$p_{\text{св}} = \nu_{\text{св}} \frac{R t}{V} = \text{const}$$

$$\Rightarrow p_{\text{св}} = \text{const} = p_0 - p_{\text{пара}_0}$$

$$p_{\text{св}} + p_{\text{нас}}(t) = p_0 \quad (\text{для точки начала конденс.})$$

$$\Rightarrow p_{\text{нас}}(t^*) = p_{\text{пара}_0} = 40 \text{ кПа} \quad \text{из графика} \quad t^* = 76^\circ \text{C}$$

3) $\frac{V}{V_0} = ?$ после достижения t^* конденсация будет продолжаться пока весь пар не сконденсируется (момент полного сжатия) $\Rightarrow$ пар будет оставаться насыщенным.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p_{\text{нас}}(t=46^\circ) = 10 \text{ кПа} \quad \text{т.к.} \quad p_{\text{пара}} + p_{\text{св}} = p_0 \quad 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$$

$\Rightarrow p_{\text{св}} = p_0 - p_{\text{нас}}(t)$ для сухого воздуха запишем Менделеева-Клапейрона:

$$(p_0 - p_{\text{пара}0}) \cdot V_0 = \nu_{\text{св}} R t_0 \quad (p_0 - p_{\text{нас}}(t)) \cdot V = \nu_{\text{св}} R t$$

$$\Rightarrow \frac{(p_0 - p_{\text{нас}}(t)) V}{(p_0 - p_{\text{пара}0}) V_0} = \frac{t}{t_0} \Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{t}{t_0} \cdot \left(\frac{p_0 - p_{\text{пара}0}}{p_0 - p_{\text{нас}}(t)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{273+46}{273+86} \cdot \frac{150-40}{150-10} = \frac{319}{359} \cdot \frac{110}{140} = \frac{319 \cdot 11}{359 \cdot 14} = \frac{3509}{5026}$$

Ответ: 1) $P_1 = 40 \text{ кПа}$; 2) $t^* = 76^\circ\text{C}$; 3) $\frac{V}{V_0} = \frac{t}{t_0} \cdot \frac{(p_0 - P_1)}{(p_0 - p_{\text{нас}}(t))} = \frac{3509}{5026}$

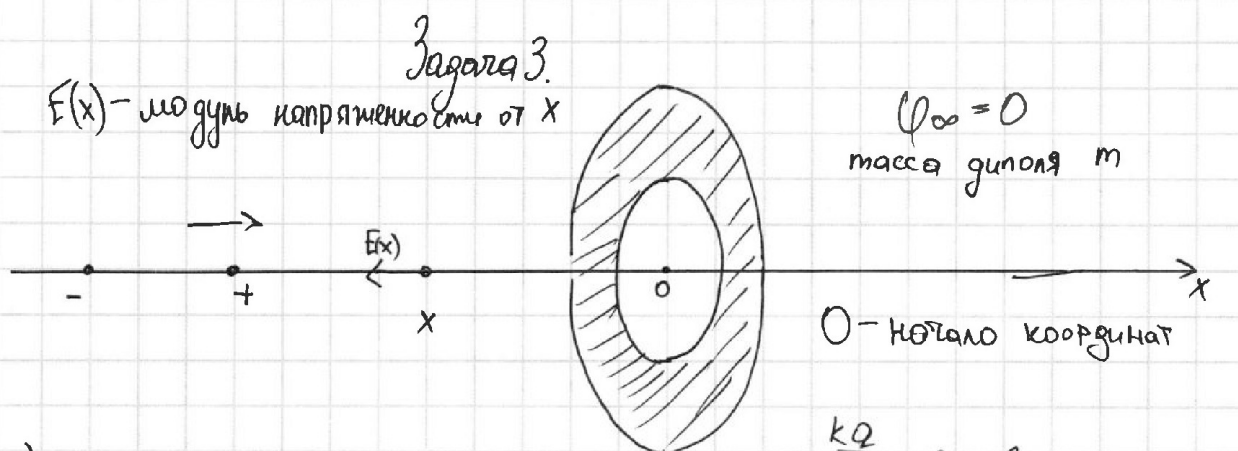


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) потенциал от точечного заряда: $\varphi = \frac{kQ}{R}$ Q — величина заряда
 R — расстояние до него.
- сила от ~~точечного~~ точечного (удельная сила) (напряженность) него.
- $E = \frac{kQ}{R^2} \Rightarrow$ чем ближе пробный заряд к точечному тем больше сила:

Запишем закон сохранения энергии для диполя если его длина l , а x — координата ~~положительного заряда диполя~~ центра диполя.

~~$E_{кин} + q \cdot \varphi(x) = q \cdot \varphi(x-l) + E_{кин}$~~

~~$E_{кин}(x) + q \cdot \varphi(x) - q \cdot \varphi(x-l) = const = E_0$~~

~~при $x \rightarrow \infty$ $\varphi(x) \rightarrow 0 \Rightarrow E_0 = \frac{mv_{\infty}^2}{2}$~~

~~по второму закону Ньютона $a = F$~~

~~$max = q \cdot (E(x-l) + E(x)) = q \cdot (E(x-l) + E(x))$~~

~~$max = q \cdot (E(x-l) + E(x)) = q \cdot (E(x) - E(x-l))$~~

тем дальше от начала координат, тем эта разность меньше тк $\frac{\Delta E}{\Delta x} \sim \frac{1}{x}$

$E_{кин}(x) + q \cdot \varphi(x + \frac{l}{2}) - q \cdot \varphi(x - \frac{l}{2}) = const = E_0 = E_{кин}(x \rightarrow \infty) = \frac{mv_{\infty}^2}{2}$

по второму закону Ньютона:

$max = q \cdot E(x + \frac{l}{2}) - q \cdot E(x - \frac{l}{2}) = q \cdot (E(x + \frac{l}{2}) - E(x - \frac{l}{2}))$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m a_x = q \left(E(x + \frac{e}{2}) - E(x - \frac{e}{2}) \right) \quad \text{тем дальше от начала координат тем эта разность меньше т.к. } \frac{\Delta E x}{\Delta x} \sim \frac{1}{x}$$

$\Rightarrow$ ~~максимальное ускорение при $x=0$~~

~~ЗСЭ: $E_{\text{max}} = E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$ энергия потенциальная при $x=0$~~

при $x < 0$ т.к. поле симметрично $E(x) = -E(x \cdot (-1))$ в проекции на ось x

~~ЗСЭ: $E_{\text{max}} = E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$~~

при $x < -\frac{e}{2}$ $|x - \frac{e}{2}| > |x + \frac{e}{2}| \Rightarrow |E(x - \frac{e}{2})| < |E(x + \frac{e}{2})|$
но они обе направлены против $x \Rightarrow$ ускорение против оси x

при $x > \frac{e}{2}$ $|x + \frac{e}{2}| > |x - \frac{e}{2}| \Rightarrow |E(x - \frac{e}{2})| > |E(x + \frac{e}{2})|$
они по оси $\Rightarrow$ ускорение отрицательно
при $x \in [-\frac{e}{2}; 0]$ $|x - \frac{e}{2}| \geq |x + \frac{e}{2}| \Rightarrow |E(x - \frac{e}{2})| \leq |E(x + \frac{e}{2})|$

$\Rightarrow$ ускорение положительно на x против x по x

при $x \in [0; \frac{e}{2}]$ $|x - \frac{e}{2}| \leq |x + \frac{e}{2}| \Rightarrow |E(x - \frac{e}{2})| \geq |E(x + \frac{e}{2})|$

$\Rightarrow$ ускорение положительно

$\Rightarrow$ ускорение: $x \in (-\infty; -\frac{e}{2}) \quad a_x < 0$

$x \in (-\frac{e}{2}; \frac{e}{2}) \quad a_x > 0$

$x \in (\frac{e}{2}; +\infty) \quad a_x < 0$

$\Rightarrow$ минимальная скорость соответствует обнулению скорости при $x = -\frac{e}{2}$

т.к. $E(x) = -E(-x) \Rightarrow \varphi(x) = \varphi(-x)$

1) ЗСЭ для пункта 1: $\frac{m(2V_0)^2}{2} + 0 = \frac{mV^2}{2} + \underbrace{q \cdot \varphi(\frac{e}{2}) - q \cdot \varphi(-\frac{e}{2})}_{=0}$

$\Rightarrow V^2 = (2V_0)^2 \quad V = 2V_0$

2) для нахождения разности мин и макс: поймем что V_{min} при $x = -\frac{e}{2}$ (изменение знака ускорения) и V_{max} при $x = \frac{e}{2}$ (с на-)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

необходимая для пролета
Т.к. минимальная скорость соответствует обнулению при
 $x = -\frac{e}{2}$ запишем ЗСЭ:

$$\frac{mV_0^2}{2} + 0 = 0 + q \cdot \varphi(0) - q(\varphi(-e))$$

$$\Rightarrow \varphi(0) - \varphi(-e) = \frac{mV_0^2}{2q} \quad ! \varphi(-e) = \varphi(e) !$$

ЗСЭ для минимальной скорости при пролете: $x = -\frac{e}{2}$

$$m \cdot \frac{(2V_0)^2}{2} + 0 = \frac{mV_{\min}^2}{2} + q(\varphi(0)) - q \cdot \varphi(-e) = \frac{mV_{\min}^2}{2} + \frac{mV_0^2}{2}$$

$$V_{\min}^2 = 3V_0^2 \quad V_{\min} = \sqrt{3} V_0$$

ЗСЭ для максимальной скорости при пролете: $x = \frac{e}{2}$

$$m \cdot \frac{(2V_0)^2}{2} + 0 = \frac{mV_{\max}^2}{2} + q \cdot \varphi(e) - q \cdot \varphi(0) = \frac{mV_{\max}^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$V_{\max}^2 = 5V_0^2 \quad V_{\max} = \sqrt{5} V_0 \Rightarrow \Delta V = V_{\max} - V_{\min} = (\sqrt{5} - \sqrt{3}) V_0$$

Ответ: 1) $V = 2V_0$; 2) $\Delta V = (\sqrt{5} - \sqrt{3}) V_0$

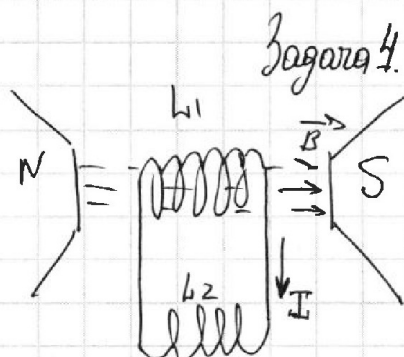


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

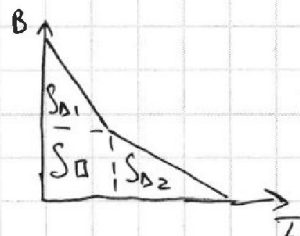
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$L_1 = \mu n_1^2 S_1$$

$$L_2 = \mu n_2^2 S_2$$



Запишем второе правило Кирхгофа для контура:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = U_1 + U_2 = L_1 I + L_2 I \quad \mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d(BS)}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d(BS)}{dt} = - n \cdot S_1 \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$- n S_1 \frac{dB}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} \Rightarrow \int - n S_1 dB = \int (L_1 + L_2) dI$$

$$- n S_1 (B_k - B_0) = (L_1 + L_2) (I - 0) \quad B_k - \text{конечная индукция поля}$$

$$n S_1 (B_0 - B_k) = (L_1 + L_2) I$$

1) В конце выключения $B_k = 0$

$$n S_1 B_0 = I_0 (L_1 + L_2) \quad I_0 = \frac{n S_1 B_0}{L_1 + L_2} = \frac{n S_1 B_0}{5\mu} = I_0$$

$$2) \quad I = \frac{n S_1}{L_1 + L_2} (B_0 - B_k) \quad dq = I dt$$

$$I dt = \frac{n S_1}{L_1 + L_2} (B_0 - B_k) dt = dq \quad q = \int \frac{n S_1}{L_1 + L_2} (B_0 - B_k) dt = \frac{n S_1}{L_1 + L_2} \int (B_0 - B_k) dt$$

$$q = \frac{n S_1}{L_1 + L_2} \left(\int B_0 dt - \int B_k dt \right) \quad \text{Заметим что } \int B_k dt \text{ пропорционален}$$

площади под графиком

$$S_{\Delta 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{3} \cdot \frac{B_0 \cdot 2}{3} = \frac{B_0 I}{9} \quad S_{\square} = \frac{B_0 \cdot I}{3 \cdot 3} = \frac{B_0 I}{9} \quad S_{\Delta 2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_0}{3} \cdot \frac{2I}{3} = \frac{B_0 I}{9}$$

$$S = S_{\Delta 1} + S_{\square} + S_{\Delta 2} = \frac{3 B_0 I}{9} = \frac{B_0 I}{3} \quad \int B_0 dt = B_0 T$$

$$\Rightarrow q = \frac{n S_1}{L_1 + L_2} \left(B_0 T - \frac{B_0 I T}{3} \right) = \frac{n S_1 \cdot 2 B_0 I T}{15\mu} = \frac{2 B_0 I n S_1}{15\mu}$$

Ответ: 1) $I_0 = \frac{n S_1 B_0}{5\mu}$; 2) $q = \frac{2 B_0 I n S_1}{15\mu}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

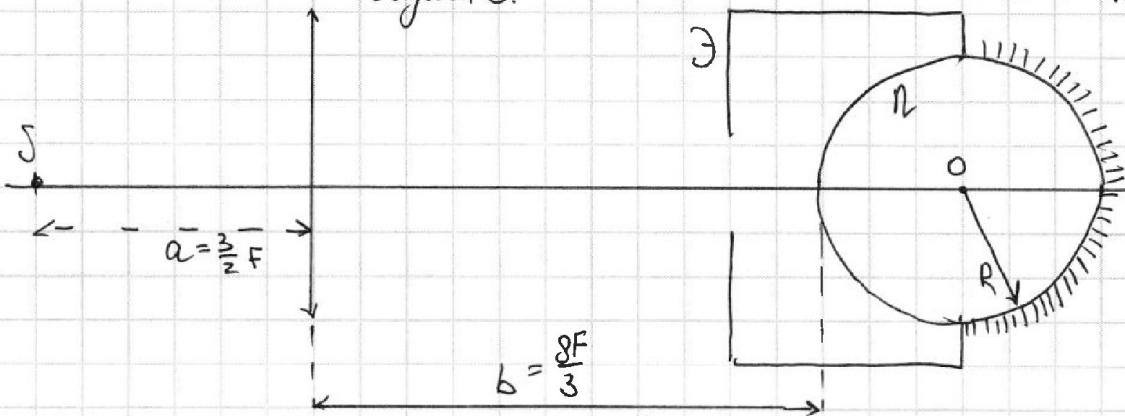
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$n=?$ $R=?$



1) Формула тонкой линзы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

d - расстояние от центра до предмета

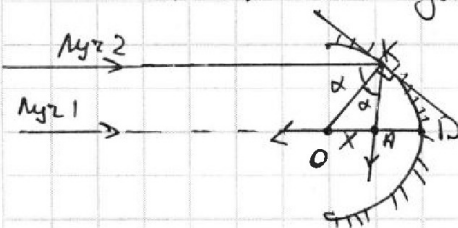
$$f = \frac{dF}{d-F}$$

f - расстояние от центра до изображения

$$c = \frac{dF}{d-F} = \frac{3/2 F^2}{1/2 F} = 3F = c$$

c - расстояние от центра до изображения S

Поним, что сферическое зеркало можно рассматривать как линзу с фокусным расстоянием $R/2$. Сферическое зеркало это зеркало которое собирает параллельный пучок в какой-то точке на ~~этой~~ оси. Найдем эту точку: Луч один - ~~падающий~~ угол падения 0° отражается в точке O и идет в обратную сторону



Луч 2 - т.к. угол падения равен углу отражения

пусть пройдет через точку A на OD на расстоянии x от O . A - ~~на~~ фокус т.к. в ней пересеклись оба луча.

$$\text{Найдем } x: \sin \alpha = \sin(\angle KAO)$$

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{R}{2\alpha} \Rightarrow x = \frac{R}{2}$$

- т. синусов работаем в параксиальном приближении (для этого и стоит экран)
 $\angle KAO = 180^\circ - 2\alpha$ (внутр угол)

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$\Rightarrow$ лучи сошлись в $R/2 \Rightarrow$ сферическое зеркало можно считать тонкой линзой с центром в O и $F_1 = R/2$

$$D_1 = \frac{2}{R} \text{ но рассев.} \\ D = -\frac{2}{R} \quad F_1 = -\frac{R}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

шар также можно рассмотреть как линзу в точке O $D = \frac{1}{F}$
для чего найдем фокусное расстояние

$$\frac{1}{F_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{2(n-1)}{R} \quad F_2 = \frac{R}{2(n-1)} \quad D_2 = \frac{2(n-1)}{R}$$

$\Rightarrow$ Систему шар + зеркало можно рассматривать как линзу с оптической силой D_3 (т.к. они стоят в плотную)

$$D_3 = D_1 + D_2 = \frac{2}{R} (n-2) = \frac{2n}{R} = D_3 \quad F_3 = \frac{1}{D_3} = \frac{R}{2n} = \frac{R}{2(n-2)}$$

для этой линзы: предмет это изображение полученное в изначальной линзе

$$\text{тогда } d = b + R - c = \frac{8F}{3} + R - 3F = R - \frac{F}{3} = \frac{3R - F}{3}$$

~~а по условию изображение совпадает с его реальным изображением~~

$$\Rightarrow \frac{1}{F} + \frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{R} = \frac{5}{6} - \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{5R - 6}{6R} \Rightarrow F = \frac{6R}{5R - 6}$$

~~по условию $S = d$~~

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{R + 3}{3R} \Rightarrow F = \frac{3R}{R + 3}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R}$$

~~а по условию изображение совпадает с действительным~~

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{5}{6} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{5R + 6}{6R} \Rightarrow F = \frac{6R}{5R + 6}$$

~~из линзы т.к. перед шаром~~

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{R + 3}{3R} \Rightarrow F = \frac{3R}{R + 3}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{R + 3}{3R} \Rightarrow F = \frac{3R}{R + 3}$$

~~при $n=1$ условие выполняется а при $n=1$ = невоз. преломление в шар не происходит $\Rightarrow$ заменим его на зеркало на линзу~~

$$D_4 = \frac{2}{R}$$

для этой линзы предмет это изображение полученное в изначальной линзе: $d = \frac{3R - F}{3}$

$$\text{а } \frac{1}{F} = \left(\frac{1}{3F} + \frac{1}{3F} + \frac{1}{R} \right) = \dots$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а по условию изображение в системе совпадает с линзой:

$$|f| = \frac{3}{2}F + \frac{8}{3}F + R = \frac{25F}{6} + R \quad f = R + b + a$$

Запишем формулу тонкой линзы для системы шар+зеркало:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{|f|} = \frac{1}{F_3} = \frac{2n}{R} = \frac{2(n-2)}{R}$$

потому что изображение в той же плоскости что и предмет.

$$\frac{3}{3R-F} - \frac{6}{25F+6R} = \frac{2(n-2)}{R} = Rf.k \text{ по условию не зависит от } n$$

=> какой-то из знаменателей равен 0 т.к. $R > 0$ и $F > 0$

$$\Rightarrow 3R = F \quad R = \frac{F}{3}$$

2) отодвинем шар на $\Delta = 2F$

тогда найдем новые d' и f'

$$d' = b + R + \Delta - \frac{c}{2} = \frac{8F}{3} + R + 2F - 3F = \frac{8F}{3} + R - F = \frac{5F}{3} + R = \frac{5+1}{3}F = 2F$$

$$f' = R + \Delta + b + a = \frac{8F}{3} + \frac{3F}{2} + \frac{F}{3} + 2F = \frac{9F}{3} + 2F + \frac{3F}{2} = 5F + \frac{3F}{2} = \frac{13F}{2}$$

$$\frac{1}{d'} - \frac{1}{f'} = \frac{2n}{R} = \frac{2n}{F/3} = \frac{6n}{F} = \frac{1}{2F} - \frac{2}{13F} = \frac{13-2}{26F} = \frac{11}{26F}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{13} = \frac{13-4}{26} = \frac{9}{26} = \frac{6n}{F} \Rightarrow n = \frac{9}{6} \cdot \frac{F}{26} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{26} = \frac{3F}{52}$$

$$\frac{1}{d'} - \frac{1}{f'} = \frac{2n}{R} = \frac{2n}{F/3} = \frac{6n}{F} = \frac{1}{2F} - \frac{2}{13F} = \frac{2(n-2)}{R} = \frac{2(n-2)}{F} \cdot 3 = \frac{(3n-6) \cdot 2}{F}$$

$$3n-6 = \frac{9}{26} \quad n = \frac{9}{26} + 2 = \frac{9}{26} + \frac{52}{26} = \frac{61}{26}$$

Ответ: 1) $R = \frac{F}{3}$; $n = \frac{61}{26}$

2) $n = \frac{107}{26}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\left(\frac{\cancel{18} \cdot 2 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\cancel{27}}}\right)^2 + \left(\frac{\cancel{9} \cdot 2 \cdot \cancel{18}^2}{\cancel{9} \cdot \cancel{27}}\right) \cdot \frac{27}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{4}{9} \cdot 2 + \frac{4}{81} \cdot \frac{27}{2}} = \frac{3}{2} \sqrt{81 \left(\frac{4 \cdot 2}{9} + \frac{4}{81}\right)} = \frac{3}{2} \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 2 + 4} = \frac{3}{2} \sqrt{4 \cdot 19} = \\ &\quad + 273 \\ &\quad \frac{13F}{2} = 2F' \quad F' = \frac{13F}{4} \end{aligned}$$