



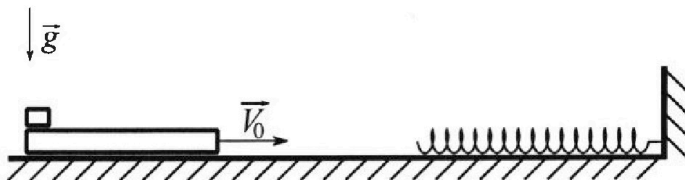
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 2$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 27$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

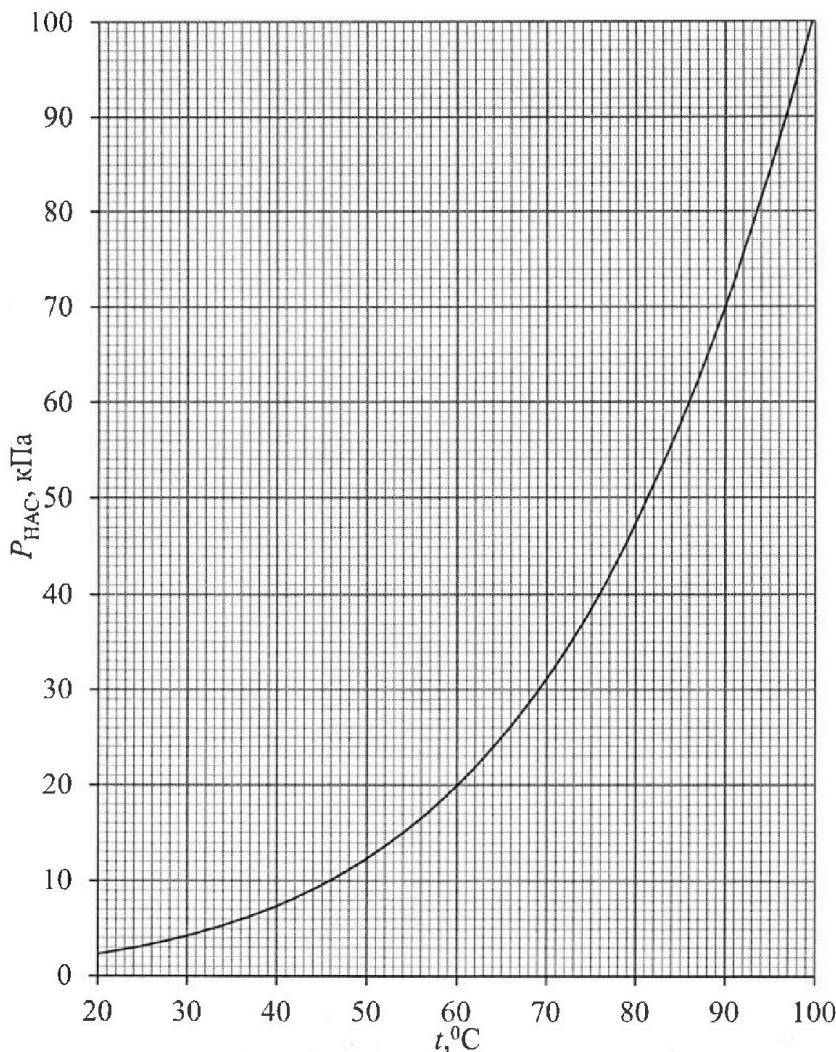


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 150$ кПа, температуре $t_0 = 86$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 2/3$ (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 46$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 86 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





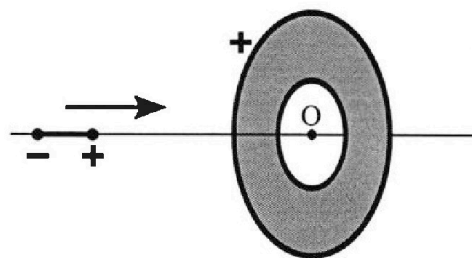
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



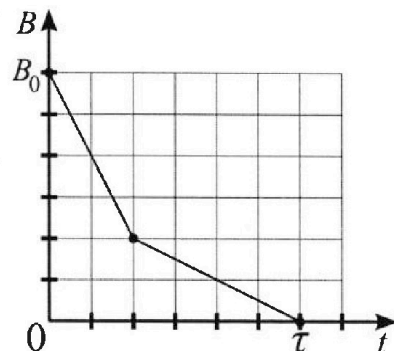
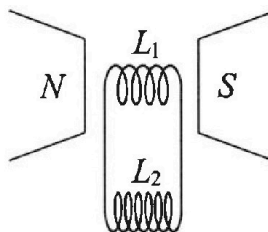
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполью сообщают начальную скорость $2V_0$.



1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

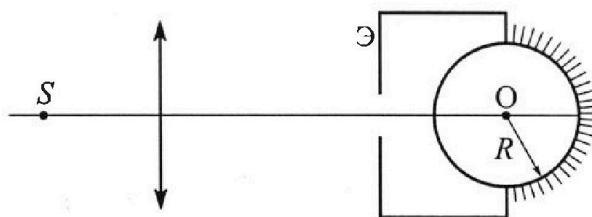
4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 4L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,5F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8F/3$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 2F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

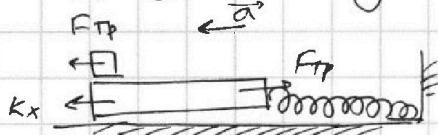
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1.

- 1) Пока брусок и доска не сдвинуты относительно друг друга, их ускорения равны.



Пусть сжатие пружины $-x$,
сила трения между
брусом и доской $-F_{тр}$.

Пусть ускорения бруска и доски $-a$.
По II з.н. на горизонтальную ось:
 $ma = F_{тр}$
 $Ma = kx - F_{тр}$

$$M \cdot \frac{F_{тр}}{m} = kx - F_{тр}$$

$$F_{тр} \cdot \left(\frac{M}{m} + 1\right) = kx$$

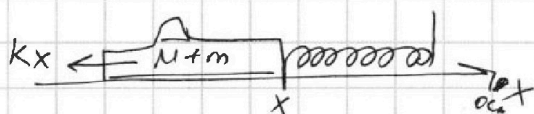
Когда начинается относительное движение,
сила трения становится трением скольжения
 $\Rightarrow F_{тр} = \mu mg$ ($N = mg$ по II з.н. на вертикаль)

Пусть x_0 — сжатие в момент начала
относ. движения

$$\mu mg \left(\frac{M}{m} + 1\right) = kx_0$$

$$x_0 = \frac{\mu g (M+m)}{k} = \frac{1}{3} m$$

- 2) Пока $x \leq x_0$, брусок и доска — одно целое.
Будем рассматривать их как отдельный груз $M+m$
введем ось x , где ноль идет в крайнем положении
пружины в нерастянутом состоянии. Тогда сжатие
пружины x — координата ее конца.



И з.н. по оси Ox :

$$(M+m)\ddot{x} = -kx$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{M+m}x = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1. Продолжение

Мы получили уравнение колебаний. Т.к. $x(0)=0$

$$x = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$$

$$\dot{x} = A \sqrt{\frac{k}{M+m}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right) \quad \dot{x}(0) = v_0 \text{ — по условию}$$

$$\Rightarrow A \sqrt{\frac{k}{M+m}} = v_0$$

$$A = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

$$x = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$$

хотим знать, что $x(z) = x_0$.

$$v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} z\right) = \frac{\mu g (M+m)}{k}$$

$$\sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} z\right) = \frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

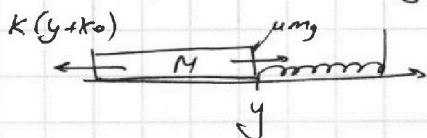
$$\sin(z \cdot 3 \text{ с}^{-1}) = \frac{0.5 \cdot 10^4 \text{ Н/с}^2}{2 \text{ М/с}} \cdot \frac{1}{3 \text{ с}} = \frac{1}{2}$$

$$z \cdot 3 \text{ с}^{-1} = \frac{\pi}{6} \approx \frac{1}{2}$$

$$|z = \frac{1}{6} \text{ с}|$$

3) При $x \geq x_0$, пружина будет сжата относительно доски вправо, т.е. доска длиннее оси не сдвигается и сила трения будет всегда равна μmg . Введем ось y , совпадающую с ox , начало которой будет в x_0 .

Тогда статическая пружина, когда мы в координате y , будет $x_0 + y$.



$$M\ddot{y} = \mu mg - k(y+x_0)$$

$$M\ddot{y} = \mu mg - \mu(M+m)g - ky$$

$$M\ddot{y} + ky + \mu Mg = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 1. Продолжение

В начальный момент времени у нас координата x_0
 $\Rightarrow$ мы начинаем считать время с момента z .

$$y = B \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right)$$

$$\dot{y}(0) = \dot{x}(z) = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\dot{x} = v_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$$

$$\dot{x}(z) = v_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\dot{y} = B \sqrt{\frac{k}{M}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) \quad B \sqrt{\frac{k}{M}} = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$y = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right)$$

Максимальное смещение достигнет при

$$\sqrt{\frac{k}{M}} t = \frac{\pi}{2}$$

$$a = \ddot{y} = -\frac{v_0 \sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{k}{M} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right)$$

в момент $y = \max$.

$$a = |\ddot{y}| = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{2^{1/6} \sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{27}{2} \frac{M}{k}} =$$

$$= \frac{9}{\sqrt{2}} \frac{M}{k^2} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \frac{M}{k^2}$$

Ответы: 1) $x_0 = \frac{(M+m) \mu g}{k} = \frac{1}{3} M$

2) $z = 1/6$ с.

3) $a = \frac{9\sqrt{2}}{2} \frac{M}{k^2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. !Порча QR-кода недопустима!

~ 2

1). P_1 - ?

По графику найдем давление насыщенного пара при $t_0 = 86^\circ\text{C}$.

$$P_{\text{н.п.}} = 60 \text{ кПа.}$$

$$P_1 = P_0 \cdot P_{\text{н.п.}} = 60 \text{ кПа} \cdot \frac{2}{3} = 40 \text{ кПа.}$$

2) Конденсация пара начнется тогда, когда давление насыщенного пара станет равно P_1 . По графику найдем, когда давление насыщ. пара равно 40 кПа:

$$t^* = 76^\circ\text{C.}$$

3) После начала конденсации пара, он всегда будет насыщенным, так как у нас есть вода $\Rightarrow$ парциальное давление пара при $t = 76^\circ\text{C}$ равно давлению насыщенного пара при этой температуре, по графику $P_2 = 10 \text{ кПа}$.

Так как поршень массивный и внешнее давление не меняется, то полное давление в цилиндре постоянно. $\Rightarrow$ В конце остывания $\Rightarrow$ полное давление тоже будет р.

$$P_{B1} = P_0 - P_1 = 150 \text{ кПа} - 40 \text{ кПа} = 110 \text{ кПа} -$$

по закону Дальтона.

$$P_{B2} = P_0 - P_2 = 150 \text{ кПа} - 10 \text{ кПа} = 140 \text{ кПа} -$$

конечное парциальное давление воздуха.

Уравнение Менделеева - Клапейрона: $(T = t + 273 = 319^\circ\text{K};$
 $T_0 = t_0 + 273 = 359^\circ\text{K})$

$$P_{B1} V_0 = \nu R T_0$$

$$P_{B2} V = \nu R T.$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \cdot \frac{P_{B1}}{P_{B2}} = \frac{319}{359} \cdot \frac{110}{140} \approx \frac{2}{3}$$

Ответ: $P_1 = 40 \text{ кПа}$; $t^* = 76^\circ\text{C}$; $V/V_0 \approx \frac{2}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н3

- 1) Очевидно, что процессы "прилета" и "отлета" симметричны. То есть пока он летит до центра шара, он приобретает ту же энергию, пока летит от, только знаки будут противоположны.

Пусть пока диполь летит до диска над ним совершается работа A .

Если мы летим с максимальной, необходимой для полета, то скорость при перемещении кольца будет нулевой $\Rightarrow$

$$A = \frac{mv_0^2}{2} \text{ где } m - \text{масса диполя.}$$

Если диполь с начальной скоростью $2v_0$ летит до диска, над ним совершается такая же работа A .

Пусть v - скорость в центре диска.

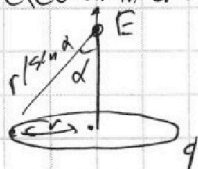
$$\frac{4mv_0^2}{2} = A + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = 3v_0^2$$

$$v = v_0\sqrt{3}$$

- 2) Заметим, что за время движения диполя с деформацией до центра отбросим, его какое-то количество времени отталкивает, а какое-то - притягивает.

Рассчитаем поле кольца с "углом раскрытия" α



$$E = \frac{kq \sin^2 \alpha}{r^2} \cdot \cos \alpha$$

потому что все "кусочки" создают одинаковое по модулю поле

$$dE = \frac{k \cdot dq \cdot \sin^2 \alpha}{r^2} \cdot \cos \alpha$$

проекция на вертикаль - $\cos \alpha$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 3. Продолжение

Возьмем производную $E - E'$

$$E' = \frac{kq}{r^2} (\cos \alpha - \cos^3 \alpha) = \frac{kq}{r^2} (-\sin \alpha + 3 \cos^2 \alpha \sin \alpha)$$

$$E' > 0 \text{ при } \alpha \in [0; \arccos(\frac{1}{3})]$$

$$E' < 0 \text{ при } \alpha \in (\arccos(\frac{1}{3}); \frac{\pi}{2}]$$

потому что α от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

$$E' > 0 \Rightarrow E \text{ возрастает} \Rightarrow$$

$$E' < 0 \Rightarrow E \text{ убывает}$$

Очевидно, что мин. кинетическая скорость тогда, когда заряды диполя такое-то время присутствуют, пока он не приобретет максимальную скорость, а потом он всю ее теряет.

Соответственно когда ему сообщают скорость $2V_0$, он до угла $\alpha = \arccos(\frac{1}{3})$ увеличивает ~~скорость~~, а потом тормозит до центра кольца. Итого, его минимальная скорость будет в центре кольца и это $V_{0\text{Б. max}}$ -?

Потенциал на бесконечности будет 0, (φ_∞)

потенциал в т. 0 $\varphi_0 = kq/r$, r - радиус кольца

Ищем потенциал в точке, где $\alpha = \arccos(\frac{\sqrt{3}}{3}) - A$.

$$\varphi_A = \frac{kq}{r} \cdot \sin \alpha \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\varphi_A = \frac{kq}{r} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$2q\varphi_0 (\varphi_0 - \varphi_\infty) = \frac{kq}{r} = \frac{mv_0^2}{2} \quad \text{заряд диполя}$$

$$\varphi_0 - \varphi_A = \frac{kq}{r} (1 - \frac{\sqrt{6}}{3}) \quad \varphi_A - \varphi_\infty = \frac{kq}{r} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \frac{4mv_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \leftarrow \text{т.к. } \Delta E \sim \Delta \varphi$$

$$3V_{\text{max}}^2 = 12V_0^2 + V_0^2 \sqrt{6}$$

$$V_{\text{max}} = V_0 \sqrt{\frac{12 + \sqrt{6}}{3}}$$

$$V_{\text{min}} = V_0 \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3. Продолжение

$$\Delta V = V_{\max} - V_{\min} = V_0 \cdot \left(\sqrt{\frac{12 + \sqrt{6}}{3}} - \sqrt{3} \right)$$

Ответ: $V = V_0 \sqrt{3}$.

$$\Delta V = V_0 \left(\sqrt{\frac{12 + \sqrt{6}}{3}} - \sqrt{3} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4

1) Запишем Кирхгофа для всего контура:

$$\mathcal{E}_{ind} - L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} = 0 \quad \checkmark \text{ т.к. нет сопротивлений}$$

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{— 3-й Фарадей}$$

$$(L_1 + L_2) dI = - d\Phi.$$

Принтегрируем от начального момента до конца:

$$(L_1 + L_2) (I_0 - 0) = - (0 - \Phi_{on S_1})$$

$$I_0 = \frac{\Phi_{on S_1}}{L_1 + L_2} = \frac{\Phi_{on S_1}}{5L} \quad \text{Потенциальный поток}$$

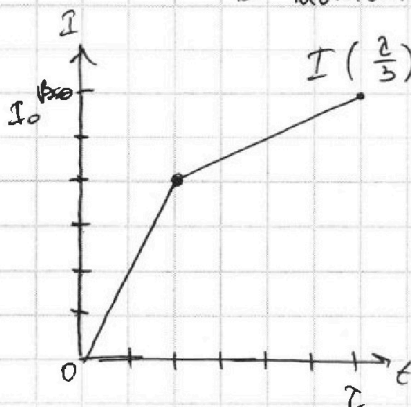
2) $dq_1 = I dt$ — изменение заряда, протекающего через L_1 .

$$(L_1 + L_2) dI = - d\Phi.$$

На участке от 0 до $\frac{1}{3}\tau$ ток меняется линейно $\Rightarrow$ ток меняется линейно
на участке от $\frac{1}{3}\tau$ до τ ток меняется линейно $\Rightarrow$ ток меняется линейно.

В момент времени $\frac{1}{3}\tau$ ток равен

$$I\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3} \Phi_{on S_1}}{L_1 + L_2}$$



Протекающий заряд — площадь под графиком $I(t)$.

По этому графику площадь будет $\frac{2}{3} \cdot I_0 \tau = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Phi_{on S_1}}{L_1 + L_2} \cdot \tau$

$$q_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Phi_{on S_1} \tau}{L_1 + L_2}$$

Ответ: $I_0 = \frac{\Phi_{on S_1}}{5L}$
 $q_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Phi_{on S_1} \tau}{5L}$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 5

- 1) Если у нас все работает при любом показателе преломления, то работает и при $n = 1$, то есть когда вместо шара - воздух.

Заметим, что тогда после отражения от зеркала лучи должны уходить по тем же путям (это следует из обратимости лучей так как изображение источника в системе совпадает с самим источником), следовательно все лучи проходят через центр шара (т.о.)
 $\Rightarrow$ точка O - изображение источника в линзе.

Так как лучи малы, запишем уравнение точки линзы:

$$\frac{1}{1,5F} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow f = 3F -$$

расстояние от
линзы до изображения

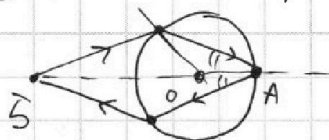
Расстояние от линзы до точки O
 $= b + R.$

$$b + R = 3F$$

$$\frac{2}{3}F + R = 3F \Rightarrow \underline{R = \frac{7}{3}F}$$

- 2) Рассмотрим, в каком случае теперь изображение источника может совпасть с источником.

Лучи уже не могут проходить через т. O $\Rightarrow$ они должны выйти из ~~сферы~~ шара симметрично т.о.о. То есть, после преломления в шаре лучи попадают на его самую дальнюю точку, т. А - см. рисунок



S - изображение предмета только в линзе.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

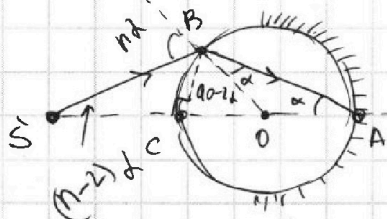
СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 5. Продолжение

Расстояние от линзы до s' исходе из прошлого пункта $3F$. Равно оно было в 0, его увеличили на $2F \Rightarrow$ расстояние от s' до $O = 2F$.



Пусть луч волеет из s' и попадет на шар в точке B.

Преломится, он попадет в т. A

Пусть точка C - перпендикуляр из B на As' . Там так углы малые

можно считать, что C лежит на

крае шара $\Rightarrow OC = R = \frac{1}{3}F$

$Os' = 2F \Rightarrow Sc = \frac{5}{3}F$

Пусть $\angle OBA = \angle OAB = \alpha$ - угол отражения
Пока падающий угол из закона преломления
Сделаем его малым: $p = n\alpha$.

$\angle BOC = 2\alpha$; $\angle CBO = 90 - 2\alpha$

$\Rightarrow \angle S'BC = 180 - (90 - 2\alpha) - n\alpha =$
 $= 90 + (2 - n)\alpha \Rightarrow$

$\angle BSc = (2 - n)\alpha$

$nc = Sc \cdot \tan(n-2)\alpha \approx Sc \cdot (n-2)\alpha = \frac{5}{3}F \cdot (n-2)\alpha$

$BC = AC \cdot \tan \alpha = 2R\alpha = \frac{2}{3}F\alpha$

$\frac{2}{3}F\alpha = \frac{5}{3}F(n-2)\alpha$

$n-2 = 0,4 \quad |n=2,4|$

Ответ: $R = \frac{F}{3} \quad n=2,4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Прогнозирование (3)

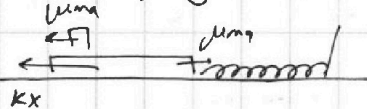
Черновик

Пока $x \in x_0$, это гармонические колебания.
Дальше у нас есть доска, на которую действует μmg ($F_{\text{тр. скольз.}}$) и kx

$$\varphi_{\infty} = 0$$

$$\varphi_0 = \frac{kq}{r}$$

$$\varphi(\alpha = \frac{\pi}{6}) =$$



$$M\ddot{x} = \mu mg - kx$$

от φ_0 $\arccos(\frac{1}{\sqrt{3}})$
явно не
применимо!!!

это показывает,
потом

$$\ddot{x} + \frac{k}{M}\dot{x} - \mu mg = 0$$

$$x = B \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + x_0$$

потом это
формализуем



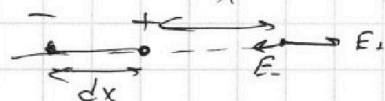
от скорости
целимся, отменим x_0 как ноль
свободны координат.

$$F_1 - F_2 = \frac{kq}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Мы знаем все в этот момент
времени.

Потом на оси $-kq(x+dx)$
гипотеза $((x+dx)^2 + r^2)^{3/2}$

$$U(x_0) = U_0 \cos(\frac{\pi}{6}) = U_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$M\ddot{y} = \mu mg - k(x_0 + y)$$

$$E_+ = E_1 > 0 \text{ при } kx_0 > 1. \quad kx_0 = (M+m)g \quad \arccos(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{112}{53.2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{kq}{r^2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \cos^2 \alpha > \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \cos \alpha > \frac{1}{\sqrt{3}} \quad M\ddot{y} + ky + \mu Mg = 0$$

$$= \frac{kq}{r^2} (\cos \alpha - \cos^3 \alpha) \quad y(0) = U(x_0) = U_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$E' = \frac{kq}{r^2} (-\sin \alpha + 3\cos^2 \alpha \sin \alpha) \quad y = B \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \quad \dot{y} = B \sqrt{\frac{k}{M}} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t)$$

$E' > 0$ $\Rightarrow$ $\sin \alpha$

$$\alpha = 0 \quad \frac{\pi}{2}$$

$$3\cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$B \sqrt{\frac{k}{M}} = U_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\ddot{y} = -B \cdot \frac{k}{M} \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \quad y_{\text{max}} \text{ при } \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) = 1$$

$$\ddot{y} = B \frac{k}{M} = U_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{k}{M} = U_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{k}{M}}$$

$$\alpha \text{ от } 0 \text{ до } \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{E} \uparrow \text{ от } 0 \text{ до } \arccos(\frac{1}{\sqrt{3}})$$

$$E \downarrow \text{ от } \arccos(\frac{1}{\sqrt{3}}) \text{ до } \frac{\pi}{2}$$

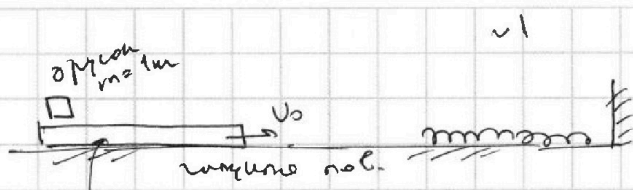


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

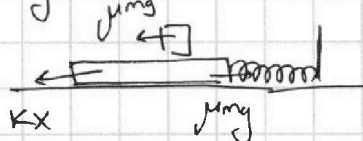
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



given
 $M=2m$

1)



$$Ma = kx - f_{mp}$$

$$ma = f_{mp}$$

$$M \cdot \frac{f_{mp}}{m} = kx - f_{mp}$$

$$f_{mp} \left(\frac{M}{m} + 1 \right) = kx$$

$$f_{mp} = \frac{(kr)m}{M+m} \leq \mu mg$$

используем относ.

звешение $\Rightarrow$ сила

трения скольжения

$$f_{mp} = \mu N = \mu mg$$

f_{mp} возникает там, чтобы

предотвратить относ. движение
поверхности и груза относительно друг друга

$$Ma = kx - \mu mg$$

$$ma = \mu mg$$

$$a = \mu g$$

$$\mu mg = kx - \mu ma$$

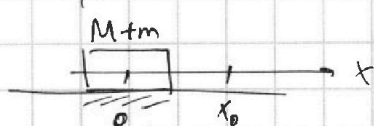
$$(M+m)\mu g = kx \quad x = \frac{(\mu m)\mu g}{k}$$

$$= \frac{3 \cdot 0.3 \cdot 10}{27} =$$

$$= \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

2) будем рассматривать систему

груза + брусок. Пока относительного
движения нет, это один объект.



Мы хотим узнать, через

какое t оно $(M+m)\mu g$
превысит $x_0 = \frac{(M+m)\mu g}{k}$

$$(M+m)a = -kx$$

$$(M+m)\ddot{x} = -kx$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{M+m}x = 0$$

$$\omega^2 = \frac{k}{M+m} = \frac{27}{2+1} = 9 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega = 3 \text{ с}^{-1}$$

$$x = V_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$$

$$\frac{M+m}{k} \mu g = V_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right) \quad x = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$$

$$\frac{1}{3} \cdot 0.3 \cdot 10 = 2 \cdot \sin\left(\frac{t}{36}\right) \quad \dot{x} = A \sqrt{\frac{k}{M+m}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$$

$$\dot{x}(0) = V_0$$

$$A \sqrt{\frac{k}{M+m}} = V_0$$

$$\sin(3t) = \frac{1}{2} \quad 3t = \frac{\pi}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4. Продолжение

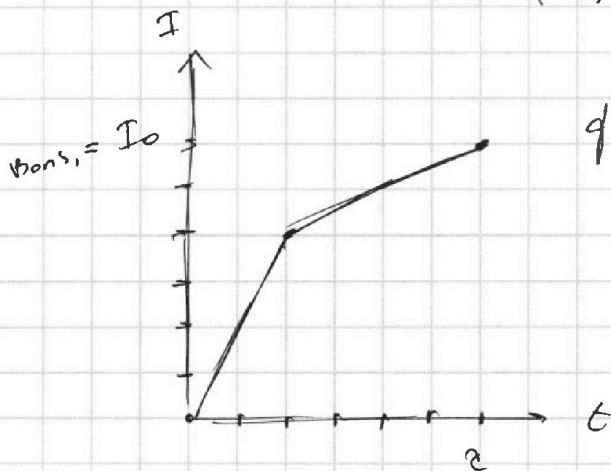
Черновик

$$\frac{dI}{dt} = dq_1 = I dt = I dt$$

$$(L_1 + L_2) dI = d\Phi - \text{построим } \Phi(t)$$

$$I_0 = 0$$

$$I\left(\frac{2}{3}\right) = \left(B_0 - \frac{1}{3}B_0\right) \pi S_1 = \frac{2}{3} B_0 \pi S_1$$



$$q = \int I dt$$

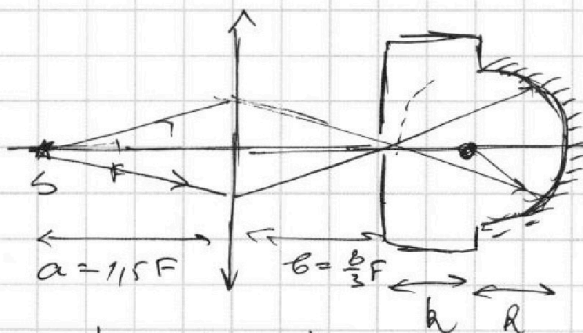
площадь под графиком I(t)

$$q = \frac{2}{3} \tau \cdot \frac{1}{3} I_0 \cdot \frac{1}{2} +$$

$$+ \frac{2}{3} I_0 \cdot \frac{1}{3} \tau \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \tau \cdot \frac{2}{3} I_0 =$$

$$= \frac{2}{9} I_0 \tau + \frac{4}{9} I_0 \tau =$$

$$= \frac{2}{3} I_0 \tau = \frac{2}{3} \cdot B_0 \pi S_1 \cdot \tau$$



$$\frac{1}{1.5F} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{F - 1.5F}{1.5F}$$

$$f_1 = 3F$$

$$\frac{AS}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{AS}{\sin \alpha}$$

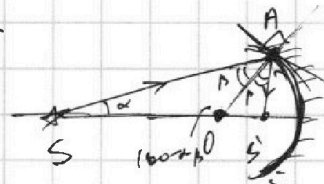
$$\frac{AS}{AS'} = 1 + 2R$$

$$AS = d^2 + R^2 + 2Rd \cos(\alpha + \beta)$$

$$AS' = F^2 + R^2 - 2Rf \cos(\alpha + \beta)$$

$$AS^2, f + AS'^2 \cdot d = (d^2 + R^2) f + (R^2 + d^2) d$$

~5



$$AO = R$$

$$SO = d$$

$$OS_1 = f$$

$$AS = d^2 + R^2 - 2Rd \cos \alpha$$

Упрощение

в сфер. зеркале.

$$-\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

при $R \rightarrow \infty$
это зеркало

$$AS' = d^2 + f^2$$

$$\frac{d^2 + R^2}{f^2 + R^2} = \frac{d^2}{f^2}$$

$$d^2 f^2 + R^2 f^2 = d^2 R^2 + d^2 f^2$$

Далее с помощью обратных
тригонометрических функций

$$\frac{AS}{AS'} = \frac{SO}{OS'} = \frac{d}{f}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

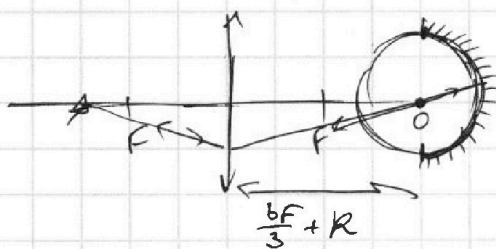
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н.б. Преломление

Черновик

1) Показатель, после отражения
от центра лучи идут в
том же направлении.

$n = 1$.



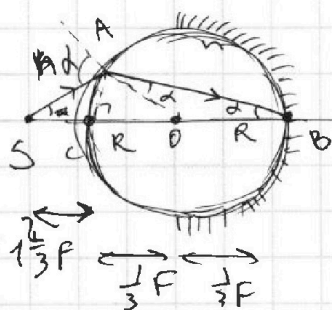
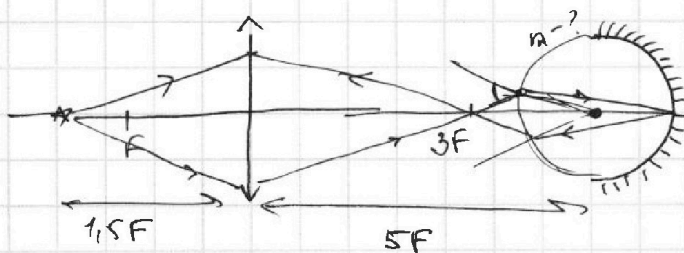
⇒ изображение через линзу
и находится в ∞

$$\frac{1}{1.5F} + \frac{1}{\frac{6}{3}F + R} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{6}{3}F + R = 3F$$

$$\underline{R = \frac{1}{3}F}$$

2)



$nd = \beta$.

$$\angle ACB \approx 40$$

$$\angle AOS = 2\alpha$$

$$\angle CAO = 90 - 2\alpha$$

$$\angle SAC = nd$$

$$\angle SAC = 90 - (2-n)\alpha$$

$$\angle ASC = (2-n)\alpha$$

$$\frac{AC}{\sin(2-n)\alpha} = \frac{5/3 F}{\sin 40}$$

$$AC = \frac{5}{3} F \cdot (2-n)\alpha$$

$$AC = 2R \cdot \alpha$$

$$\frac{5}{3} F (2-n) = 2R$$

$$2-n = \frac{6R}{5F}$$

$$n = 2 - \frac{6R}{5F} = 2 - \frac{6 \cdot \frac{1}{3} F}{5F} = 2 - 0.4 = 1.6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

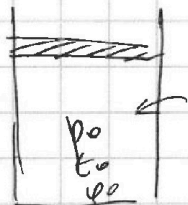
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

v2

Черновик



внешний
 воздух

$p_{\text{вн.н.}} =$

$$p_{\text{вн.н.}} = p_{\text{вн.н.}} (86^\circ\text{C}) = 95 \text{ кПа} \cdot 60 \text{ кПа}$$

1)

$$p_{\text{вн.н.}} = p_0 \cdot p_{\text{вн.н.}} = 60 \cdot \frac{2}{3} = 40 \text{ кПа} = p_1$$

2)

$$p_{\text{вн.н.}} = p_0 - p_1 = 110 \text{ кПа} - \text{атм. воздух по 1-му закону}$$

$$T_0 = 86 + 273 = 359 \text{ K}$$

t^* - это когда $p_{\text{вн.н.}} = p_1 = 40 \text{ кПа}$

$t^* = 76^\circ\text{C}$ по уравнению

3)

и как у нас при изменении
 т.е. он очевиден конденсирование

$$p_2 = p_{\text{вн.н.}} (46^\circ\text{C}) = 10 \text{ кПа}$$

$$p_{\text{вн.н.}} = p_0 - p_2 = 140 \text{ кПа}$$

т.е. внешнее давление = const

воздух
 в воздухе атм.

$t_0 \rightarrow t^* \rightarrow t$
 все амплитуды конденсации
 и процессы пара
 симметричны

$$p_{\text{вн.н.}} V = \nu R T$$

$$T = 46 + 273 = 319 \text{ K}$$

$$p_{\text{вн.н.}} V_0 = \nu R T_0$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{вн.н.}}}{p_2} = \frac{319}{359} \cdot \frac{110}{140} \approx$$

$$\approx \frac{320}{360} \cdot \frac{110}{140} \approx \frac{16}{18} \cdot \frac{11}{14} \approx \frac{88}{126}$$

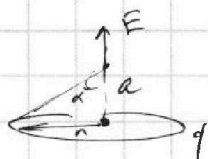


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

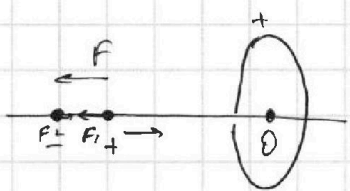
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновики

$$E = \frac{kq}{(a+n)^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+n^2}} = \frac{kqa}{(a^2+n^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{kq \cdot \cos \alpha}{n^2} = \frac{kq \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+n^2}}}{n^2} = \frac{kqa}{n^2 \sqrt{a^2+n^2}}$$



$$F = F_1 \cdot F_2$$

3а) Вращение происходит
от центра дисбаланса
по т. О гуси содержится
вдоль гусином радиусу А.
и т. О из точки вращения -
радиусу - А.

$$A = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\frac{4mv_0^2}{2} = A + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

1-излучение т. О

$$3mv_0^2 = v^2$$

$$v = v_0 \sqrt{3}$$

Момент силы
точнее, все

E от гуси
содержим
гуси радиус
марки.

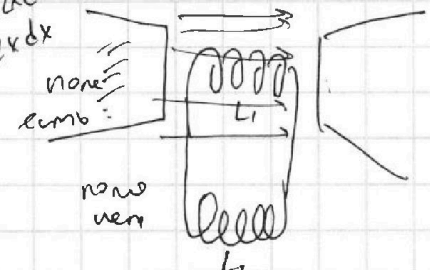
$$E = \frac{kqa}{(a^2+n^2)^{3/2}}$$



$$dF = \frac{kqx}{(x^2+n^2)^{3/2}}$$

$$\frac{kq(x+dx)}{(x^2+n^2+2x dx)^{3/2}} \approx \frac{kq dx}{(x^2+n^2)^{3/2}}$$

$$(x+dx)^2 = x^2 + 2x dx + dx^2 \approx x^2 + 2x dx$$



$$I_0 = \frac{n S_1 B_0}{L_1 + L_2}$$

Примеры на?

Численность элементов и
числа, равно гоним
анализируем?

$$V_{max} = 2v_0 \text{ или } \varphi_{min} = 0 = \varphi_0$$

$$V_{min} = \sqrt{3}v_0 \text{ или } \varphi_{max} = \varphi_0$$

$$(x^2 + n^2 + 2x dx)^{3/2} = (x^2 + n^2)^{3/2} \left(1 + \frac{2x dx}{x^2 + n^2}\right)^{3/2}$$

$$L_1 = L, n \text{ и } 3 \text{ фазы}$$

$$L_2 = 4L$$

$$L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi_1 = n S_1 B_0$$

$$\Phi_2 = 0$$

$$(L_1 + L_2)(I_0 - d) = n S_1 B_0$$