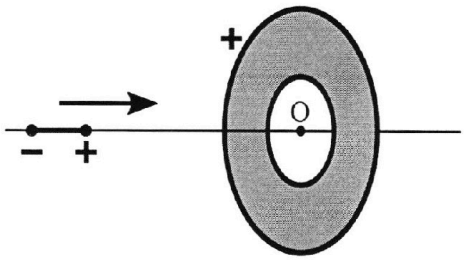
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

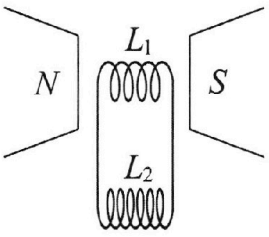
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O. Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0. Диполю сообщают начальную скорость $2V_0$.

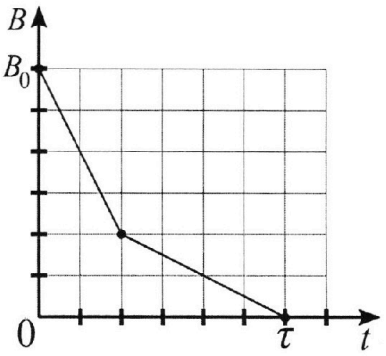


1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0. Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 4L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ. Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.

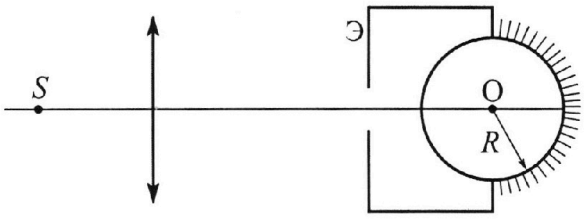




1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S, удалённый от линзы на расстояние $a = 1{,}5F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $Э$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8F/3$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 2F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

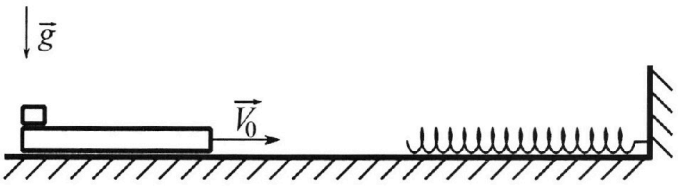
О тражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $Э$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin\alpha \approx \alpha$.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 2$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 27$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0{,}3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.



1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.

2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.

3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

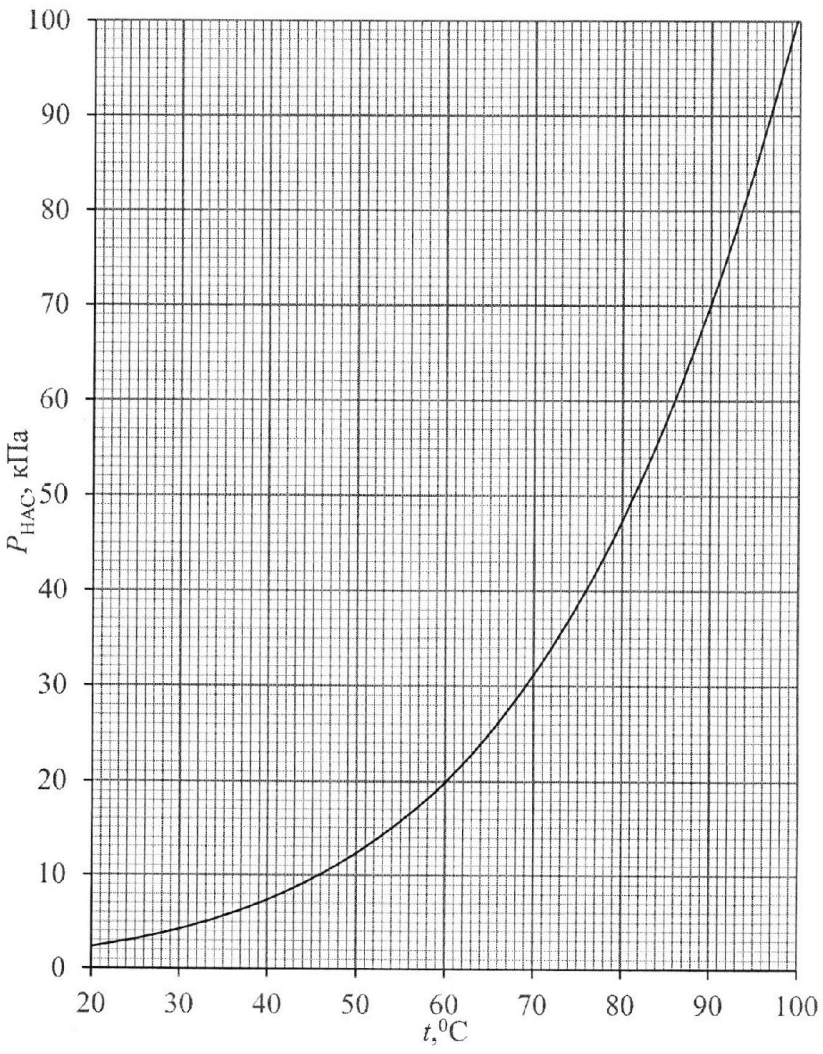
2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 150$ кПа, температуре $t_0 = 86\ ^0$C и относительной влажности $\varphi_0 = 2/3$ (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 46\ ^0$C. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

1) Найти парциальное давление пара P_1 при $86\ ^0$C.

2) Найти температуру t^*, при которой начнётся конденсация пара.

3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

О бъёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = \frac{27}{2}\sqrt{\frac{22}{81}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt{22}}{3} = \boxed{\frac{3\sqrt{22}}{2}\ м/с^2}$$

Ответ: $\Delta x_1 = \mu g \cdot \frac{M+m}{k} = \frac{1}{3}\ м$

$$t_1 = \sqrt{\frac{M+m}{k}}\arcsin\left(\frac{\mu g}{v_0}\sqrt{\frac{M+m}{k}}\right) = \frac{1}{6}\ с$$

$$a_2 = \frac{k}{M}\sqrt{v_0^2\frac{M}{k}\left(1-\left(\frac{\mu g}{v_0}\right)^2\cdot\frac{M+m}{k}\right)+\left(\frac{\mu m g}{k}\right)^2} = \frac{3\sqrt{22}}{2}\ м/с^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

4) н.у. $\Delta x_2(0)$ → момент нач. отн. движ.

$\Delta x_2(0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t_1)$

$\Delta x_1 = \mu g \cdot \frac{M+m}{k}$

$\omega_0 t_1 \le \pi/2$

$v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \sqrt{\frac{k}{M+m}} \cdot \sqrt{1-\sin^2(\omega_0 t_1)}$

$\mu g \cdot \frac{M+m}{k} = \frac{\mu m g}{k} + C \cdot 1$

$v_0 \sqrt{1-\left(\frac{\mu g}{v_0}\right)^2 \cdot \frac{M+m}{k}}$

$C = \frac{\mu M g}{k}$

по. $v_0 \sqrt{1-\left(\frac{\mu g}{v_0}\right)^2 \frac{M+m}{k}} = B\sqrt{\frac{k}{M}}$

$-\Delta\ddot{x}_2 = +B\omega_1^2 \sin(\omega_1 t) + C\omega_1^2 \cos(\omega_1 t)$ ($a_2 = \ddot{x}_2$)

$B = v_0 \sqrt{\frac{M}{k}} \sqrt{1-\left(\frac{\mu g}{v_0}\right)^2 \frac{M+m}{k}}$

макс. $a \Leftrightarrow$ макс. Δx_2



$\Delta\dot{x}_2 = B\omega_1 \cos(\omega_1 t) - C\omega_1 \sin(\omega_1 t) = 0$

$\operatorname{tg}(\omega_1 t) = \frac{B}{C}$

сл. ур-т ⇒

$\cos(\omega_1 t) = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\omega_1 t)+1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{B^2}{C^2}+1}} = \frac{C}{\sqrt{B^2+C^2}}$

$\sin(\omega_1 t) = \frac{B}{\sqrt{B^2+C^2}}$

подставляем:

$a_2 = \omega_1^2 \left(\frac{B^2}{\sqrt{B^2+C^2}} + \frac{C^2}{\sqrt{B^2+C^2}}\right) = \omega_1^2 \cdot \sqrt{B^2+C^2}$

$a_2 = \frac{k}{M}\sqrt{v_0^2 \frac{M}{k}\left(1-\left(\frac{\mu g}{v_0}\right)^2 \cdot \frac{M+m}{k}\right) + \left(\frac{\mu M g}{k}\right)^2} = \frac{27}{2} \cdot \sqrt{2^2 \cdot \frac{2}{27}\left(1-\left(\frac{0{,}3\cdot 10}{2}\right)^2 \cdot \frac{27}{9}\right) + \left(\frac{0{,}3\cdot 2\cdot 10}{27\cdot 9}\right)^2}$

$a_2 = \frac{27}{2}\sqrt{\frac{8}{27}\left(1-\frac{1}{4}\right) + \frac{4}{81}} = \frac{27}{2}\sqrt{\frac{2}{9}+\frac{4}{81}}$

$$\Delta x_1 = \mu g \cdot \frac{M+m}{k} = 0{,}3 \cdot 10 \cdot \frac{2+1}{27} = \frac{9}{27} = \boxed{\frac{1}{3}\ м}$$

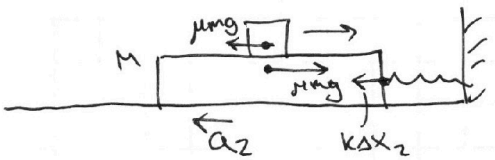
г) Вспомним $\sin(\omega_0 t_1) = \frac{\mu g}{v_0}\cdot\sqrt{\frac{M+m}{k}}$

$$\sqrt{\frac{k}{M+m}}\,t_1 = \arcsin\left(\frac{\mu g}{v_0}\sqrt{\frac{M+m}{k}}\right)$$

$$\boxed{t_1 = \sqrt{\frac{M+m}{k}}\arcsin\left(\frac{\mu g}{v_0}\sqrt{\frac{M+m}{k}}\right)}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2+1}{27}}\cdot\arcsin\left(\frac{0{,}3\cdot 10}{2}\cdot\sqrt{\frac{2+1}{27}}\right) = \frac{1}{3}\,c\cdot\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}\,c\cdot\frac{\pi}{6} = \boxed{\frac{1}{6}\,c}$$

3) После начала отн. движ. сжатие пружины только увел., поэтому необх. сила трения для поддерж. и восст. совм. движ. должна быть тоже больше. Но у Бр есть запас, который уже был предоставлен, поэтому увеличение движ. до макс. сжатия и разворота происходит при движ. отн. доски вправо брусок. ⇒ сила тр. μmg, действ. на доску будет напр. вправо



$$Ma_2 = k\Delta x_2 - \mu mg$$

$$M\ddot{\Delta x}_2 = -k\Delta x_2 + \mu mg$$

$$\ddot{\Delta x}_2 + \left(\frac{k}{M}\right)\left(\Delta x_2 - \frac{\mu mg}{k}\right) = 0$$

уравнение колеб. ($\frac{k}{M} = \omega_1^2$)

$$\Delta x_2 = \frac{\mu mg}{k} + B\sin(\omega_1 t) + C\cos(\omega_1 t)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

Дано:

$M = 2$ кг

$m = 1$ кг

$v_0 = 2$ м/с

$k = 27$ Н/м

$\mu = 0{,}3$

$g = 10$ м/с^2

$\pi \approx 3$

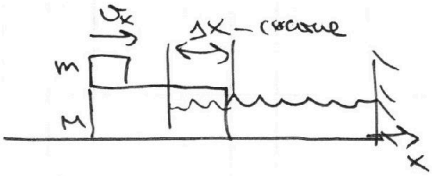
$\Delta x_1 = ?$

$t_1 = ?$

a_2

Решение:

1) До начала относ. движ. бруска и доски система представляет собой пружинн. маятник с жёсткостью k и массой $M+m$ (т.к. они движ. вместе)



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

$$\Delta x = A\sin(\omega_0 t)$$

$$\dot{\Delta x} = v_x$$

$A\omega_0\cos(\omega_0 t) = v_x$ → в мом. врем. $t=0$

$$A\sqrt{\frac{k}{M+m}} \cdot 1 = v_0$$

$$\dot{v}_x = a_x$$

$$A = v_0\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

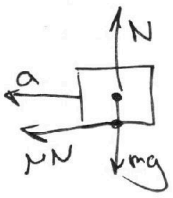
$$a_x = -A\omega_0^2\sin(\omega_0 t)$$

в начале а напр. влево

$$a = v_0\sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \frac{k}{M+m}\sin(\omega_0 t)$$

$$a = v_0\sqrt{\frac{k}{M+m}}\sin(\omega_0 t)$$

Прилем уск. у бруска и доски одинак.



II ЗН для гр. сущ. кот. отн. дв:

$$\mu N = ma, \quad N = mg$$

$$\mu mg = m v_0\sqrt{\frac{k}{M+m}}\sin(\omega_0 t_1)$$

$$\sin(\omega_0 t_1) = \frac{\mu g}{v_0}\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta x_1 = v_0\sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \frac{\mu g}{v_0}\sqrt{\frac{M+m}{k}} = \mu g \cdot \frac{M+m}{k}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$p_{п1}\left(1+\frac{p_{св0}}{p_{п0}}\right)=p_0$

$p_{п1}\left(1+\frac{p_0-p_{п0}}{p_{п0}}\right)=p_0$

$p_{п1}\cdot\frac{p_0}{p_{п0}}=p_0$

$p_{п1}=p_{п0}$ — всегда до конд.

4) т.е. конд. кипит когда $p_{п0}$ сравняется с $p_{нас}(t^*)$

$p_{нас}(t^*)=p_{п0}=40$ кПа

$\boxed{t^*=76^\circ C}$ (из таб.)

5) давление пар будет оставаться насыщ., при температуре $t=46^\circ C$

у него будет давление $p_2=p_{нас}(t)=10$ кПа (из таб.)

тогда у оставш. сух.в-ка: $p_{св2}=p_0-p_2$

воспользуемся формулой (**) – она верна и после нач. конд: (уравн)

$\frac{V_0}{V}=\frac{T_0 p_{св2}}{T p_{св0}} \Rightarrow \boxed{\frac{V}{V_0}=\frac{T}{T_0}\cdot\frac{p_{св0}}{p_{св2}}=\frac{T}{T_0}\cdot\frac{p_0-p_1}{p_0-p_2}}$

$\frac{V}{V_0}=\frac{46+273}{86+273}\cdot\frac{100-40}{100-10}=\frac{319}{359}\cdot\frac{60}{90}=\boxed{\frac{319}{359}\cdot\frac{11}{14}}$

$\approx \frac{\overset{8}{320}}{\underset{9}{360}}\cdot\frac{11}{14}=\frac{88}{126}=\frac{44}{63}$

Ответ: $p_1=\varphi_0\cdot p_{нп}(t_0)=40$ кПа

$t^*=76^\circ C$

$\frac{V}{V_0}=\frac{T}{T_0}\cdot\frac{p_0-p_1}{p_0-p_2}=\frac{319}{359}\cdot\frac{11}{14}\approx\frac{44}{63}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

Дано:

$t_0 = 86°C$

$p_0 = 150$ кПа

$\varphi_0 = \frac{2}{3}$

$t = 46°C$

$p_{нас}(t)$

$p_1 = ?$

$t^* = ?$

$\frac{V}{V_0} = ?$

Решение:

1) $\varphi_0 = \frac{p_п}{p_{п.н}} = \frac{p_1}{p_{нас}(t_0)}$

$p_1 = \varphi_0 \cdot p_{н.п}(t_0) = \frac{2}{3} \cdot 60$ кПа $= 40$ кПа (изучена)

2) когда газ полностью охл. давление (сухим.) газа не меняется, т.к. он нах-ся под пост. поршнем → $p_{п0} + p_{св0} = p_0$, $p_{п1} + p_{св1} = p_0$

Для сух. г-ва урав. Мен-Кл:

$$\left.\begin{array}{l} p_{св0} V_0 = \nu_{св} R T_0 \\ p_{св1} V_1 = \nu_{св} R T_1 \end{array}\right| \div \quad \nu_{св} = \text{const}$$

$$\frac{p_{св0} V_0}{p_{св1} V_1} = \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow \frac{V_0}{V_1} = \frac{T_0 p_{св1}}{T_1 p_{св0}} \quad (*)$$

Для пара до нас. конд:

$$\left.\begin{array}{l} p_{п0} V_0 = \nu_{п0} R T_0 \\ p_{п1} V_1 = \nu_{п0} R T_1 \end{array}\right| \div \quad \nu_{п0} = \text{const (конденс.)}$$

$$\frac{p_{п0} V_0}{p_{п1} V_1} = \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow \frac{p_{п0}}{p_{п1}} \cdot \frac{T_0 p_{св1}}{T_1 p_{св0}} = \frac{T_0}{T_1}$$

$$\frac{p_{п0}}{p_{п1}} = \frac{p_{св0}}{p_{св1}} \Rightarrow p_{св1} = p_{св0} \cdot \frac{p_{п1}}{p_{п0}}$$

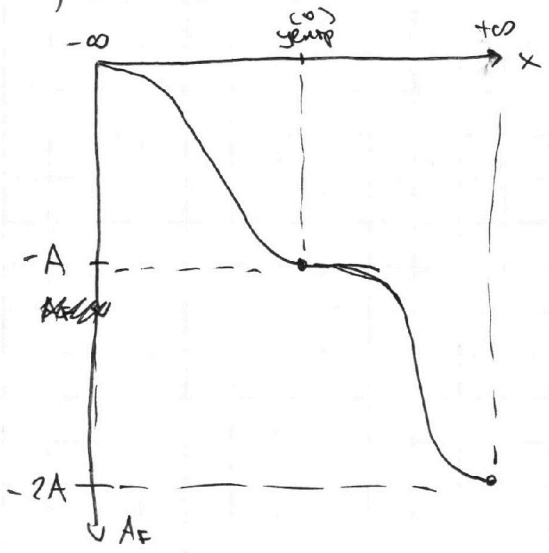
3) Т.о. $p_{п1} + p_{св0} \cdot \frac{p_{п1}}{p_{п0}} = p_0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) Скин. ур-ие A_F:



ЗСЭ для случая с U_{min} необх:

$-E_{min\ необх} = 2A$

$\frac{mU_0^2}{2} = 2A$

$mU_0^2 = 4A$ → $2A = \frac{mU^2}{2}$

ЗСЭ для нашего случая с $2U_0$: (Th об-ия кин. энерг.)

$E_{кин.нач} + A_F = E_{кин.}$

$\frac{m(2U_0)^2}{2} + A_F = \frac{mU^2}{2}$

$4mU_0^2 + 2A_F = mU^2$

$16A + 2A_F = mU^2$

↳ видно, что max U на $-\infty$, min – на $+\infty$ (т.к. A_F ↓ монот.)

3) для центра: $A_F = -A$

$mU_y^2 = 16A - 2A = 14A$

$mU_y^2 = 7 \cdot \frac{mU_0^2}{2}$

$\boxed{U_y = U_0\sqrt{\frac{7}{2}}}$

Ответ: $U_y = U_0\frac{\sqrt{14}}{2}$

$U_{max} - U_{min} = (2-\sqrt{3})U_0$

для $-\infty$: $U = 2U_0 = U_{max}$

для $+\infty$: $A_F = -2A$

$mU_{min}^2 = 16A - 4A = 12A$

$mU_{min}^2 = 3mU_0^2$

$U_{min} = U_0\sqrt{3}$

→ $\boxed{U_{max} - U_{min} = (2-\sqrt{3})U_0}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2) ЗСЭ для полюса. $E^{эл}_{max}$ (в нём там под $E^{кин}$ ~~max~~):

$$E^{эл}_{\infty} + E^{кин}_{\infty} = E^{эл}_{max} + E^{кин}_{в\,max\,E}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{m v_{отн}^2}{2}$$

$$v_{отн} = v_0\sqrt{3}$$

№3

Дано.

$v_{отн\,небок} = v_0$

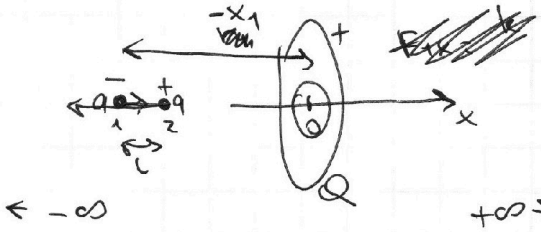
$v_{\perp} = 2v_0$

$v_y = ?$

$v_{max} - v_{отн} = ?$

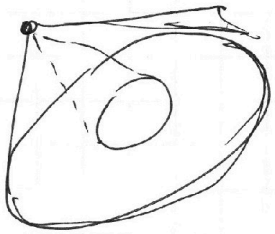
Решение.

1) Заметим, что Σ сила, действ. со стор. кольца на диполь всегда напр. влево, ~~[illegible]~~ проходя его. ~~[illegible]~~

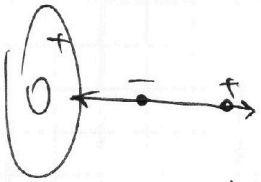


$\leftarrow -\infty$ $\quad +\infty \rightarrow$

Компоненту вдоль оси Ox силы эл.вз. м-ду зарядом и кольцом сложно посчитать через телесный угол, под которым видно кольцо из точки заряда: $E_{\perp} = k\sigma\Omega$



Для заряда, который расп. ближе $\Omega \uparrow \Rightarrow E_{\perp} \uparrow \Rightarrow F \uparrow$



В случае, когда диполь слева сила напр. влево. В случае, когда диполь справа — сила напр. влево

$|A_F|_{неуловл} =$

Единств. случай, когда F обнуляется — центр кольца, там телесные углы для ⊕ и для ⊖ равны.

Причем по конструкции симм. отн. плоскости кольца, то ~~[illegible]~~ работа эл. силы при движении из $-\infty$ к центру и при движении из центра в $+\infty$ — равны (причем и по знаку тоже)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

4) Т.О. $\boxed{q = \frac{nS_1}{SL} \cdot \frac{2}{3} B_0 \tau}$

Ответ: $I_0 = \frac{nS_1 B_0}{SL}$,

$q = \frac{nS_1}{SL} \cdot \frac{2}{3} B_0 \tau$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

Дано:

$L_1 = L$

n, S_1, B_0, τ

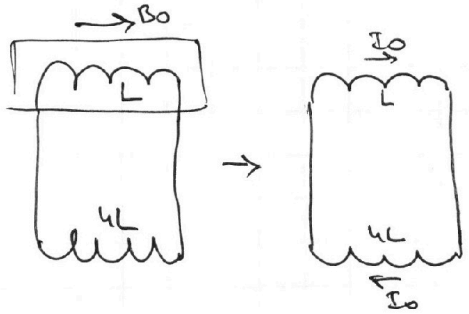
$L_2 = 4L$

ч-к B_0 от t

$I_0 = ?$

$q_{\text{инд}} = ?$

Решение:



1) Закон сохр. магн. потока в сверхпров. контуре:

$\underbrace{nS_1B_0}_{\Phi_0} = \underbrace{I_0L}_{\Phi_{11}} + \underbrace{I_0 \cdot 4L}_{\Phi_{12}}$

(так как выкл. в катушки одинак., т.к. они соед. последовательно)

$SI_0L = nS_1B_0$

$$I_{0\,2} = \frac{nS_1B_0}{5L}$$

2) Для произвольного момента времени этот зак. сохр. тоже выполняется:

$$nS_1B_0 = IL + I \cdot 4L + nS_1B$$

$$5IL = nS_1(B_0 - B)$$

$$5\frac{dq}{dt}L = nS_1(B_0 - B)$$

$$dq = \frac{nS_1}{5L}(B_0 - B)\,dt \quad \Big| \int_0^{\tau}$$

$$q = \frac{nS_1}{5L}\int_0^{\tau}(B_0 - B)\,dt \leftarrow \text{площадь под ч-ком } B_0 - B \text{ от времени } t$$

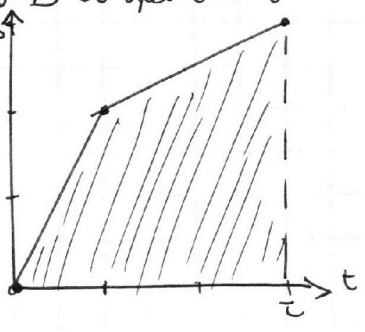
3) График $B_0 - B$: (из 3-х точек)

площадь под ним — 16+4+4 кл.

" 2 кл.

Σ площадь = 36 кл. = $B_0\tau$

$$\Rightarrow \int_0^{\tau}(B_0 - B)\,dt = \frac{2}{36_3}B_0\tau = \frac{2}{3}B_0\tau$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Аналогично изобр. должно попасть в центр | на вн. новть

$C = R = \frac{F}{6}$

$\frac{2\pi n}{30n-33} = \frac{F}{6}$

$30n = 30n - 33$

$0 \cdot n = 33$

$n \in \emptyset$

$C = 2R = F/3$

$\frac{5\pi n}{30n-33} = \frac{F}{3}$

$15n = 30n - 33$

$15n = 33$

$\boxed{n = \frac{11}{5}}$

Ответ: $R = \frac{F}{3} \rightarrow n = \frac{270}{\pi}$ или $n = \frac{270}{223}$

$R = \frac{F}{6} \rightarrow n = \frac{11}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

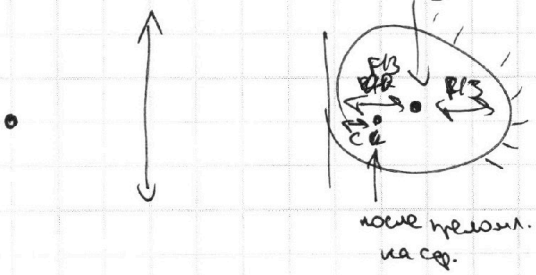
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 5 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

3) Теперь, когда мы знаем R, можем нефиз. считать n

Для $R = F/3$:



ф-р. на сф. пов-ти:

$$\frac{1}{F/3} + \frac{n}{C} = \frac{n-1}{F/3}$$

$$\frac{n}{C} = \frac{n}{F/3}$$

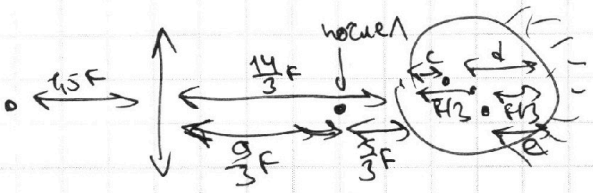
$$C = F/3 \quad \text{(также!)}$$

и после сфер. з-ла будет там же (т.к. центр)
и после выхода из шара там же (т.к. центр и не преломл.)

⇓

докажем $\forall n$ (зачем?)

передвинем на $\Delta = 2F$: $\quad b' = \frac{8}{3}F + 2F = \frac{14}{3}F$



ф-р. на сф. пов-ти:

$$\frac{1}{\frac{5}{3}F} + \frac{n}{C} = \frac{n-1}{F/3}$$

$$\frac{3}{5F} + \frac{n}{C} = \frac{15n-15}{5F}$$

$$\frac{n}{C} = \frac{15n-18}{5F}$$

$$C = \frac{5F}{n}(15n-18)$$

$$d = 4R - C = \frac{2F}{3} - \frac{5F}{n}(15n-18) =$$

$$= \frac{2F}{3} - 25F + \frac{90F}{n} = \left(-\frac{73}{3} + \frac{90}{n}\right)F$$

ф-ла сф. з-ла:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{2}{R} = \frac{6}{F}$$

$$\frac{1}{e} = \frac{6}{F} - \frac{1}{F\left(-\frac{73}{3} + \frac{90}{n}\right)}$$

~~И $e + C = 2R$ (т.к. по одну сторону от сфер. чувствительности)~~

И изобр. C должно попасть в изобр. C → это м.б. только в 2-х случаях

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Когда C попадает в центр шара либо когда C попадает на ви. пов-ть шара

(I)

$C = R = \frac{F}{3}$

$\frac{3F}{n}(15n - 18) = \frac{F}{3}$

$75n - 90 = \frac{n}{3}$

$75n - \frac{n}{3} = 90 \mid \cdot 3$

$224n = 270$

$\boxed{n = \frac{270}{224}}$

(II)

$C = 2R = \frac{2F}{3}$

$\frac{3F}{n}(15n - 18) = \frac{2F}{3}$

$75n - 90 = \frac{2}{3}n$

$223n = 270$

$\boxed{n = \frac{270}{223}}$

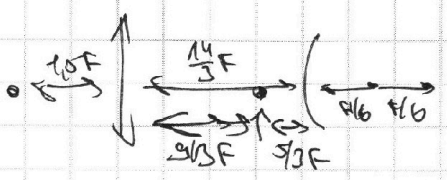
Это верно, т.к. если изобр. нах-в какой-то точке, а предмет в другой, то они мож. поменять их местами и ничего не изменится

$\Rightarrow$ тускл. луч ✱ нет $\Rightarrow$ линза $\rightarrow$ сф-пов

и нет $\Rightarrow$ линза $\rightarrow$ сф. пов-ть $\rightarrow$ сф. з-ло

и изобр. должны совпасть, если исх. уч. верно

б) Для $R = F/6$:



Ф-ла сф. пов:

$\frac{1}{\frac{5}{3}F} + \frac{n}{C} = \frac{n-1}{F/6}$

$\frac{3}{5F} + \frac{n}{C} = \frac{30n - 30}{5F}$

$\frac{n}{C} = \frac{30n - 33}{5F}$

$C = \frac{5Fn}{30n - 33}$

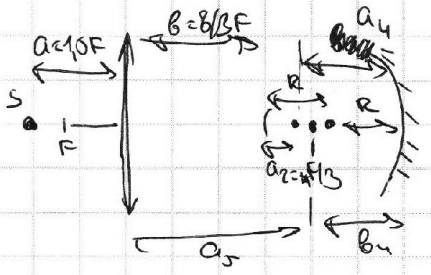
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Дополнительная система~~

4) Т.к. изображение совп. с источником при любом n, то давайте для простоты возьмем n = 1 (зеркала пов-ти шара как бы нет)



$a_4 = 2R - \frac{F}{3}$

ф. сф. з-ла

$\frac{1}{a_4} + \frac{1}{b_4} = \frac{2}{R}$

$\frac{1}{b_4} = \frac{2}{R} - \frac{1}{2R - \frac{F}{3}} = \frac{4R - \frac{2F}{3} - R}{R(2R - F/3)}$

$b_4 = \frac{R(2R - F/3)}{3R - 2F/3}$

$a_5 = \frac{8}{3}F + 2R - b_4 = \frac{8}{3}F + 2R - \frac{R(2R - F/3)}{3R - 2F/3} = \frac{8FR + 6R^2 - \frac{16}{9}F^2 - 4FR}{3R - 2F/3} - \frac{-2R^2 + FR/3}{3R - 2F/3}$

$a_5 = \frac{7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2}{3R - 2F/3}$

Ф.Т.Л. ($b_5 = a = 1,5F$, т.к. изобр. должно совп. с ист.):

$\frac{1}{a_5} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}$

$\frac{3R - 2F/3}{7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2} + \frac{2}{3F} = \frac{1}{F}$

$\frac{3R - 2F/3}{7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2} = \frac{1}{3F}$

$9FR - 2F^2 = 7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2$

$4R^2 - 2FR + \frac{2}{9}F^2 = 0$

$D_1 = F^2 - \frac{8}{9}F^2 = \frac{F^2}{9}$

$R = \frac{F \pm \frac{F}{3}}{4}$

$R = \frac{4F}{3}$

$R = \frac{2F}{6}$

Оба корня подходят

$R = F/3$ дает нам 1 линзу изобр. в центре шара, которое перех. само в себя у сф.-з-ла

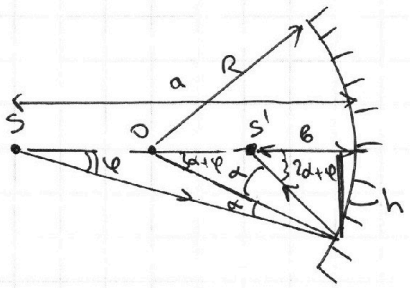
$R = F/6$ дает изобр. на пов-ти шара, кот. оно само в себя переходит

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

г) Выведем формулу сферич. з-ла: (опять в параксиальном приближ.)



$h = в(2\alpha + \varphi)$

$h = R(\alpha + \varphi)$

$h = a \cdot (\varphi)$

$\rightarrow R(\alpha+\varphi) = a\varphi$

$\varphi = \frac{R\alpha}{a-R}$

$a\varphi = в \cdot 2\alpha + в \cdot \varphi$

$(a-в)\varphi = в \cdot 2\alpha$

$(a-в) \cdot \frac{R\alpha}{a-R} = в \cdot 2\alpha$

$Ra - Rв = 2вa - 2вR$

$Ra + Rв = 2вa \;|: Rав$

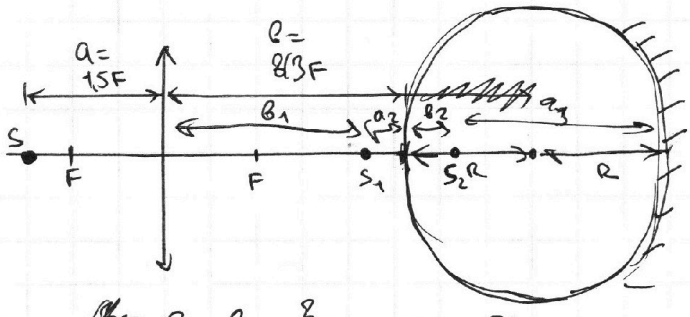
$\boxed{\frac{1}{в} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R}}$

опт. сила такой системы D_3:

$a = \infty$: $\frac{1}{F} = \frac{2}{R}$

$D_3 = \frac{2}{R}$

3) Теперь к задаче:



ФТЛ:

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{в_1} = \frac{1}{F}$

$\frac{1}{1,5F} + \frac{1}{в_1} = \frac{1}{F}$

$\frac{2}{3F} + \frac{1}{в_1} = \frac{1}{F}$

$\frac{1}{в_1} = \frac{3}{3F} - \frac{2}{3F}$

$в_1 = 3F$

$a_2 = в - в_1 = \frac{8}{3}F - 3F = -F/3$

Ф. Пр. на сф. пов:

$\frac{1}{a_2} + \frac{n}{в_2} = \frac{n-1}{R}$

$-\frac{3}{F} + \frac{n}{в_2} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow в_2 = \frac{n}{\frac{n-1}{R} + \frac{3}{F}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ 7

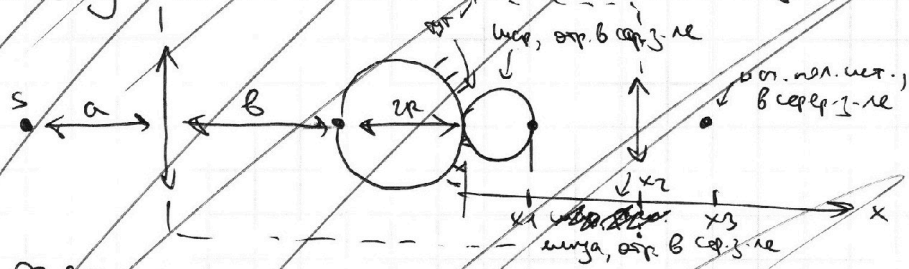
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

4) Так как все лучи параксиальные и система расположена на одной оси, мы можем просто наложить все опт. силы отд. систем, через которые проходят лучи от источника

$$a_3 = 2R - b_2 = 2R - \frac{n\,|RF}{\frac{n-1}{R}+\frac{3}{F}} = 2R - \frac{nRF}{(n-1)F+3R} = \frac{2RF(n-1)+6R^2-nRF}{(n-1)F+3R}$$

$$a_3 = \frac{RF(n-2)+6R^2}{(n-1)F+3R}$$ ужас...

4) Т.к. все лучи параксиальные и система расположена на одной оси, мы можем представить её для источника как линза + + шар, потом — линза + шар, трансформированные сферич. зеркалом, и далее сложить их опт. силы, получив общую опт. силу



Ф. сф. з-ла:

$$\frac{1}{2R}+\frac{1}{x_1}=\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{x_1}=\frac{2}{R}-\frac{1}{2R}$$

$$\frac{1}{x_1}=\frac{3}{2R}$$

$$x_1=\frac{2R}{3}$$ → новый ред. шара

$$\frac{1}{2R+b}+\frac{1}{x_2}=\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{x_2}=\frac{2R(2R+b)-R}{R(2R+b)}$$

$$\frac{1}{x_2}=\frac{4R+2b-R}{R(2R+b)}$$

$$x_2=\frac{R(2R+b)}{3R+2b}$$

$$\frac{1}{2R+a+b}+\frac{1}{x_3}=\frac{2}{R}$$

$$x_3=\frac{R(2R+a+b)}{3R+2a+2b}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

Дано:

$a = 1{,}5F$

$b = \frac{8F}{3}$

$\Delta = 2F$

$R = ?$

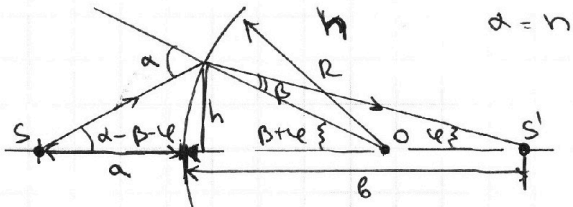
$h = ?$

Решение:

1) Выведем формулу тонкой сферической поверхности:

З-н Снеллиуса: $n\sin\alpha = n\sin\beta$, т.к. $\alpha, \beta \ll 1$:

$\alpha = n\beta$ (параксиальное приближение)



$h = a\cdot(\alpha - \beta - \varphi)$ (tg вообще, но т.к. в параксиальном приближении)

$h = R(\beta + \varphi)$

$h = b\varphi$ $\Rightarrow$ $b\varphi = R\beta + R\varphi$

$\varphi = \frac{R}{b-R}\beta$

$b\varphi = a\alpha - a\beta - a\varphi$

$(b+a)\varphi = a\alpha - a\beta$

$\frac{R}{b-R}(b+a)\beta = a\alpha - a\beta$

$\frac{R}{b-R}(b+a)\cdot\beta = n\beta\cdot a - a\beta$

$\frac{R(b+a)}{b-R} = a(n-1)$

$Rb + Ra = (ab - aR)(n-1)$

$Rb + Ra = (ab - aR)n - ab + aR$

$Rb - ab(n-1) = -aR\cdot n \quad |:(-Rab)$

$-\frac{1}{a} + \frac{1}{R}(n-1) = \frac{n}{b} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{R}}$

Отступление: такой смысл в прямом направлении: $a = \infty$

$D_1 = \frac{n}{F_1} = \frac{n-1}{R}$

$D_1 = \frac{n-1}{n}\cdot\frac{1}{R}$

в обратном направлении: $b = \infty$

$D_2 = \frac{1}{F_2} = \frac{n-1}{R}$

$D_2 = \frac{n-1}{R}$

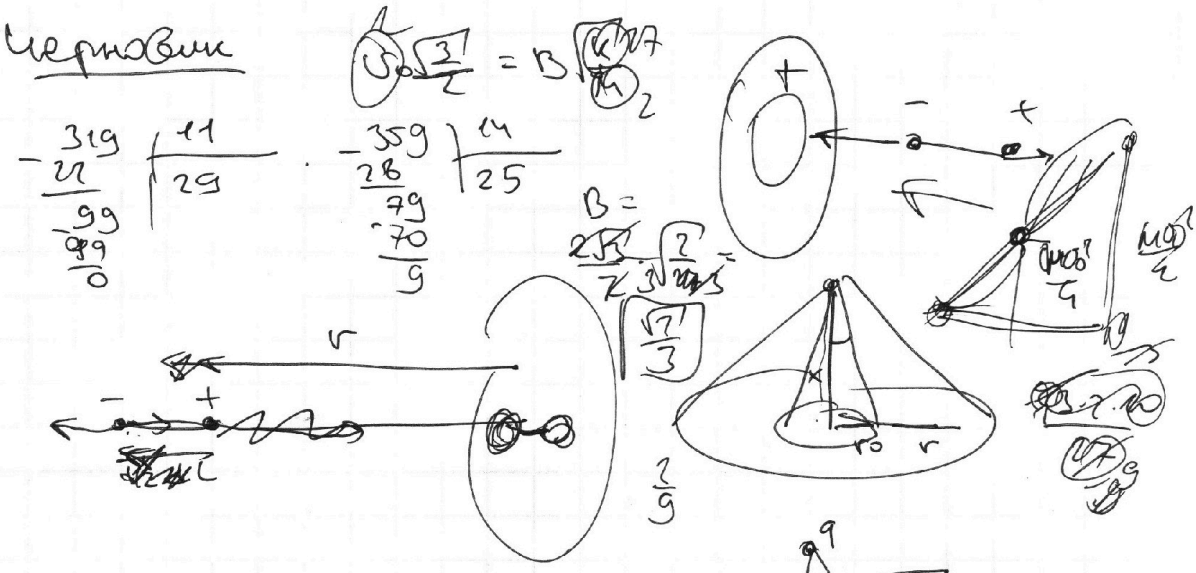
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

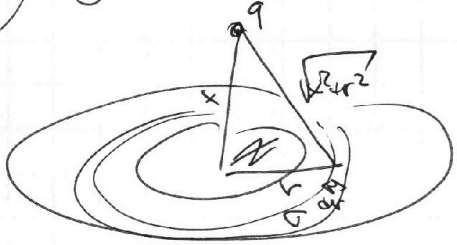
1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

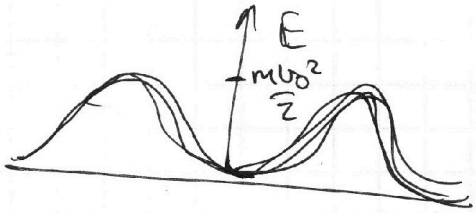
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик







$$(R^2-x^2)(x+r^2)^{3/2} = (r^2-x^2)(x^2+R^2)^{3/2}$$

$$\varphi = \frac{k\sigma \cdot 2\pi r\,dr}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

$$\varphi = \int \frac{k\sigma \cdot 2\pi r\,dr}{\sqrt{x^2+r^2}} = k\sigma\pi \int_{r_1}^{r_2} \frac{d(r^2+x^2)}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

$$\varphi = 2k\sigma\pi \sqrt{x^2+r^2}\Big|_{r_1}^{r_2}$$

$$\varphi = 2k\sigma\pi\left(\sqrt{x^2+r_2^2} - \sqrt{x^2+r_1^2}\right)$$

$$E_{qun} = q\cdot\left(-\frac{d\varphi}{dx}\right) = 2k\sigma\pi q\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+r_2^2}}\cdot 2x - \frac{1}{\sqrt{x^2+r_1^2}}\cdot 2x\right) = 2k\sigma\pi\cdot x\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+r_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+r_1^2}}\right) \to \max$$

$$E_{qun} = 2k\sigma\pi q\cdot\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+r_2^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+r_1^2}}\right)$$

$$E_{qun}(x) = 2k\sigma\pi q\left(\frac{\sqrt{x^2+r_2^2} - x\frac{1}{\sqrt{x^2+r_2^2}}\cdot 2x}{x^2+r_2^2} - \frac{\sqrt{x^2+r_1^2} - x\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+r_1^2}}\cdot 2x}{x^2+r_1^2}\right)$$

$$\frac{x^2+R^2-2x^2}{(x^2+R^2)^{3/2}} - \frac{x^2+r^2-2x^2}{(x^2+r^2)^{3/2}} = 0$$

Ф3

Ф6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

Дано:

$v_{min}^{(необх)} = v_0$

$v_1 = 2v_0$

$v_y = ?$

$v_{max} - v_{min} = ?$

Решение:

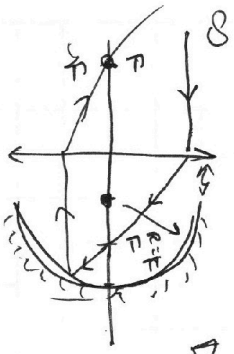
1) На большом удалении от кольца энергия диполя (эл.) равна 0, т.к. поле там пренебрежимо мало

В центре кольца эл. энергия диполя тоже равна 0:

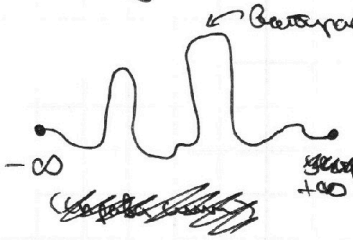


+ и − заряды рав. мин. отн. кольца => по модулю их энергия одинакова, но они входят с разными знаками, поэтому уравнивают друг друга и дают 0

ЛАЖА



Соотв., между этими двумя (с одн. стор.) точками $-\infty$ и центром кольца есть хотя бы один максимум энергии, т.к. $v_{min}^{(необх)} > 0$



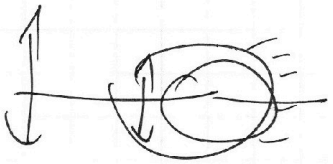
Возьмем этот

В граничном случае $v_{min}^{(необх)}$ энергия этого максимума равна нач. энергии диполя (т.к. вся кин. энергия переходит)

Чуть-чуть увеличить E в начале и на этом макс. диполь развернётся

Поэтому т.к. $E_{эл}$ вначале $= 0$ (на ∞), то

$E_{max}^{эл} = \frac{mv_0^2}{2}$



ЗСЭ:

$\cancel{E_y^{эл}}^{0} + E_{кин.y} = \cancel{E_\infty^{эл}}^{0} + E_{кин}^{\infty}$

$\frac{mv_y^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_y = v_0}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

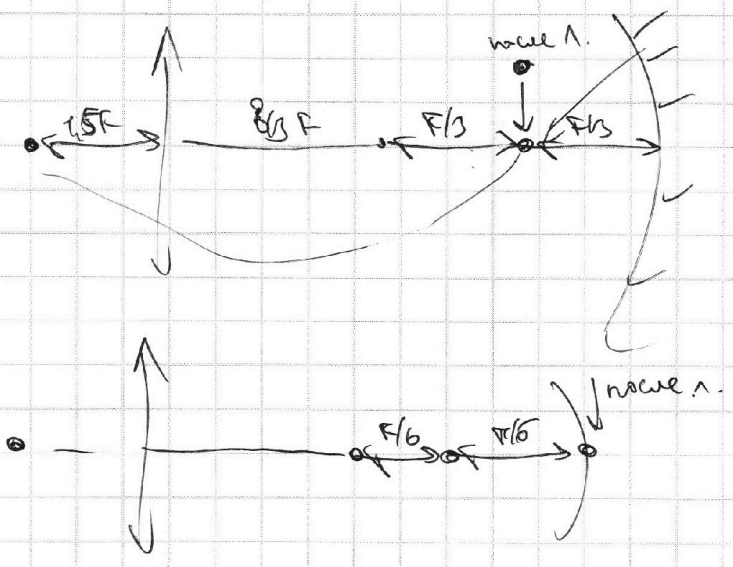
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!