



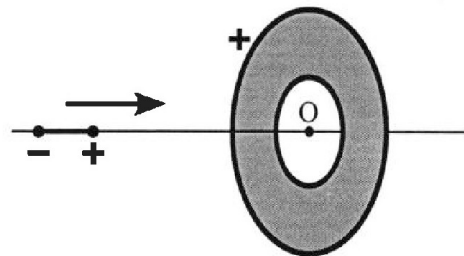
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

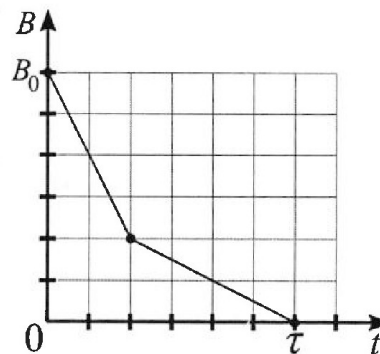
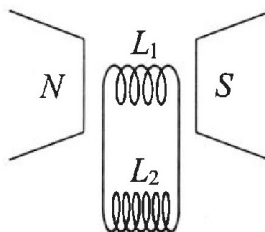


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполью сообщают начальную скорость $2V_0$.



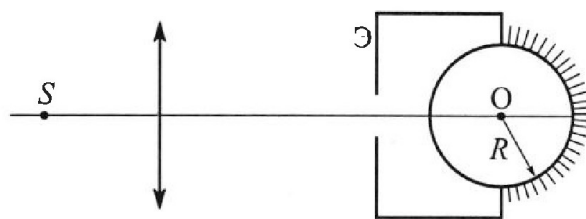
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 4L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,5F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8F/3$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 2F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



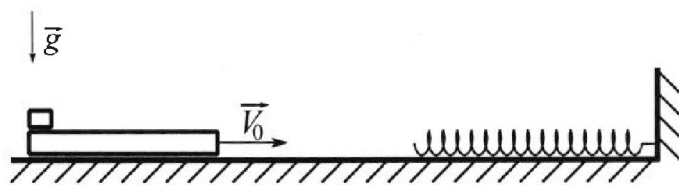
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

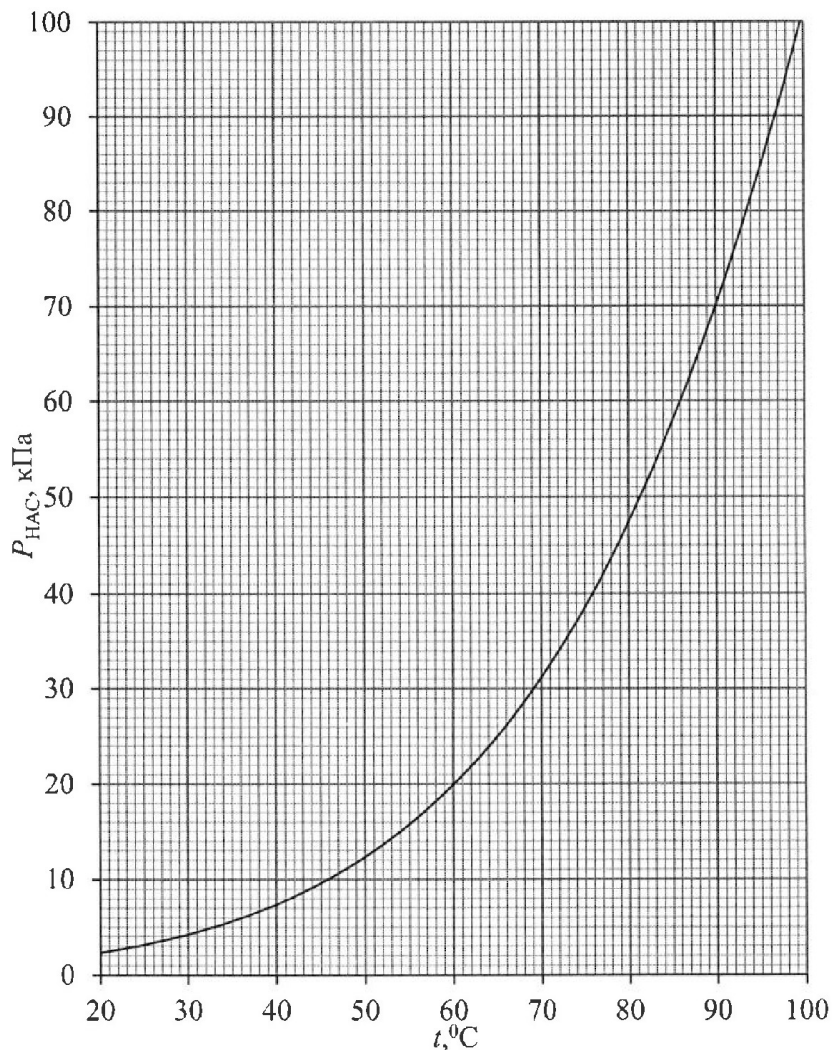


1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 2$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 27$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 150$ кПа, температуре $t_0 = 86$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 2/3$ (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 46$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.



- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 86 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3C9: \frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_{\max}^2}{2} - \frac{(m+M)v_0^2}{2} = F_{\text{тр}} \cdot l = \mu mg \cdot l$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_{\max}^2}{2} - \frac{(m+M)v_0^2}{2} = \mu mg \cdot \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

$$\Rightarrow \frac{kx_{\max}^2}{2} = \frac{(m+M)v_0^2}{2} \Rightarrow x_{\max} = v_0 \sqrt{\frac{m+M}{k}}$$

~~$$Ma = \frac{k v_0^2 \sqrt{m+M}}{\sqrt{k}} - \mu mg$$~~
~~$$a = \frac{v_0^2 \sqrt{m+M} \sqrt{k}}{M} - \frac{\mu mg}{M}$$~~

$$Ma = k \cdot \frac{\sqrt{(m+M)} v_0^2}{\sqrt{k}} - \mu mg$$

$$a = \frac{\sqrt{(m+M)} v_0^2 \sqrt{k}}{M} - \frac{\mu mg}{M}$$

~~$$a = \frac{\sqrt{(1+2)} \cdot 2 \sqrt{27}}{1} - \frac{0,3 \cdot 1 \cdot 10}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 3 \sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$~~

~~$$a = (g - \frac{3}{2}) \text{ м/с}^2 = \frac{15}{2} \text{ м/с}^2$$~~

Ответ: $x_1 = \frac{\mu g (M+m)}{k} = \frac{1}{3} \text{ м}; t_1 = \sqrt{\frac{M+m}{k}} \arcsin \frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}},$
 $t_1 = \frac{\pi}{18} = \frac{1}{6} \text{ с}; a = \frac{\sqrt{(m+M)k} \cdot v_0^2}{M} - \frac{\mu mg}{M} = \frac{15}{2} \text{ м/с}^2.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$M = 2 \text{ кг}; m = 1 \text{ кг};$$

$$v_0 = 2 \text{ м/с}; k = 27 \frac{\text{Н}}{\text{м}};$$

$$\mu = 0,3; g = 10 \text{ м/с}^2;$$

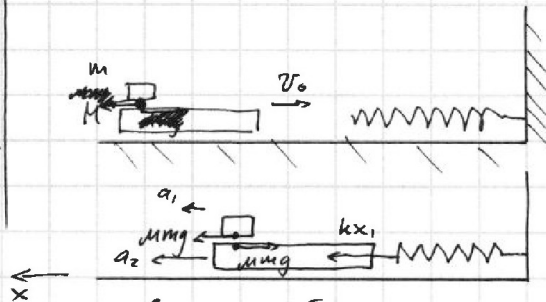
$$\pi = 3$$

1) $x_1 = ?$ (когда начнет отн. движ.)

2) $t_1 = ?$

3) $a_{\text{мин}} = ?$

Решение:



отн. движение бруса и доски начнется в тот момент, когда $a_2 \geq a_1$ (равенство - критич. случай $\Rightarrow$ то что ищем)

$$\text{ИЗН}_x: ma_1 = \mu mg$$

$$Ma_2 = kx_1 - \mu mg$$

$$\Rightarrow a_1 = \mu g$$

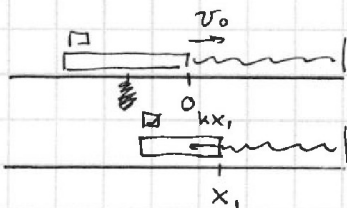
$$a_2 = \frac{kx_1 - \mu mg}{M} \Rightarrow \frac{kx_1 - \mu mg}{M} \geq \mu g$$

$$x_1 \geq \frac{M\mu g + \mu mg}{k}$$

$$x_1 = \frac{\mu g (M+m)}{k} = \frac{0,3 \cdot 10 \cdot (2+1)}{27} \text{ м}$$

$$x_1 = \frac{g}{27} \text{ м} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

до начала отн. движения бруса и доски можно записать ур-ние колебаний на систему «брус + доска»



$$x(t) = A \sin \omega t$$

$$x(0) = 0$$

$$x(t_1) = A \sin \omega t_1 = x_1$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{(M+m)v_0^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

$$\Rightarrow v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \sin \omega t_1 = \frac{\mu g (M+m)}{k}$$

$$\sin \omega t_1 = \frac{\mu g (M+m)}{k \cdot v_0} \frac{\sqrt{k} \cdot k}{\sqrt{M+m}} = \frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

$$\omega t_1 = \arcsin \frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{M+m}{k}} \arcsin \frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

момент макс сжатия пружины

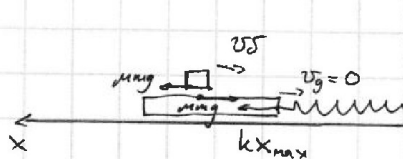
$$t_1 = \sqrt{\frac{2+1}{27}} \arcsin \frac{0,3 \cdot 10}{2} \sqrt{\frac{2+1}{27}} = \frac{1}{3} \arcsin \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{6}$$

$$t_1 = \frac{\pi}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \text{ с}$$

$$\text{ИЗН}_x: Ma = kx_{\text{max}} - \mu mg$$

Пусть брусом по доске прошел расстояние ℓ и в этот момент

$$\ell = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\cancel{p}RT}{p_4 \cdot \cancel{p}RT_0} = \frac{p_2 (t+273)}{p_4 (t_0+273)} = \frac{110 \cdot 10^3 (46+273)}{140 \cdot 10^3 (86+273)} = \frac{11}{14} \cdot \frac{319}{359}$$

$$\boxed{\frac{V}{V_0} = \frac{3509}{5026}}$$

Ответ: $p_1 = 40 \text{ кПа}$; $t^* = 76^\circ \text{C}$; $\frac{V}{V_0} = \frac{3509}{5026}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$p_0 = 150 \text{ кПа} = 150 \cdot 10^3 \text{ Па};$$

$$t_0 = 86^\circ \text{C}; \varphi_0 = \frac{2}{3} (66,7\%)$$

$$t = 46^\circ \text{C}$$

- 1) $p_1 = ?$ (парц. давление пара при 86°)
- 2) $t^* = ?$ (конд-ция пара пар насыщ. т. росы)
- 3) $\frac{V}{V_0} = ?$ (в конце и начале остывания)

Решение:

из графика можно найти давление насыщ. пара при температуре 86°C

$$p_{\text{нп}}(86^\circ) = 60 \text{ кПа} = 60 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$\varphi_0 = \frac{p_1}{p_{\text{нп}}(86^\circ \text{C})} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{2}{3} p_{\text{нп}}(86^\circ \text{C}) = \frac{2}{3} \cdot 60 \cdot 10^3$$

$$p_1 = 40 \cdot 10^3 \text{ Па} = 40 \text{ кПа}$$

$$p_0 = p_1 + p_2, \text{ где } p_1 - \text{парц. давление пара при } 86^\circ$$

$$p_2 - \text{парц. давление сухого воздуха}$$

$$\Rightarrow p_2 = p_0 - p_1 = 150 \text{ кПа} - 40 \text{ кПа} = 110 \text{ кПа}$$

уравнение Менделеева-Клапейрона

$$p_2 V_0 = \nu R T_0$$

$$p_4 V = \nu R T$$

$$p_2^* V^* = \nu R T^*$$

$$p_2^* - \text{парц. давление сухого воздуха при } T^*$$

$$p_1 V_0 = \nu R T_0$$

$$p_3 V = \nu R T$$

$$p_1^* V^* = \nu R T^*$$

$$p_1^* - \text{парц. давление насыщ. пара при } T^*$$

$$p^* = p_1^* + p_2^*$$

но ИЗН

$$p_0 S = M g \frac{p_0}{p_0}$$

$$p S = M g \frac{p}{p}$$

$$p^* S = M g \frac{p^*}{p^*}$$

$$\Rightarrow p_0 = p = p^*$$

$$\Rightarrow p_1 + p_2 = p_1^* + p_2^*$$

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 R T_0}{V_0} + \frac{p_2 R T_0}{V_0} = \frac{p_1^* R T^*}{V^*} + \frac{p_2^* R T^*}{V^*} \Rightarrow \frac{(p_1 + p_2) R T_0}{V_0} = \frac{(p_1^* + p_2^*) R T^*}{V^*}$$

$$\Rightarrow \frac{T_0}{T^*} = \frac{V_0}{V^*} \Rightarrow V^* = T^* \frac{V_0}{T_0} \Rightarrow p_1^* T^* \frac{V_0}{T_0} = \nu R T^*$$

$$\Rightarrow p_1^* = \frac{\nu R T_0}{V_0} = p_1 = p_{\text{нп}}(t^*) = 40 \text{ кПа} \Rightarrow t^* = 76^\circ \text{C}$$

т.е. при температуре

$$t^* = 76^\circ \text{C}$$

набегает конденсация пара

$\Rightarrow$ при температуре

$$t = 46^\circ \text{C}$$

пар будет насыщ. (т.е. будет вода)

$$\Rightarrow p_3 = p_{\text{нп}}(46^\circ \text{C}) = 10 \text{ кПа}$$

$$p_4 = p_0 - p_3 = 150 \text{ кПа} - 10 \text{ кПа} = 140 \text{ кПа}$$

$$p_2 V_0 = \nu R T_0, \quad p_4 V = \nu R T \Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{p_4}{p_2} = \frac{140}{110}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$v_0; 2v_0$

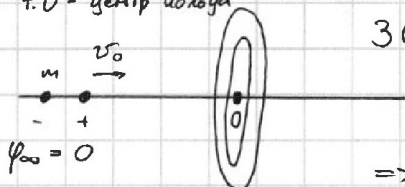
1) $v_1 = ?$

2) $v_{\max} - v_{\min} = \Delta v = ?$

Решение:

Рассмотрим случай, когда диноло сообц. min скорости для пролета v_0 .

m - масса динола
т.о - центр кольца



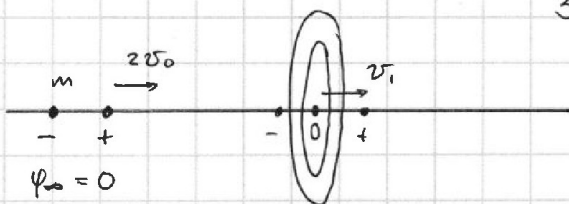
ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} + W_0 = E_{k1} + W_1$

т.и. v_0 - мин необход. скорость для пролета

$\Rightarrow$ критический случай
 $\Rightarrow E_{k1} = 0$

$\Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = W_1$, W_1 - потенц. эл-ия динола при прохождении центра динола через т.о

Рассмотрим случай, когда диноло сообц. скорость $2v_0$



ЗСЭ: $\frac{m(2v_0)^2}{2} + W_0 = E_{k2} + W_1$

W_1 - потенц. эл-ия динола при прохождении центра динола через т.о не менялась, т.и. ϕ_0 - потенциал, даваемый кольцом в т.о и q - заряд динола не менялись.

$\Rightarrow \frac{4mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} \quad | \cdot \frac{2}{m}$

$v_1^2 = 3v_0^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{3} \cdot v_0$

т.и. max(W) потенц. эл-ия у динола в момент прохождения центра кольца, след. из ЗСЭ min E_k у динола в тот же момент прохождения центра кольца

$\Rightarrow v_{\min} = v_1$

из ЗСЭ max E_k у динола на бесконечности, когда (W_0) потенциальная эл-ия у динола = 0 (т.и. $\phi_0 = 0$)

$\Rightarrow v_{\max} = 2v_0$

$v_{\max} - v_{\min} = 2v_0 - v_1 = 2v_0 - \sqrt{3} \cdot v_0 = v_0(2 - \sqrt{3}) = \Delta v$

Ответ: $v_1 = \sqrt{3} \cdot v_0$; $v_{\max} - v_{\min} = v_0(2 - \sqrt{3})$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

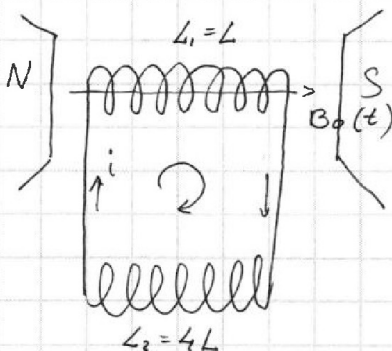
$$L_1 = L; n; S; B_0; \tau;$$

$$L_2 = 4L$$

1) $I_0 = ?$ (через катушку L_1)
векторное поле B_0

2) $q_1 = ?$ (заряд, протекший)
через L_1

Решение:



катушки соединены

послед. $\Rightarrow i_1 = i_2 = i$

3-й ЭМ инд.

$$\mathcal{E}_{\text{инд}_1} = \left| - \frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| - \frac{\Delta B S n}{\Delta \tau} \right| = \left| - \frac{\left(\frac{2}{3} B_0 - B_0 \right) S n}{\left(\frac{2}{3} \tau - 0 \right)} \right| = \frac{\frac{1}{3} B_0 S n}{\frac{2}{3} \tau} = \frac{B_0 S n}{2 \tau}$$

обход по 2-му правилу Кирхгофа

$$\mathcal{E}_{\text{инд}_1} - L \frac{di}{dt} - 4L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}_1} = L \frac{di}{dt} + 4L \frac{di}{dt} \quad | \cdot dt \dots$$

$$\frac{B_0 S n}{2 \tau} dt = L di + 4L di \quad | \sum$$

$$\frac{B_0 S n}{2 \tau} \cdot \frac{2}{3} \tau = L(i_1 - 0) + 4L(i_1 - 0) = 5Li_1 \Rightarrow i_1 = \frac{B_0 S n}{15L}$$

3-й ЭМ инд:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}_2} = \left| - \frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| - \frac{\Delta B S n}{\Delta \tau} \right| = \left| - \frac{\left(0 - \frac{2}{3} B_0 \right) S n}{\left(\tau - \frac{2}{3} \tau \right)} \right| = \frac{\frac{2}{3} B_0 S n}{\frac{1}{3} \tau} = \frac{2 B_0 S n}{\tau}$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}_2} - L \frac{di}{dt} - 4L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}_2} = L \frac{di}{dt} + 4L \frac{di}{dt} \quad | \cdot dt \dots$$

$$\frac{2 B_0 S n}{\tau} dt = L di + 4L di \quad | \sum$$

$$\frac{2 B_0 S n}{\tau} \cdot \frac{1}{3} \tau = L(I_0 - i_1) + 4L(I_0 - i_1) = 5LI_0 - 5Li_1$$

$$\frac{2 B_0 S n}{3} = 5LI_0 - 5Li_1$$

$$\Rightarrow B_0 S n = 5LI_0 \Rightarrow$$

$$I_0 = \frac{B_0 S n}{5L}$$

~~...~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ЗЦД: \mathcal{E}_{\text{инд}_1} \cdot \Delta q_1 + \mathcal{E}_{\text{инд}_2} \cdot \Delta q_2 = \frac{LI_0^2}{2} + \frac{4LI_0^2}{2} = \frac{5LI_0^2}{2}$$

$$\frac{2B_0 S_{\text{ш}}}{\tau} \cdot \Delta q_1 + \frac{B_0 S_{\text{ш}}}{2\tau} \cdot \Delta q_2 = \frac{5LI_0^2}{2} \quad | \cdot \frac{\tau}{B_0 S_{\text{ш}}}$$

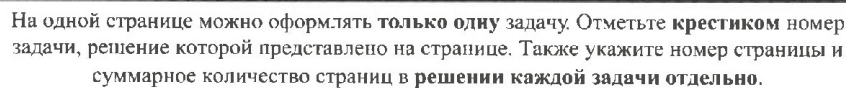
$$2\Delta q_1 + \frac{1}{2}\Delta q_2 = \frac{5LI_0^2 \cdot \tau}{2B_0 S_{\text{ш}}}$$

~~Этот~~ суммарный поток через 2 катушки сохраняется

$$\Delta q = \frac{B_0 S_{\text{ш}}}{5L} \cdot \tau$$

~~Этот~~

$$\text{Ответ: } I_0 = \frac{B_0 S_{\text{ш}}}{5L}; \quad \Delta q = \frac{B_0 S_{\text{ш}} \tau}{5L}.$$



СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча ОК-кода недопустима!

The diagram shows a mechanical system on a horizontal axis. On the left, a point S is connected to a vertical wall by a spring with force constant F . The displacement of this spring is labeled $a = \frac{3}{2}F$. To the right of the wall is a point S_1 . The distance between the wall and S_1 is $b_1 = 3F$. Further to the right is a vertical wall. The distance between S_1 and this wall is a_3 . To the right of this wall is a piston-cylinder assembly. The distance from the wall to the piston is b_3 . The piston is connected to a point S_2 by a spring with force constant b_4 . The distance between S_2 and S_1 is b_2 . The total distance from the first wall to the piston is $b + \Delta$. The cylinder contains a gas with pressure p and volume V . The piston has area A and is displaced by x from its equilibrium position. The gas pressure is shown as p inside the cylinder and p_0 outside.

запишем $\Phi_{\text{Тол } A}$:

$$\frac{1}{a_3} + \frac{n}{b_3} = \frac{n-1}{R}$$

$$\text{PC3: } \frac{1}{2R - b_3} + \frac{1}{b_4} = \frac{2}{R}$$

~~$$P_{\text{Total}}: \frac{1}{2R - b_n} + \frac{1}{a_n} = \frac{1}{-R} = \frac{n}{R}$$~~

$$\Rightarrow b_3 = 2R - b_4$$

$$b_4 = 2R - b_3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2R - b_3} + \frac{1}{2R - b_3} = \frac{2}{R} \Rightarrow 2R - b_3 = R$$

$$b_3 = R$$

$$\phi_{T_{on} A}: \frac{n}{2R-b_4} + \frac{1}{a_5} = \frac{1-n}{-R} = \frac{n-1}{R}$$

$$\textcircled{P}TA: -\frac{1}{a_5} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F} \Leftrightarrow \frac{n}{2R-b_4} - \frac{n-1}{R} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}$$

мнимой
состоянии

$$\hookrightarrow \frac{1}{b_4} = \frac{2}{R} - \frac{1}{2R-b_3} = \frac{4R-2b_3-R}{(2R-b_3)R} = \frac{3R-2b_3}{(2R-b_3)R} \Rightarrow b_4 = \frac{(2R-b_3)R}{3R-2b_3}$$

$$\rightarrow \frac{n}{b_3} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{a_3} = \frac{a_3(n-1) - R}{a_3 R} \Rightarrow b_3 = \frac{a_3 R n}{a_3(n-1) - R}$$

$$b_3 = \frac{\frac{5}{3}F \cdot \frac{1}{3}F_n}{\frac{5}{3}F \cdot n - \frac{5}{3}F - \frac{1}{3}F} = \frac{\frac{5}{9}F^2 n}{\frac{5}{3}F n - 2F}$$

$$\frac{n}{2R - \frac{2R^2 - b_3 R}{3R - 2b_3}} - \frac{n-1}{R} + \frac{2}{3F} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{n(3R - 2b_3)}{6R^2 - 4R \cdot b_3 - 2R^2 + R b_3} - \frac{n-1}{\frac{1}{3}F} = \frac{1}{3F}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{n \left(8 \cdot \frac{1}{3} F - 2 \cdot \frac{5 F^2 n}{3 F n - 2 F} \right)}{4 \cdot \frac{1}{9} F^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} F \cdot \frac{5 F^2 n}{3 F n - 2 F}} = \frac{1}{3 F} + \frac{3(n-1)}{F}$$

$$\frac{n \left(\frac{5}{3} F^2 n - 2 F^2 - \frac{10}{9} F^2 n \right)}{\frac{4}{9} \cdot \frac{5 F^3}{3} n - \frac{4}{9} \cdot 2 F^3 - \frac{4}{3} \cdot \frac{5 F^3}{9} n} = \frac{1+9(n-1)}{3 F} = \frac{1+9n-9}{3 F} = \frac{9n-8}{3 F}$$

$$\frac{n F^2 \left(\frac{5}{3} n - 2 - \frac{10}{9} n \right)}{F^3 \left(\frac{20}{27} n - \frac{8}{9} - \frac{20}{27} n \right)} = \frac{9n-8}{3 F}$$

$$\frac{9}{8} n \left(\frac{10}{9} n + 2 - \frac{5}{3} n \right) = \frac{9n-8}{3} - \frac{8}{3}$$

$$\frac{5}{4} n^2 + \frac{9}{4} n - \frac{15}{8} n^2 = 3n - \frac{8}{3}$$

$$-\frac{5n^2}{8} + \frac{9}{4}n - \frac{12}{4}n + \frac{8}{3} = 0$$

$$-\frac{5n^2}{8} - \frac{3}{4}n + \frac{8}{3} = 0$$

$$\frac{5n^2}{8} + \frac{3n}{4} - \frac{8}{3} = 0 \quad | \cdot 24$$

$$15n^2 + 18n - 64 = 0 \quad | \cdot 15, m = 15n$$

$$\uparrow m^2 + 270m - 960 = 0$$

отсюда можно выразить n

$$\frac{D}{4} = 81 + 60 \cdot 64$$

$$n = \frac{-18}{305} \pm \frac{\sqrt{81+60 \cdot 64}}{15}$$

$$n = -\frac{3}{5} + \frac{\sqrt{3921}}{15}$$

Ответ: $R = \frac{1}{3} F$; $n = -\frac{3}{5} + \frac{\sqrt{81+60 \cdot 64}}{15}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$F; a = 1,5F = \frac{3}{2}F;$$

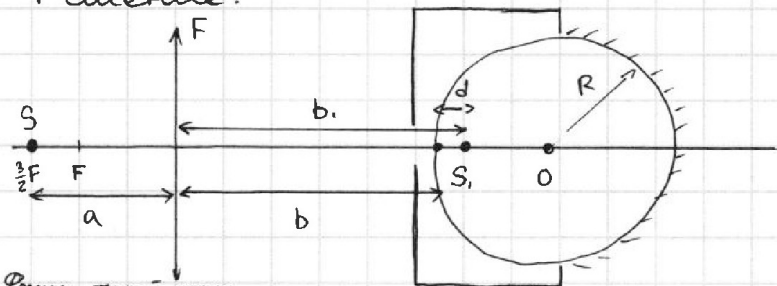
$$b = \frac{8}{3}F \rightarrow S_1 \text{ и } S_2 \text{ совпадают при любом } n$$

$$1) R = ?$$

$$\Delta = 2F \rightarrow S_1 \text{ и } S_2 \text{ совпадают}$$

$$2) n = ?$$

Решение:



Формула тонкой линзы

$$\text{ФТЛ: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F} \Rightarrow b_1 = \frac{Fa}{a-F} = \frac{F \cdot \frac{3}{2}F}{\frac{3}{2}F - F} = 3F$$

$b_1 > b$, изображение, даваемое линзой внутри шара

1) если в такой системе "линза-шар" изображение источника при любом показателе n совпадает с самим источником, то пусть $n = 1$

Формула сферич. зеркала

$$\text{ФСЗ: } \frac{1}{2R - (b_1 - b)} + \frac{1}{b_2} = \frac{2}{R}; \Rightarrow \frac{1}{2R - d} + \frac{1}{b_2} = \frac{2}{R}$$

т.е. изображение системы "линза-шар" совпадает с самим источником, то значит и изображение (S_2) после прохождения сферич. зеркала должно совпадать с изображ. (S_1)

т.е. ФТЛ в обратную сторону точно такая же

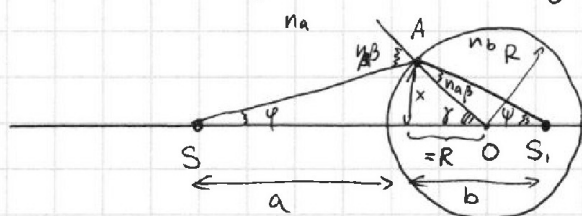
$$\frac{1}{b_1} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}$$

$$\Rightarrow 2R - d = b_2 \Rightarrow \frac{1}{2R - d} + \frac{1}{2R - d} = \frac{2}{R}; \frac{2}{2R - d} = \frac{2}{R}$$

$$\Rightarrow 2R - d = R; R = d; R = b_1 - b$$

$$\boxed{R = b_1 - b = 3F - \frac{8}{3}F = \frac{(9-8)}{3}F = \frac{1}{3}F}$$

Заметим, что для толстых линз верно следующее



$$\Delta SAO: n_b \cdot \beta = \varphi + \gamma$$

$$\Delta S_1AO: \gamma = n_a \beta + \varphi \quad | \cdot n_b$$

$$\gamma \cdot n_b = n_a \cdot \varphi + n_a \cdot \gamma + \varphi \cdot n_b$$

т.е. углы малые $\Rightarrow$

$$\text{tg } \gamma = \gamma = \frac{x}{R}, \text{ tg } \varphi = \frac{x}{b} \approx \varphi$$

$$\text{tg } \varphi \approx \varphi = \frac{x}{a}$$

для выпуклой пов-ти атталоиды

$$\frac{n_b - n_a}{-R} = \frac{n_a}{a} + \frac{n_b}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{x \cdot n_b}{R} - \frac{x \cdot n_a}{R} = \frac{x \cdot n_a}{a} + \frac{x \cdot n_b}{b} \quad | : x$$

$$\frac{n_b - n_a}{R} = \frac{n_a}{a} + \frac{n_b}{b} \quad \text{для выпуклой пов-ти}$$



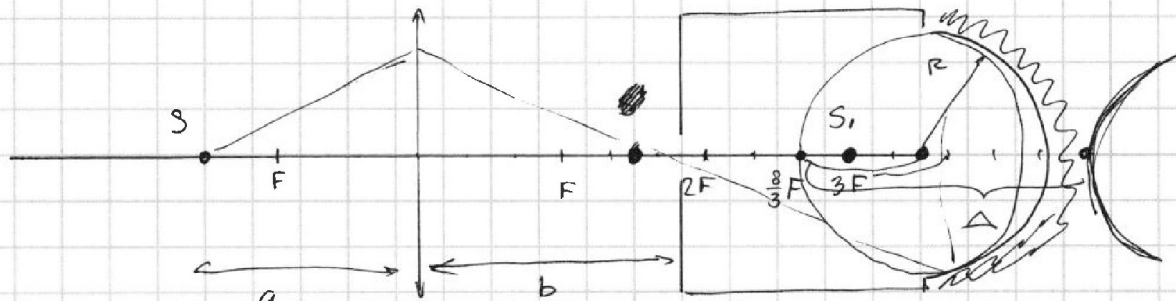
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



$$\Phi T A: \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow b = \frac{Fa}{a-F} = \frac{F \cdot \frac{3}{2}F}{\frac{3}{2}F - F} = \frac{\frac{3}{2}F^2}{\frac{1}{2}F} = 3F$$

$$3F - \frac{8}{3}F = \frac{9-8}{3}F = \frac{1}{3}F$$

$$\frac{1}{2R - \frac{1}{3}F} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}$$

$$b = 2R - \frac{1}{3}F$$

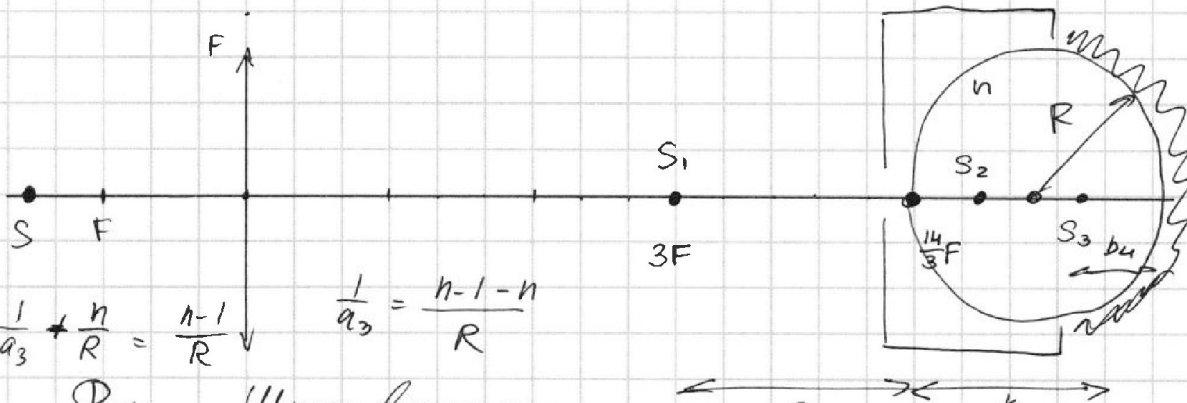
$$\frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2R - \frac{1}{3}F} = \frac{2}{R} \Rightarrow 2R - \frac{1}{3}F = R$$

$$R = \frac{1}{3}F$$

$$\frac{8}{3}F + 2F = \frac{8+6}{3}F = \frac{14}{3}F$$

$$\frac{2}{3} \frac{1}{F} + \frac{1}{3} \frac{1}{F} = \frac{1}{F}$$



$$\frac{1}{a_3} + \frac{n}{R} = \frac{n-1}{R} \quad \frac{1}{a_3} = \frac{n-1-n}{R}$$

Ф-ла Шлифовальщика

$$\frac{1}{a_3} + \frac{n}{b_3} = \frac{n-1}{R}$$

$$\frac{n}{b_3} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{a_3}$$

$$R = 2R - b_3$$

$$\frac{14-9}{3}F = \frac{5}{3}F$$

$$\Rightarrow b_3 = R$$

$$\Phi C 3: \frac{1}{2R - b_3} + \frac{1}{b_4} = \frac{2}{R}$$

Ф-ла Шлифовальщика

$$\frac{n}{2R - b_4} + \frac{1}{a_4} = \frac{1-n}{-R} = \frac{n-1}{R}$$

$$a_4 = a_3$$

$$\frac{1}{2R - b_3} +$$

$$\Rightarrow b_4 = b_3$$

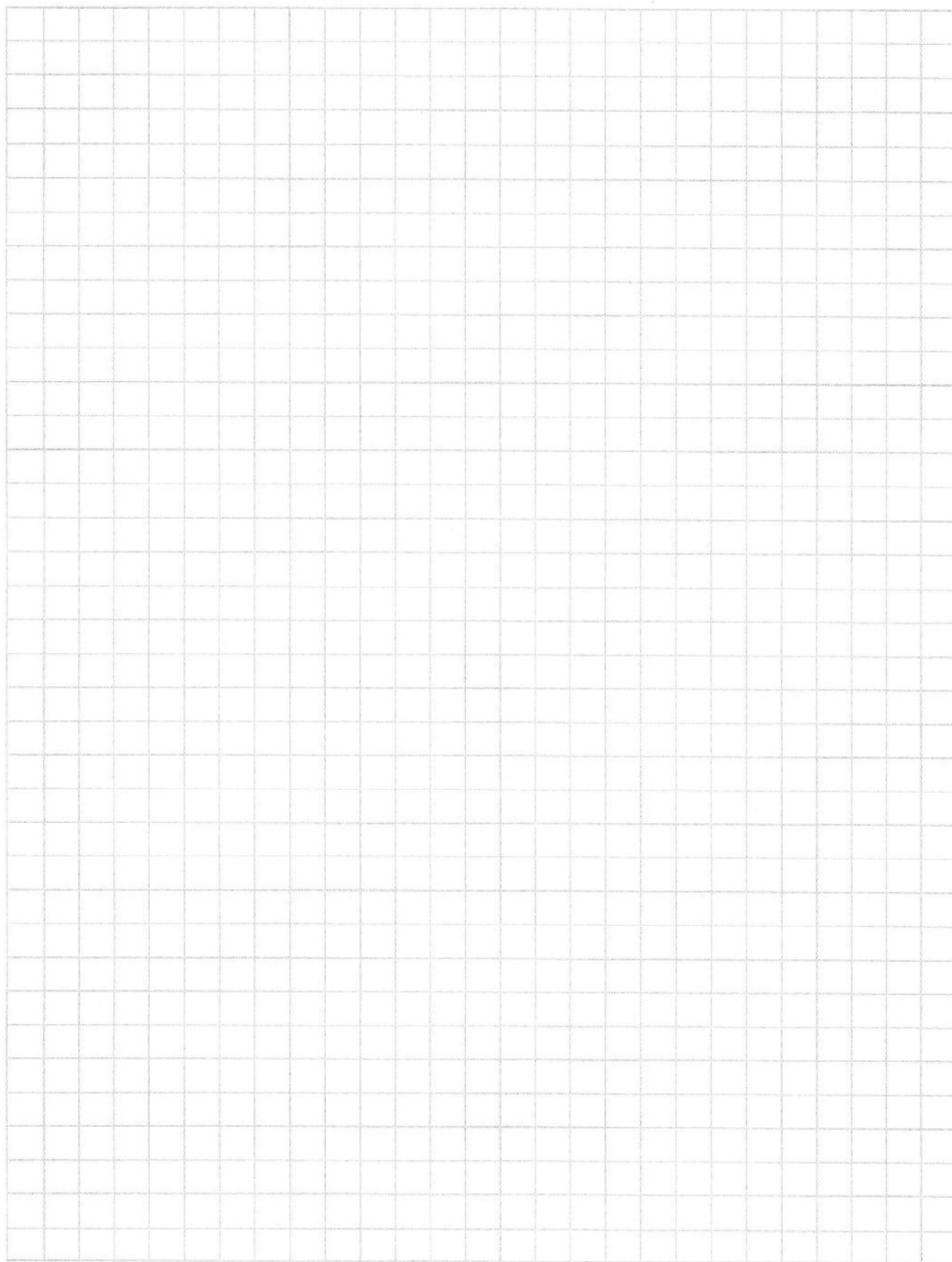


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





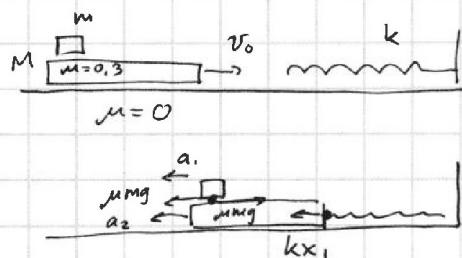
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1



$$\Rightarrow U = \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \Phi_2}{\Delta t}$$

$$U = -L \frac{di}{dt} - 4L \frac{di}{dt}$$

$$U \cdot \Delta t = -\Phi_1 + \Phi_2 = \text{const}$$

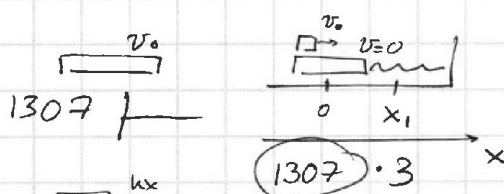
$$a_1 < a_2$$

$$\mu mg < kx_1 - \mu mg$$

$$2\mu mg < kx_1$$

$$x_1 \geq \frac{2\mu mg}{k}$$

колебания



$$x(t) = A \cdot \sin \omega t$$

$$x(0) = 0$$

$$x(t_1) = A \cdot \sin \omega t_1 = x_1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{(M+m)v_0^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

$$x(t_1) = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t_1 = \frac{2\mu mg}{k}$$

$$\sin \sqrt{\frac{k}{m}} t_1 = \frac{2\mu mg}{v_0 k} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \arcsin$$

$$960 = 96 \cdot 10$$

$$480 \cdot 2$$

$$320 \cdot 3$$

$$A_{\text{Frp}} = \mu mg$$

$$l = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

$$309: \frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_{\text{max}}^2}{2} = \frac{(M+m)v_0^2}{2}$$

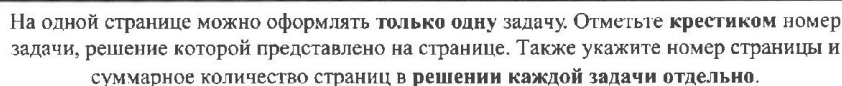
$$= \mu mg l = \mu mg \cdot \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

$$\frac{kx_{\text{max}}^2}{2} = \frac{(M+m)v_0^2}{2}$$

$$\frac{1}{F} - \frac{2}{3F} = \frac{3-2}{3F} = \frac{1}{3F}$$

$$\frac{320}{64} = 5$$

$$b_1 = \frac{1}{2R - b_3} = \frac{4R - 2b_3 - R}{R(2R - b_3)} = \frac{3R - 2b_3}{R(2R - b_3)}$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\varphi_0 \leftarrow$ потенциал диска в т. 0

ЗЦЗ: $\frac{m v_0^2}{2} = \cancel{E_0} \quad \cancel{W_1}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R} \quad \text{3C3:} \quad \frac{4mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + W_1$$

$$a = R \quad \frac{4mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\int \frac{t dt}{t^2} \quad \Phi = \frac{BSn}{At} = \frac{1}{2} \left(\frac{n}{2R-b_5} + \frac{1}{a_3} \right) = \frac{1-n}{-R} = \frac{n-1}{R}$$

$$-Z(i\omega - \epsilon) = 4Z(i\omega - \epsilon),$$

$$\frac{28}{3} \approx 9,3$$

$2R - b_5 = b_3$
 $B(t) = -2t + 6B_0$
 $y = -2x$
 $y = -2x + 6B_0$

$ \begin{array}{r} 319 \\ \times 11 \\ \hline 319 \\ 319 \\ \hline 3509 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 23 \\ 359 \\ \times 14 \\ \hline 1436 \\ 359 \\ \hline 5026 \end{array} $
---	---

$$E_{\text{avg}} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\Delta B \sin \theta}{\Delta t} = \frac{\frac{4}{\cancel{2}} B_0 \sin \theta}{\frac{2}{\cancel{2}} \tau} = 2 \frac{B_0 \sin \theta}{\tau} = 4 \text{ i, } 319$$

$$\Phi_2 = \frac{\mu B S_1 n}{4t} = \frac{\frac{2}{5} B_0 S_1 n}{\frac{4}{5} \tau} = \frac{B_0 S_1 n}{2\tau} = L i_2$$

$$-L(i, 0) = 4L(i, 0)$$

$$\begin{array}{r} 1273 \\ + 46 \\ \hline 1319 \end{array}$$

$$p_0 = p_1 + p_2$$

$$\rho = \rho_3 + \rho_4$$

$$\frac{P_1}{P_{\text{нп}}(86)} = 40$$

$$p_2 V_0 = 2RT_0$$

$$p_4 V_4 = 2RT_0$$

$$p_1 V_1 = \nu RT$$

$$p_2 V_2 = \nu RT$$

$$t = 100^\circ\text{C} \quad \frac{\partial R T_0 + 2 P T_0}{(0 + 2) R T_0} = \frac{\partial R T^* + 2 P T^*}{(0 + 2) R T^*} + \frac{2,1 R T^*}{V^*} =$$

$$p_0 = 150 \text{ Pa}$$

$$t_0 = 86.6^\circ \text{C}$$

$$p_0 = \frac{p}{3}$$

$$\begin{array}{r} 359 \overline{) 7} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 319 \overline{) 7} \\ 28 \\ 39 \end{array}$$

но и г. пара